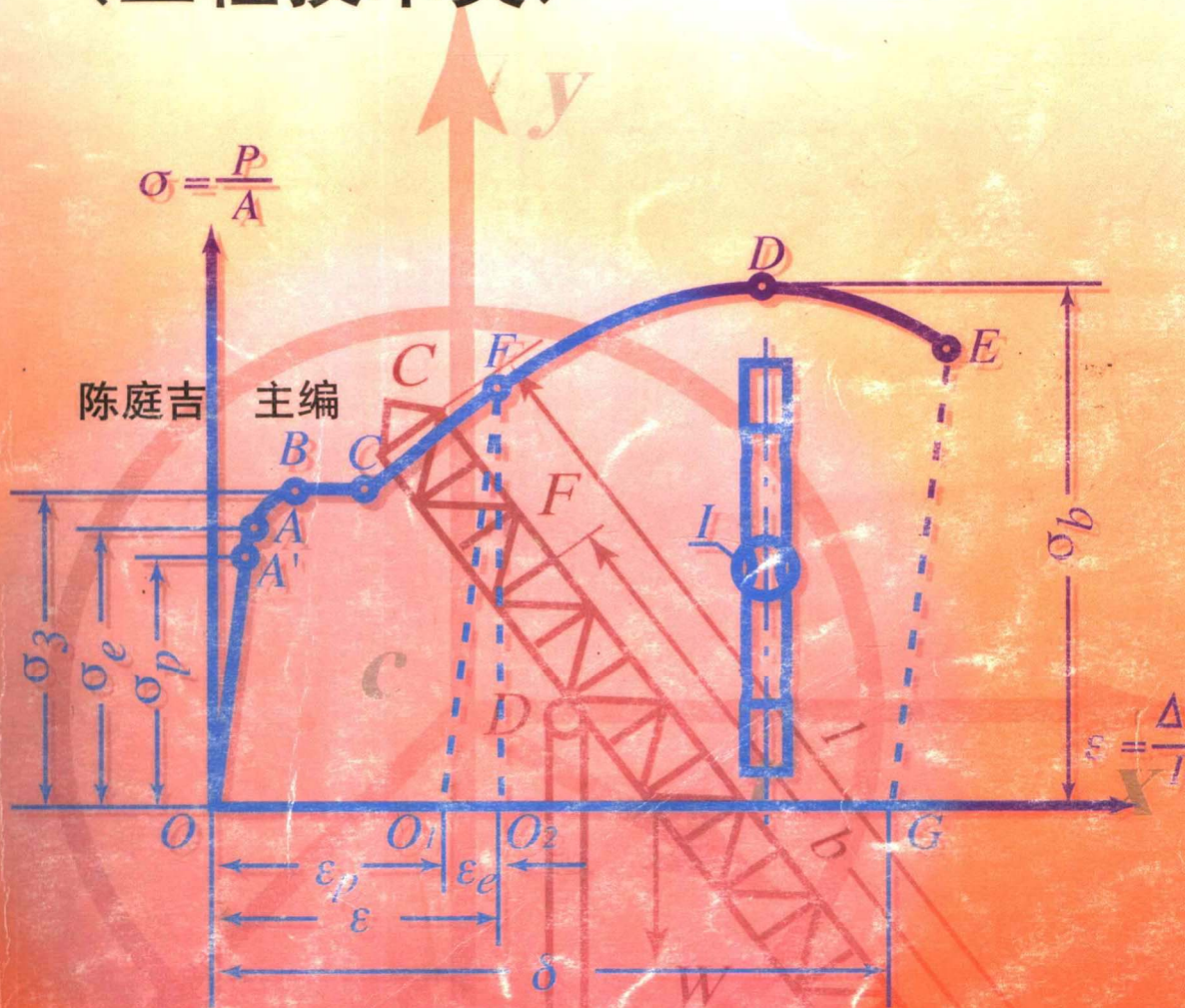




中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

机械工程力学

(工程技术类)



23



机械工业出版社

中等职业教育国家规划教材
全国中等职业教育教材审定委员会审定

机械 工 程 力 学

(工程技术类)

主 编 陈庭吉
责任主审 赵国景
审 稿 赵彭年



机械工业出版社

本教材是根据教育部 2000 年颁发的“机械工程力学(少学时)教学大纲”编写的,通过了全国中等职业教育教材审定委员会审定,系中等职业教育国家规划教材。

本教材包括杆件静力分析、构件的承载能力分析和运动分析与动力分析等三篇共十六章的内容。其中第一篇包括杆件静力分析基础、力系的简化、重心与形心、物体的受力分析、平面力系的平衡问题、简单轮轴类零部件的受力分析和杆件基本变形时的内力分析等七章。第二篇包括材料与零部件失效、杆件基本变形时的强度条件、圆轴弯扭组合变形的强度计算、圆轴的疲劳失效、杆件的刚度计算、压杆稳定等六章。第三篇包括运动分析初步、点和刚体的合成运动以及刚体绕定轴转动的动力分析等三章。

本教材在传统内容的继承,现代科技成果的引进以及知识的传授、能力和素质培养等方面,进行了积极探索;在教材体系、课程内容、表述方法等方面也都作了一些新的尝试,是一部内容新,体系新,重视基础,强调应用,注重能力培养的新教材。

本教材附有大量思考题、练习题以及旨在培养创造性思维和创新能力的题目。此外,本教材还有配套的基本概念题集供学生使用和教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械工程力学:工程技术类/陈庭吉主编. —北京:机械工业出版社, 2001.6

中等职业教育国家规划教材

ISBN 7-111-09000-4

I. 机… II. 陈… III. 机械学; 工程力学-专业学校-教材 N. TH123

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 033243 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:钱飒飒 版式设计:冉晓华 责任校对:张莉娟
季顺利

封面设计:姚毅 责任印制:郭景龙

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2001 年 6 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm×1092mm^{1/16}·11.5 印张·284 千字

0 001—5 000 册

定价:11.50 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68993821、68326677-2527

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》（教职成〔2001〕1号）的精神，教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从 2001 年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和 80 个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前 言

本教材是根据教育部 2000 年颁发的中等职业教育“机械工程力学（少学时）教学大纲”而编写的，通过了全国中等职业教育教材审定委员会审定，系中等职业教育国家规划教材。考虑到各专业的不同需要，书中也编入了教学大纲中一部分带 * 号的内容，少学时专业可不讲或选修。所以本教材不仅适用于少学时，也适用于多学时各专业的需要。

本教材在编写时作了一些新的探索和尝试，力图使教材符合当前职业教育教改的总趋势，努力体现“弱化理论推导，强化实际分析；弱化繁琐计算，强化定性分析；弱化学科系统，强化工程应用”的思想。同时注意了对学生自我获取知识及创新能力的培养与训练。

本教材责任主审中国矿业大学赵国景教授、审稿人中国矿业大学赵彭年教授认真审阅了教材，并提出了许多精辟而中肯的意见。

本教材在编写过程中还得到了湖北省高职暨中职力学教研会的大力支持。教研会教材编写委员会多次开会研究本教材的编写问题。

参加本教材编写的有：武汉电力学校梅益康（第十二～十六章），湖北省第一机械工业学校丁小华（第九章第一、二、四节），湖北省纺织工业学校汪依松（第九章第三节），湖北省机电工程学校胡建明（第十、十一章），武汉船舶职业技术学院陈庭吉（绪论、第一、二、四、五、七、八章）、李友虎（第三、六章）。陈庭吉任主编，梅益康、丁小华任副主编。

本教材由金德官审定，全沅生、卢光斌、易贤铎等参加了审稿。李之栋、周儒德、陈克等对本教材的编写也提出了宝贵意见，在此向上述同志表示衷心感谢。

本教材在编写过程中，参考了国内外已公开出版的许多书籍和资料，并从中直接引用了部分习题、例题及图表，在此谨向有关作者表示敬意。

由于作者水平有限，书中谬误和疏漏在所难免，欢迎读者批评指正。

编 者

目 录

前言

绪论 1

第一篇 杆件静力分析

第一章 杆件静力分析基础	3	第五章 平面力系的平衡问题	37
第一节 力的基础知识	3	第一节 平面任意力系平衡方程	37
第二节 力对点之矩与平面力偶	7	第二节 平面任意力系平衡方程的 应用	39
本章小结	12	本章小结	47
习题	12	习题	48
第二章 力系的简化	15	第六章 简单轮轴类零部件的受力 分析	51
第一节 力的移动	15	本章小结	56
第二节 平面任意力系的简化结果—— 主矢和主矩	16	习题	56
本章小结	18	第七章 杆件基本变形时的内力 分析	59
习题	18	第一节 <u>内力与截面法</u>	59
第三章 重心与形心	19	第二节 杆件基本变形时的内力 分析	60
习题	22	本章小结	68
第四章 物体的受力分析	24	习题	69
第一节 约束与约束反力	24		
第二节 物体的受力分析与受力图	28		
本章小结	32		
习题	33		

第二篇 构件的承载能力分析

第八章 材料失效与零部件失效	72	第一节 杆件在轴向拉伸与压缩时的强度 条件	83
第一节 分布内力与应力、变形与应变的 概念	72	第二节 联接件的工程实际应用	87
第二节 工程中常用材料在轴向载荷作用下的 力学性能及材料失效	74	第三节 梁弯曲时的强度条件	90
第三节 构件失效的概念及失效 分类	80	第四节 圆轴扭转时的强度条件及 应用	97
第四节 许用应力与安全系数	81	本章小结	101
本章小结	81	习题	103
第九章 杆件基本变形时的强度 条件	83	第十章 圆轴弯扭组合变形的强度 计算	107
		本章小结	110

习题	110	第三节 梁的变形与刚度条件	121
第十一章 圆轴的疲劳失效	112	本章小结	125
第一节 交变应力的概念及其循环特性	112	习题	126
第二节 疲劳失效的特点及其原因简析	113	第十三章 压杆稳定	128
第三节 材料的疲劳极限	114	第一节 压杆稳定的概念	128
第四节 提高构件疲劳极限的措施	115	第二节 细长压杆的临界力和临界应力	129
第十二章 杆件的刚度计算	116	第三节 三类不同压杆的区分与柔度	130
第一节 轴向拉、压杆变形计算	116	第四节 压杆的稳定计算	133
第二节 圆轴扭转时的变形与刚度条件	118	第五节 提高压杆稳定性措施	134
		本章小结	136
		习题	138

第三篇 运动分析与动力分析

第十四章 运动分析初步	139	第十六章 刚体绕定轴转动的动力分析	163
第一节 运动形式概述	139	第一节 刚体绕定轴转动的动力学基本方程	163
第二节 点的平面曲线运动	142	第二节 转动惯量及其平行轴定理	164
第三节 刚体定轴转动运动分析	145	第三节 刚体绕定轴转动动力学基本方程的工程应用	166
本章小结	150	习题	168
习题	151	创新思维训练题	169
第十五章 点和刚体的合成运动	153	附录 A 梁的挠度与转角	170
第一节 点的合成运动	153	附录 B 型钢表	171
第二节 刚体的平面运动	155		
本章小结	158		
习题	159		

绪 论

一、工程力学在中等职业技术教育中的地位与作用

力学是一门传统而又古老的学科。它的形成与发展始终都与生产发展和技术进步密切相关。它既是一门基础学科，也是一门能直接用于工程实际的技术学科。其内容、理论和研究问题的方法，不仅能为中等职业学校的学生进一步学习专业课奠定基础，而且在他们的整个知识结构与能力结构的构筑过程中，在相当大的程度上起到战略作用。从中等职业学校的学生整体知识链来看，力学处于关键部位；从学习基础知识向学习专业知识过渡方面看，力学起着承前启后的桥梁作用；从认识世界的方式看，力学在从抽象思维方式向解决工程实际问题的方式转变过程中起中介作用。由此看来，工程力学不仅对学习专业知识是重要的，而且对开发学生的智力、培养学生敏锐的观察力、丰富的想象力、以及科学的思维能力和创新能力、对今后解决生产实际问题的能力和水平都将产生重大影响。

二、机械工程力学的内容

工程力学应用于工程实际，直接为发展生产力服务，它的研究对象正是各种工程实际问题。中等职业教育机械工程力学的主要任务是为机械零部件设计提供基本的力学理论、计算方法和试验技术。因此本教材安排了三部分内容：

第一篇 杆件静力分析：主要研究力系简化与刚体在力系作用下的平衡问题。力系是指作用在刚体上的一群力。刚体是指受力后不变形的物体，它是一种理想化的模型。所谓力系的简化，是指用简单的力系代替复杂的力系；所谓平衡，是指物体相对地球静止或作匀速直线运动的状态。本篇的内容是其他两篇的基础，也常常直接用于解决工程问题。

第二篇 构件的承载能力分析：主要研究变形固体的强度、刚度和稳定性问题。强度是指构件抵抗破坏的能力；而刚度是指构件抵抗变形的能力；所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。设计机械零部件时，既要保证所设计的构件安全可靠地工作，又要考虑经济性。本篇的主要任务就是为解决这对矛盾提供理论与方法。

第三篇 运动分析与动力分析：主要研究物体的运动以及运动和力之间的关系。运动分析关系到机构或机器能否实现其预定的功能，而动力分析直接影响到零部件的安全和机器的寿命。

上述内容无疑都是所有专业技术人员必备的知识。

三、如何学习工程力学

既然工程力学如此重要，那么如何才能学好它呢？对于中等职业学校的学生来说，学习工程力学要注意以下几点：

(1) 会听课：要用心去听课，听老师是如何引出概念、如何阐明理论、如何分析问题和解决问题的。这样才能很快抓住知识的要领。

(2) 会发问：要学会提出问题。对新概念、新理论要多问几个“为什么”，弄清新旧知识之间的联系与区别。因为只有深入思考，才能提出问题，而提出问题又能促进深刻的思考。这样才能领会所学知识。

(3) 会总结：学完一章或一篇后，要将主要内容进行提纲挈领的归纳和总结，将书本上的知识变成自己的知识。

(4) 会应用：工程力学的知识源于实际，因此也必须用于实际。学习这门课程必须联系实际，要作一定数量的习题。可以说，不联系实际、不做习题是学不好力学的。

(5) 会创新：学是为了用，而用就是要创新。工程力学产生与发展的历程，就是不断创新的历程。照葫芦画瓢、墨守陈规是学不好工程力学的。只有学会创新，才能把知识变成分析问题与解决问题的能力。

工程力学的奠基人、伟大的科学家伽俐略说：“力学是一门美丽而有用的科学”。让我们一起把“美丽”变成动力，把动力变成能力，把能力用于祖国的现代化建设之中。

第一篇 杆件静力分析

本篇主要研究物体相对地球处于静止或做匀速直线运动时的力学规律的问题。其主要任务是：①正确分析物体的受力情况。②对力系进行等效替换（即简化）。③确定力系平衡条件，并求出未知力的大小和方向。

为此，必须研究力、力偶及其基本性质；掌握受力分析的基本方法、力的投影和力矩的计算方法、以及平面力系的平衡方程及其应用等知识。

第一章 杆件静力分析基础

第一节 力的基础知识

一、力

1. 力的概念

力的概念是从日常经验中抽象出来的。当举起一块石头或拉开弹簧拉力器时肌肉的感觉就是力的体现。战国时期墨家著作《墨经》中说：“力形之所以奋也”，这是见诸文字的人们最早对力的描述。从现代宏观观点看，力是一物体对另一物体的作用，是造成运动变化的原因。这种作用可以是机械作用、化学作用、场作用等。从现代微观观点看，力是基本粒子间的相互作用，可分为强相互作用和弱相互作用。人们对力的认识还处在不断发展中。

刚体静力分析是从宏观方面研究问题的。因此，力的定义为物体间相互的机械作用。这就是说，力不能脱离物体而独立存在，有受力物体，就必有施力物体。力对物体的作用效果是使物体的运动状态和形状发生变化。前者被称为力的外效应或运动效应，后者被称为力的内效应或变形效应。一般情况下，这两种效应同时存在。但是，为了使对问题的研究得到简化，通常将内、外效应分开研究。本篇主要研究力的外效应，第二篇主要研究力的内效应。

力的外效应又可分为移动效应、转动效应及其特例——平衡。例如踢足球，若力恰好通过球心，则只有移动效应；若力不过球心，则既有移动效应，又有转动效应。

2. 力的三要素

实践证明，力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点，称作力的三要素。只要改变三要素中的任何一个要素，力的作用效果就会改变。

力的大小表示物体间相互机械作用的强弱。

力的方向包含力的作用线的方位和指向两层含义。例如重力的方向“竖直向下”，“竖直”是方位，“向下”是指向。

力的作用点是指力作用在物体上的位置。在实际问题中，物体相互作用的位置并不是一

个点，而是物体的一部分面积或体积。因此把作用在这一位置上的力称作分布力。但当分布力的面积很小时，则可抽象为一个点，此时的力称作集中力。事实上，集中力并不存在，它只不过是分布力的理想化而已。对刚体而言，分布力的作用效果可以用一个集中力来代替，以使问题得到简化。

3. 作用力与反作用力

既然力是物体间的相互作用，所以当物体甲对物体乙施加一作用力时，物体乙必然同时对物体甲施加一个反作用力。作用力与反作用力，总是大小相等、方向相反并沿同一直线、分别作用在两个物体上。这就是说，力总是以作用与反作用的方式存在和传递的。

4. 力的矢量表示法

力具有大小和方向，所以力是矢量，且服从矢量合成的平行四边形法则。它可以用一条定位的有向线段来表示，如图 1-1 所示。其中线段长度按一定的比例尺表示力的大小；线段的方位（与水平线的夹角 θ ）、箭头指向表示力的方向；线段的起点或终点表示力的作用点；线段所在直线称作力的作用线。在正式出版物中用黑体大写字母表示力的矢量，如 F ；用普通字母表示力的大小。矢量 $C=A+B$ 与 $c=a+b$ 是完全不同的两个概念，书写时一定要严格区分。

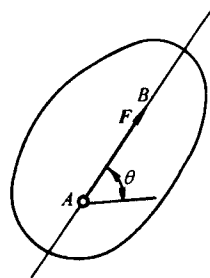


图 1-1

【思考题】

- 1 力是物体间相互的机械作用中的“作用”一词应如何理解？
- 2 “力是维持物体运动的原因”、“力是物体静止的原因”，这些话是否正确？
- 3 有人说：“炮弹从炮口飞出，在火药爆炸力的推动下，飞到了 10km 以外的山头上”。用力学观点分析这句话是否正确？
- 4 为什么说力存在“三要素”？
- 5 试区别 $F=F_1+F_2$ 和 $F=F_1+F_2$ 两式代表的意义？
- 6 如何理解力作用的相互性？

二、力系的概念

力系是指作用在物体上的一群力。一个力是最简单的力系。在保持对刚体作用效果不变的前提下，用一个简单力系代替一个复杂力系的作法，称作力系的简化。而这两个力系被称为互为等效力系。如果一个力与一个力系等效，则称此力为该力系的合力。求合力的过程称作力系的合成；该力系中的各力称作其合力的分力。

力系按作用线是否在同一平面内，分为平面力系与空间力系；按作用线间的相互位置，力系又可分为：汇交力系——力的作用线都汇交于一点的力系；平行力系——力的作用线都相互平行的力系；任意力系——力的作用线既不都汇交于同一点，又不都相互平行的力系。

若力系中的各力对物体的作用效果彼此抵消而使物体保持平衡，这种力系被称为平衡力系。一个平衡力系对刚体的作用效果为零，所以在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，新力系与原力系对刚体的作用效果相同（称作加减平衡力系公理），它是力系简化的基本方法之一。

一个力系成为平衡力系所必须满足的条件称为平衡条件。作用在同一刚体上的两个力平衡的必要与充分条件是：这两个力大小相等、方向相反且作用在同一直线上，称做二力平衡

条件。如果刚体在同一平面内的互不平行的三个力作用下而平衡，那么这三个力的作用线必汇交于一点，力的这条性质被称作三力平衡汇交定理。

【思考题】

- 1 在同一平面内的四个互不平行的力满足什么条件才可能平衡？
- 2 由 n 个互不平行的力构成的平面平衡力系，若其中有 $(n-1)$ 个力的作用线汇交于一点，问：另一力的作用线是否一定交于此点？
- 3 试将三力平衡汇交定理改写成三力平衡条件。

三、力的投影

1. 力在平面直角坐标轴上的投影

设力 F 作用在物体上的 A 点 (如图 1-2a 所示)。在力 F 所在平面内取 x 轴从力 F 的始端 A 和终端 B 分别向 x 轴作垂线。得垂足 a 与 b ，线段 ab 的长度冠以适当的“+、-”号，就表示力 F 在 x 轴上的投影，记作 F_x 。如果从始端垂足 a 到终端垂足 b 的指向与投影轴的指向一致，则力在该轴上的投影为正，反之为负 (如图 1-2b)。若力与 x 轴的夹角为 α ，则有：

$$F_x = F \cos \alpha \quad (1-1)$$

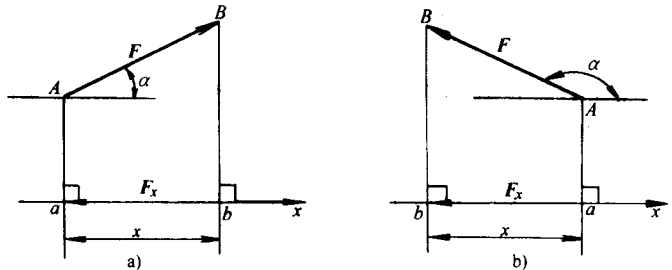


图 1-2

【结论】 力在某轴上的投影，等于力的大小乘以力与投影

轴正向间的夹角的余弦。当 α 为锐角时，投影为正值；当 α 为钝角时投影为负值。故力在轴上的投影为代数量。

现在讨论两种特殊情况：

- (1) 若力平行于投影轴，即 $\alpha=0$ 或 $\alpha=180^\circ$ ，则 $F_x=F$ 或 $F_x=-F$ 。
 - (2) 若力垂直于投影轴，即 $\alpha=90^\circ$ ，因而 $F_x=0$ 即力在 x 轴上的投影等于零。
- 若将力向两正交轴投影 (如图 1-3)，则有

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta = F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1-2)$$

如果已知一力 F 在坐标轴上的投影分别为 F_x 和 F_y ，则该力的大小和方向为

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \cos \alpha &= F_x / F \\ \cos \beta &= F_y / F \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中 α 和 β 分别表示力 F 与 x 和 y 轴的正向间的夹角。

2. 力的分解

两个共点力可以根据平行四边形法则合成为一个合力。但是，要将一个力分解为两个分力，必须给以必要的限定条件，否则将会有无数种分解结果。工程中常用的是正交分解，见图 1-4。

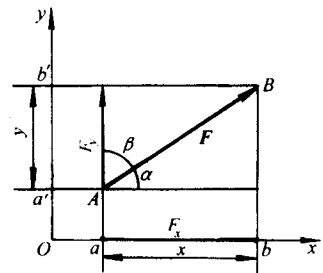


图 1-3

$$F = F_x + F_y \quad (1-4)$$

比较图 1-3 和图 1-4 可知, 力 F 的投影 F_x (或 F_y) 的绝对值, 等于分力 F_x (或 F_y) 的大小。投影的正负号指明了分力 F_x (或 F_y) 与 x (或 y) 轴同向还是反向。可见力在直角坐标轴上的投影, 可以同时表明力沿直角坐标轴的分力的大小和方向。分力与投影的区别在于前者为矢量, 而后者为代数量。

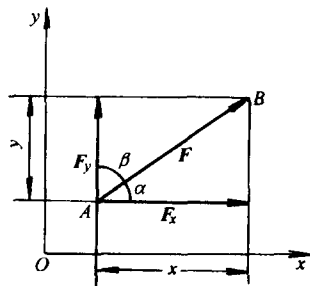


图 1-4

3. 合力投影定理

合力投影定理建立了合力的投影与分力的投影之间的关系。在图 1-5 中, $R = F_1 + F_2$, 由力投影的定义可知:

$$R_x = ac, F_{1x} = ab, F_{2x} = -bc,$$

$$\text{因为 } ac = ab + (-bc)$$

$$\text{所以 } R_x = F_{1x} + F_{2x}$$

同理可得

$$R_y = F_{1y} + F_{2y}$$

此关系可以推广到多个共点力(亦即平面汇交力系)作用的情况下, 则有

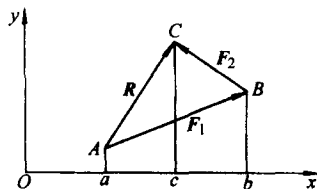


图 1-5

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} \quad (1-5)$$

【结论】 平面汇交力系的合力在某轴上的投影等于各分力在同一轴上的投影的代数和。这就是合力投影定理。

若已知力在两坐标轴上的投影, 应用式(1-3)可求得合力的大小和方向, 即

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$\tan\theta = |R_y/R_x| = |\sum F_y/\sum F_x| \quad (1-6)$$

合力的作用线通过汇交点。

【例题 1-1】 求平面共点力的合力。已知 $F_1 = 200\text{N}$ 、 $F_2 = 300\text{N}$ 、 $F_3 = 100\text{N}$ 、 $F_4 = 250\text{N}$ 、 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 60^\circ$ 、 $\gamma = 45^\circ$ 、 $\theta = 45^\circ$ 。

解 (1) 各力在 x 轴上的投影为

$$F_{1x} = F_1 \cos\alpha = 200\text{N} \times \cos 30^\circ = 173.2\text{N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos\beta = -300\text{N} \times \cos 60^\circ = -150\text{N}$$

$$F_{3x} = -F_3 \cos\theta = -100\text{N} \times \cos 45^\circ = -70.7\text{N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos\gamma = 250\text{N} \times \cos 45^\circ = 176.8\text{N}$$

(2) 各力在 y 轴上的投影为

$$F_{1y} = F_1 \sin\alpha = 200\text{N} \times \sin 30^\circ = 100\text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin\beta = 300\text{N} \times \sin 60^\circ = 259.8\text{N}$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin\theta = -100\text{N} \times \sin 45^\circ = -70.7\text{N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin\gamma = -250\text{N} \times \sin 45^\circ = -176.8\text{N}$$

(3) 由合力投影定理得

$$R_x = \sum F_{ix} = (173.2 - 150 - 70.7 + 176.8) \text{N} = 129.3 \text{N}$$

$$R_y = \sum F_{iy} = (100 + 259.8 - 70.7 - 176.8) \text{N} = 112.3 \text{N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = (\sqrt{129.3^2 + 112.3^2}) \text{N} = 171.26 \text{N}$$

$$\cos \phi = R_x / R = 129.3 / 171.26 = 0.755 \quad \phi = 40.99^\circ$$

式中的 ϕ 为合力与 x 轴正向间的夹角(见图 1-7)。

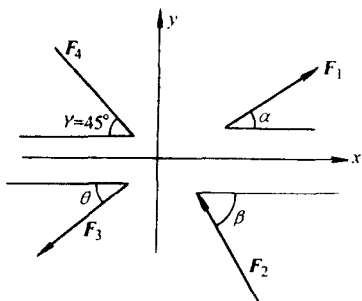


图 1-6

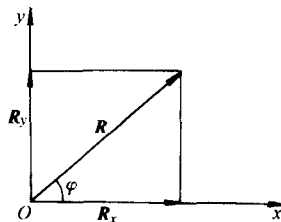


图 1-7

第二节 力对点之矩与平面力偶

在研究比较复杂的力系的合成与平衡问题时,不仅需要掌握力矩与力偶的概念,而且要学会计算它们的大小。这些知识在理论上和实际应用方面都有重要意义。

一、力对点之矩

【问题】 如果说力对物体在某方向上的移动效应可用力在轴上的投影来描述的话,那么力对物体的转动效应又用什么物理量来描述呢?

【方法】 用力对点的矩来描述力对物体的转动效应。

用活络扳手拧紧或松开右旋螺母(如图 1-8 所示)为例说明之。

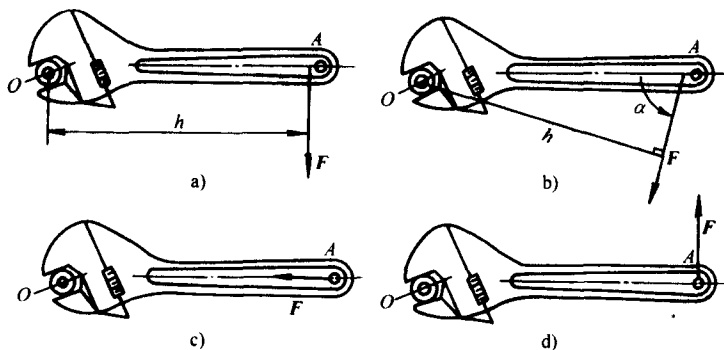


图 1-8

图 1-8a、b 为拧紧螺母,图 1-8d 为松开螺母。无论拧紧,还是松开螺母,都不会像图 1-8c 那样。由试验可知,拧动螺母的作用效果,不仅与力 F 的大小有关,而且与点 O 到力 F 的

作用线的垂直距离（称为力臂） h 有关；此外，力 F 使扳手绕点 O 转动方向不同，作用效果也就不同。

【结论】 力 F 使物体绕点 O 转动的效果，完全由下述两个因素决定：

- (1) 力的大小与力臂的乘积 $F \cdot h$ 。
- (2) 力使物体绕点 O 转动的方向。

这两个因素可用一个代数量——力对点之矩（简称力矩）来概括。

上述结论虽然是从有固定转动轴（螺母轴线）的情形下得出的，但可以推广到更普遍的情形，即矩心 O 可以任意选取。这样平面问题中的力对点之矩便可定义如下：

在平面问题中，力对点之矩是一个代数量，它的绝对值等于力的大小与力臂的乘积。其正负号规定为：力使物体绕矩心逆时针转动时为正，反之为负。力 F 对点 O 之矩记作 $M_O(F)$ ，其计算公式为

$$M_O(F) = \pm Fh \quad (1-7)$$

力矩的常用单位是 $\text{N} \cdot \text{m}$ （牛顿·米）或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ （千牛顿·米）。

【思考题】 在哪些情况下力对点之矩为零？

二、合力矩定理

【问题】 ①力对点之矩解决了单个力对物体的转动效应的度量问题，但是，有时力臂不易求出，因而直接按力矩定义计算力矩比较困难。②物体在多个平面力作用下的转动效应如何度量？

【方法】 用合力与分力对同一点力矩的关系——合力矩定理求解

可以证明：平面汇交力系的合力对平面内任一点的力矩等于力系中各分力对同一点的力矩的代数和。即

$$M_O(\mathbf{R}) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \cdots + M_O(F_n) = \sum M_O(F_i) \quad (1-8)$$

此关系称为合力矩定理。该定理的意义在于：①它可以简化某些情况下的力矩计算。②揭示了物体在多个力作用下的转动效应的度量问题。它不仅适用于平面汇交力系，而且对任何有合力的力系均成立。

【例题 1-2】 如图 1-9 所示，直齿圆柱齿轮受到啮合力 F_n 的作用。若 $F_n = 1.4\text{kN}$ ，压力角 $\alpha = 20^\circ$ ，齿轮节圆半径 $r = 60\text{mm}$ ，求力对轮心 O 的力矩。

解一 按力矩定义求解（见图 1-9a），即

$$M_O(F_n) = F_n \cdot h$$

其中力臂 $h = r \cos \alpha$ ，故

$$M_O(F_n) = F_n \cdot r \cos \alpha = 1.4\text{kN} \times 60\text{mm} \times \cos 20^\circ = 78.93(\text{N} \cdot \text{m})$$

解二 按合力矩定理求解（见图 1-9b），将力 F_n 分解为圆周力 F_t 和径向力 F_r ，则

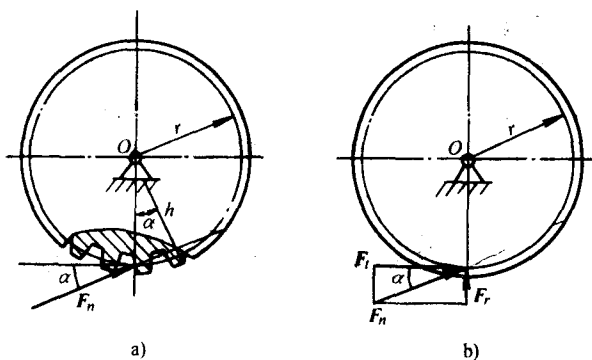


图 1-9

$$M_O(\mathbf{F}_n) = M_O(\mathbf{F}_t) + M_O(\mathbf{F}_r)$$

由于径向力通过矩心,故

$$M_O(\mathbf{F}_r) = 0$$

于是可得

$$M_O(\mathbf{F}_n) = M_O(\mathbf{F}_t) + M_O(\mathbf{F}_r) = F \cos \alpha \cdot r + 0 = 1.4 \text{ kN} \times \cos 20^\circ \times 60 \text{ mm} = 78.93 \text{ N} \cdot \text{m}$$

可见两种方法的计算结果相同。

【例题 1-3】 图 1-10 所示的起重机机臂用液压装置驱动。已知 a 、 b 、 θ , 求液压缸推力 F 对支座 O 点的力矩。

解 此题若用力矩定义求解力 F 对 O 点的力矩则较困难, 而用合力矩定理计算则较方便。由合力矩定理得

$$M_O(\mathbf{F}) = M_O(\mathbf{F}_x) + M_O(\mathbf{F}_y) = F_x b + F_y a = F(b \sin \alpha + a \cos \alpha)$$

【练习题 1】 如图 1-11 所示, 为竖起塔架, 在 O 点外以固定铰支座与塔架相联接。图示位置绳的拉力为 F , 图中 a 、 b 、 α 均为已知量。求 F 对 O 点之矩 (用两种方法求解)。

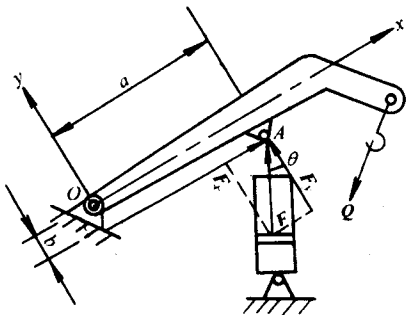


图 1-10

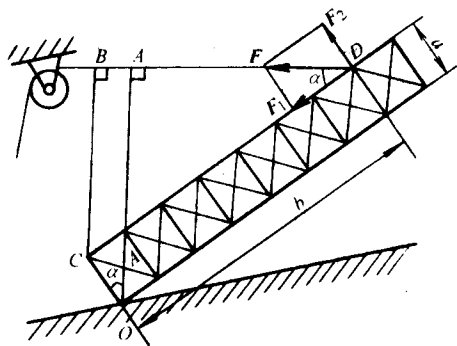


图 1-11

【练习题 2】 简支刚架如图 1-12 所示, 载荷 $F = 10 \text{ kN}$, $\theta = 45^\circ$, 其他尺寸如图 1-12 所示。试分别求出力 F 对 A 、 B 两点的力矩 (用三种方法求解)。(答: $M_A(\mathbf{F}) = -28.28 \text{ kN} \cdot \text{m}$; $M_B(\mathbf{F}) = 7.07 \text{ kN} \cdot \text{m}$)

三、平面力偶

1. 力偶

在工程与生活实际中, 常见物体受两个等值、反向、不共线的平行力的作用, 如图 1-13 所示的拧水龙头、转动方向盘、钳工攻螺纹、电动机定子磁场对转子的电磁力的作用等。显然这种等值、反向、平行的两个力的合力等于零。但是, 由于它们不共线, 所以不能相互平衡, 但却能改变物体的转动状态。这种由两个大小相等、方向相反的平行力组成的力系, 称作力偶, 如图 1-14 所示, 记作 (F, F') 。力偶的两个力之间的垂直距离 d 称作力偶臂, 力偶所在平面称作力偶作用面。

2. 力偶矩

既然力偶由两个力组成, 它对物体的作用效果是使物体的转动状态发生改变, 故它对物体的转动

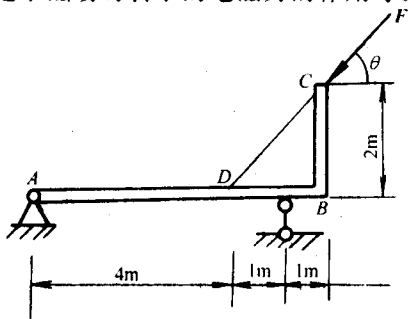


图 1-12

效果可用力偶的两个力对其作用面内任一点 O 的力矩来度量。如图 1-14 所示, 力偶 (F, F') 的力偶臂为 d , 力偶对点 O 的力矩为 $M_O(F, F')$, 则

$$M_O(F, F') = M_O(F) + M_O(F') = F \cdot aO - F \cdot bO = F(aO - bO) = Fd$$

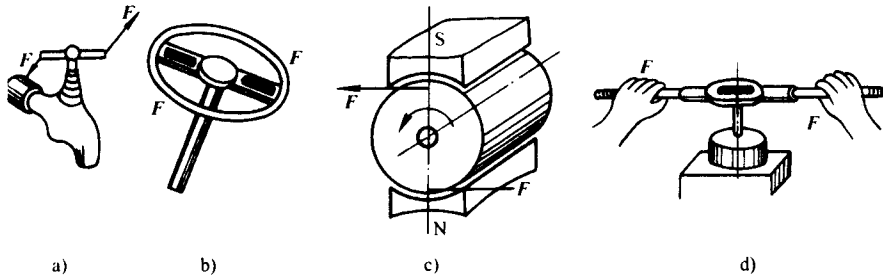


图 1-13

因为矩心 O 是任意选取的, 所以力偶的作用效果取决于力的大小和力偶臂的长短, 而与矩心的位置无关。力与力偶臂的乘积称为力偶矩, 记作 $M(F, F')$, 简记为 M 。

由于力偶在平面内的转向不同, 它对物体的作用效果也不同。因此, 力偶对物体的作用效果取决于如下两个因素:

- (1) 力的大小与力偶臂的乘积。
- (2) 力偶在作用面内的转向。

如把力偶矩视为代数数量, 就可以包括上述两个因素, 即

$$M = \pm Fd \quad (1-9)$$

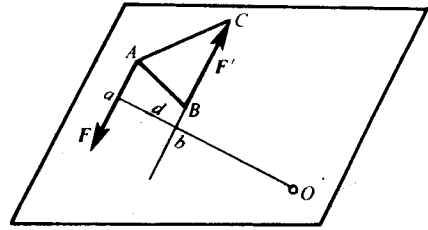


图 1-14

【结论】 力偶矩是一个代数数量, 其绝对值等于力的大小与力偶臂的乘积, 正负号表示力偶的转向: 逆时针转向为正, 顺时针转向为负。力偶矩的单位也是牛顿·米 ($N \cdot m$)。

3. 力偶的性质

力偶是一个特殊的力系。虽然力偶中的每个力具有一般力的性质, 但是, 作为整体考虑时, 则表现出与单个力不同的性质。因此说力偶与力是两个基本力学要素。力偶具有下列性质:

性质(1) 力在任何轴上的投影均为零。

性质(2) 力偶无合力。

由于力偶中的两个力等值、反向、平行但不共线, 所以力偶不是一对平衡力。因此, 力偶无合力, 也不能用一个力平衡, 力偶只能用力偶来平衡。

在后面各章所列力的投影式平衡方程时, 要注意性质(1); 而在解题时要注意性质(2)。

性质(3) 力偶对作用面内任一点力矩的代数和, 恒等于力偶矩。

性质(4) 平面力偶的等效条件

在同一平面内的两个力偶, 如果力偶矩的大小相等, 转向相同, 则这两个力偶彼此等效, 即可以互相替换。这就是平面力偶的等效条件。它告诉我们, 一个力偶对物体的作用效果完全取决于其力偶矩, 而与力偶在作用面内的位置、力与力偶臂等单独因素无关。据此可以得出如下两个推论:

①力偶的可移转性: 力偶可以在其作用面内任意移动和转动, 而不会改变力偶对物体的作