



西安交通大学

研究生创新教育系列教材

非线性电路理论及应用

刘崇新



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



西安交通大学

TM132/8

2007

研究生创新教育系列教材

非线性电路理论及应用

学白民

刘崇新

西安交通大学出版社
ISBN 978-7-5542-2292-1

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第111111号

作者	刘崇新
出版	西安交通大学出版社
地址	西安交通大学出版社
电话	029-82664015 82680096
邮编	710049
网址	http://www.xjtu.edu.cn
字数	30万字
开本	787mm×1092mm 1/16
版次	2007年11月
印次	2007年11月
书号	ISBN 978-7-5542-2292-1

西安交通大学出版社

西安·西大街·西安路

内容简介

本书是为研究生编写的一本介绍非线性电路理论及应用的基础教材,全书共分为10章。主要内容有:非线性电阻电路、非线性电阻电路代数方程的求解、非线性动态电路的理论分析、动力学中的常微分方程几何理论、非线性系统的经典解法、离散动力学系统、分形、离散动力学系统的混沌分析、连续时间动力学系统的混沌分析、混沌及超混沌的控制、同步与应用。

本书可供高等学校电子与电气信息类研究生作为非线性电路理论及应用课程的基础教材使用,也可供有关科技人员参考。

本书立足于我国研究生非线性电路理论及应用课程的教学实际和国外非线性科学的发展,为了增强学生的非线性电路理论素养,为了引导和提倡学生的创新思维,通过比较分析和精心取材,既保留了足够的传统内容,又重点介绍了国外非线性科学研究的最新理论成果。

本书内容丰富,由浅入深,理论严谨,体系完整,便于教师备课,便于研究生和有关科技人员自学。

图书在版编目(CIP)数据

非线性电路理论及应用/刘崇新编著. —西安:西安交通大学出版社,2007.10
(西安交通大学研究生创新教育系列教材)
ISBN 978-7-5605-2592-1

I. 非… II. 刘… III. 非线性电路-研究生-教材
IV. TN711.4
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 157992 号

书 名	非线性电路理论及应用
编 著	刘崇新
出版发行	西安交通大学出版社
地 址	西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电 话	(029)82668315 82669096(总编办) (029)82668357 82667874(发行部)
印 刷	陕西丰源印务有限公司
字 数	350千字
开 本	727mm×960mm 1/16
印 张	19
版 次	2007年10月第1版 2007年10月第1次印刷
印 数	0001~3000
书 号	ISBN 978-7-5605-2592-1/TN·101
定 价	29.00元

版权所有 侵权必究

《研究生创新教育》总序

创新是一个民族的灵魂,也是高层次人才水平的集中体现。因此,创新能力的培养应贯穿于研究生培养的各个环节,包括课程学习、文献阅读、课题研究等。文献阅读与课题研究无疑是培养研究生创新能力的重要手段,同样,课程学习也是培养研究生创新能力的重要环节。通过课程学习,使研究生在教师指导下,获取知识的同时理解知识创新过程与创新方法,对培养研究生创新能力具有极其重要的意义。

西安交通大学研究生院围绕研究生创新意识与创新能力改革研究生课程体系的同时,开设了一批研究型课程,支持编写了一批研究型课程的教材,目的是为了推动在课程教学环节加强研究生创新意识与创新能力的培养,进一步提高研究生培养质量。

研究型课程是指以激发研究生批判性思维、创新意识为主要目标,由具有高学术水平的教授作为任课教师参与指导,以本学科领域最新研究和前沿知识为内容,以探索式的教学方式为主导,适合于师生互动,使学生有更大的思维空间的课程。研究型教材应使学生在过程中可以掌握最新的科学知识,了解最新的前沿动态,激发研究生科学研究的兴趣,掌握基本的科学方法;把教师为中心的教学模式转变为以学生为中心教师为主导的教学模式;把学生被动接受知识转变为在探索研究与自主学习中掌握知识和培养能力。

出版研究型课程系列教材,是一项探索性的工作,也是一项艰苦的工作。虽然已出版的教材凝聚了作者的大量心血,但毕竟是一项在实践中不断完善的工作。我们深信,通过研究型系列教材的出版与完善,必定能够促进研究生创新能力的培养。

西安交通大学研究生院

前 言

非线性科学是涉及现代物理学、电学、天体力学、非线性振动力学等当代各学科领域的重大研究课题,随着非线性科学研究的发展,非线性科学研究和计算已经形成了一套比较完整的理论分析和计算方法。

非线性电路理论仅仅是非线性科学研究的一个分支。本书是介绍非线性电路理论和应用的一本基础教材,全书分为 10 章。第 1 章为非线性电阻电路:主要介绍非线性电阻的伏安特性,分段线性化方法,工作在非线性范围的运算放大器,非线性电阻电路综合简介,描述非线性电阻电路的非线性代数方程。第 2 章为非线性代数方程的求解:主要介绍求解非线性代数方程的牛顿-拉夫逊法,应用友网络模型法求解非线性电阻电路,关于非线性电阻电路解答的唯一性定理,小信号分析法,非线性电阻电路具有多解的定理。第 3 章为非线性动态电路的理论分析:主要介绍非线性动态元件,非线性动态电路动态方程的系统化编写,非线性微分方程式解的存在性和唯一性,非线性微分方程数值解法,自治状态方程的流,非线性系统平衡点及其稳定性分析,李雅普诺夫(Lyapunov)函数法。第 4 章为动力学中的常微分方程几何理论:主要介绍 n 维自治系统及其轨道,二维线性自治系统的平衡点,中心流形定理,极限环,闭轨的存在性,系统的分岔分析,保守系统。第 5 章为非线性系统的经典解法:主要介绍摄动法,平均法,KBm 法(渐近法),多尺度法,谐波平衡原理,Volterra 级数分析。第 6 章为离散动力学系统:主要介绍离散动力系统,离散动力系统的稳定性分析,离散动力系统的双曲不动点,不变集合与吸引子,庞加莱(Poincaré)映射。第 7 章为分形:主要介绍自相似维,容量(Hausdorff)维,盒维数,分维数在电路中的应用。第 8 章是离散动力学系统的混沌分析:主要介绍离散动力学系统中的混沌,离散动力学系统的李雅普诺夫指数,Smale 马蹄映射,几个离散混沌系统的分析。第 9 章是连续时间动力学系统的混沌分析:主要介绍连续时间动力学系统的李雅普诺夫特性指数,同宿轨与判断非自治系统混沌的 Melnikov 方法,自治动力学系统中的混沌,Lorenz 系统,蔡氏对偶混沌电路分析,临界混沌系统分析,临界混沌系统的反结构形式,超混沌简介。第 10 章是混沌、超混沌的控制、同步与应用:

主要介绍反馈控制法,混沌系统的同步控制,混沌系统的异结构同步控制,超混沌系统同步控制等内容。

本书的出版得到了西安交通大学研究生院的资助和支持,谨在此表示感谢。西安交通大学韩崇昭教授和郑州大学高金峰教授在百忙中对本书进行了仔细审阅和修改,作者表示诚挚的感谢。还要感谢研究生王发强、逯俊杰对本书的编写作出的贡献。本书是作者对非线性科学研究工作者研究成果的有关归纳和综合,在此对本书所引用参考文献的作者以及所有从事非线性科学研究的学者谨表谢意。限于作者的水平和经验,本书中不妥和错误之处在所难免,恳请读者批评指正。

作者

2007年8月

目 录

第 1 章 非线性电阻电路	(1)
1.1 非线性电阻的伏安特性	(1)
1.2 分段线性化方法	(6)
1.3 工作在非线性范围的运算放大器	(7)
1.4 非线性电阻电路综合简介.....	(10)
1.5 描述非线性电阻电路的非线性代数方程.....	(13)
习 题	(17)
第 2 章 非线性电阻电路方程的求解	(20)
2.1 牛顿-拉夫逊法	(20)
2.2 应用友网络模型法求解非线性电阻电路.....	(24)
2.3 关于非线性电阻电路解答的唯一性定理.....	(27)
2.4 小信号分析法.....	(31)
2.5 非线性电阻电路具有多解的定理.....	(33)
习 题	(35)
第 3 章 非线性动态电路的理论分析	(37)
3.1 非线性动态元件.....	(37)
3.2 非线性动态电路动态方程的系统化编写.....	(41)
3.3 微分方程式解的存在性和唯一性.....	(48)
3.4 微分方程数值解法.....	(50)
3.5 自治状态方程的流.....	(61)
3.6 平衡点及其稳定性.....	(64)
3.7 李雅普诺夫函数法.....	(67)
习 题	(73)
第 4 章 动力学中的常微分方程几何理论	(75)
4.1 n 维自治系统及其轨道	(75)

4.2	二维线性自治系统的平衡点	(76)
4.3	中心流形定理	(81)
4.4	自治系统的极限环	(87)
4.5	极限环(闭轨)的存在性	(92)
4.6	系统的分岔	(94)
4.7	保守系统	(101)
	习 题	(104)
第 5 章	非线性系统的经典解法	(106)
5.1	摄动法	(106)
5.2	平均值法	(109)
5.3	KBM 法(渐近法)	(114)
5.4	多尺度法	(119)
5.5	谐波平衡原理	(122)
5.6	Volterra 级数分析	(124)
	习 题	(132)
第 6 章	离散动力学系统	(134)
6.1	离散动力系统	(134)
6.2	离散动力系统的稳定性	(139)
6.3	离散动力系统的双曲不动点	(141)
6.4	离散动力系统的不变集合与吸引子	(142)
6.5	庞加莱(Poincaré)映射	(145)
	习 题	(148)
第 7 章	分形	(149)
7.1	自相似维	(149)
7.2	容量(Hausdroff)维	(151)
7.3	盒维数	(152)
7.4	信息维数	(153)
7.5	关联维数	(153)
7.6	分维数在电路中的应用	(155)
	习 题	(166)
第 8 章	离散动力学系统的混沌分析	(168)
8.1	离散动力系统混沌定义	(168)
8.2	离散动力系统的李雅普诺夫指数	(172)
8.3	Smale 马蹄映射	(174)

8.4	离散混沌系统的分析	(177)
	习 题	(180)
第 9 章	连续时间动力学系统的混沌分析	(182)
9.1	连续时间动力系统的李雅普诺夫特性指数	(183)
9.2	同宿轨与判断非自治系统混沌的 Melnikov 方法	(185)
9.3	自治动力学系统中的混沌	(195)
9.4	Lorenz 系统	(201)
9.5	蔡氏混沌电路分析	(209)
9.6	临界混沌系统的混沌分析及电路实验的研究	(219)
9.7	临界系统的反结构形式	(234)
9.8	超混沌简介	(238)
	习 题	(249)
第 10 章	混沌、超混沌的控制、同步与应用	(251)
10.1	反馈控制法	(251)
10.2	混沌系统的同步控制	(262)
10.3	混沌系统的异结构同步控制	(269)
10.4	超混沌系统同步控制	(283)
	习 题	(290)
	参考文献	(292)

第 1 章 非线性电阻电路

在电路系统中,如果电路元件的参数与其电路变量(电压、电流、电荷和磁通链)有关,就称该元件为非线性元件,含有非线性元件的电路称为非线性电路。

实际电路元件的参数总是或多或少地随着电路变量(电压、电流、电荷和磁通链)而变化,所以,严格说来,一切实际电路都是非线性电路。但是,在实际工程计算中,特别是对于那些非线性程度比较微弱的电路元件作为线性元件来处理,不会带来本质上的差异,从而将会简化电路分析。但是,对于许多本质因素具有非线性特性的元件,如果忽略其非线性特性就将无法解释非线性电路所发生的物理现象;可能导致计算结果与实际量值相差太大而无意义,甚至可能还会产生本质的差异。由于非线性电路本身固有的特殊性,分析研究非线性电路具有极其重要的工程物理意义。

1.1 非线性电阻的伏安特性

在电阻电路中如果含有非线性电阻,该电路就称为非线性电阻电路。非线性电阻的参数随着其电压或电流而变化,非线性电阻的伏安关系不满足欧姆定律,而是遵循某种特定的非线性的函数关系,其符号如图 1-1(a)所示。

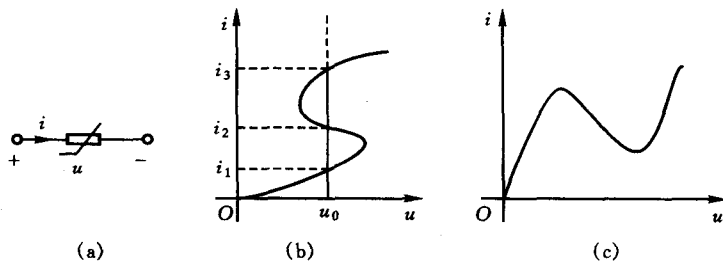


图 1-1 非线性电阻

(1) 流控型的非线性电阻 若非线性电阻的伏安关系表示为

$$u = f(i) \quad f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \quad (1.1.1)$$

则非线性电阻两端的电压是其电流的单值函数,被称为流控型的非线性电阻,其典型的伏安特性如图 1-1(b)所示,从其特性曲线上可以看到:对于同一电压值,与之对应的电流可能是多值的。独立电压源就是流控型电阻器,因为 $u = f(i) = \text{const}$ 。

(2) 压控型的非线性电阻 若非线性电阻的伏安关系表示为

$$i = g(u) \quad g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \quad (1.1.2)$$

则非线性电阻中的电流是其两端电压的单值函数,被称为压控型的非线性电阻,其典型的伏安特性如图 1-1(c)所示,从其特性曲线上可以看到:对于同一电流值,与之对应的电压可能是多值的。隧道二极管就具有这样的伏安特性。独立电流源就是压控型电阻器,因为 $i = g(u) = \text{const}$ 。

从图 1-1(b)、(c)中还可以看出,上述两种伏安特性曲线都具有一段下倾的线段,就是说在这一段范围内电流随着电压的增长反而下降,故在这一段范围内其动态电阻具有负电阻的特性。

(3) 单调型的非线性电阻 若非线性电阻的伏安特性是单调增长或单调下降的,它同时是电流控制又是电压控制的,其特性即可以用 $i = f(u)$ 或 $u = f(i)$ 表示。例如电阻 $R = \text{const} \neq 0$ 的电阻器就是这种电阻器。p-n 结二极管也属于此类非线性电阻,其伏安特性可用下列函数式表示

$$i = I_s (e^{\frac{u}{kT}} - 1) \quad (1.1.3)$$

式中: I_s 为一常数,称为反向饱和电流, q 是电子的电荷 ($1.6 \times 10^{-19} \text{C}$), k 是波尔兹曼常数 ($1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$), T 为热力学温度,而且为绝对温度,在 $T = 300 \text{K}$ (室温下)时

$$\frac{q}{kT} = 40(\text{J/C})^{-1} = 40\text{V}^{-1}$$

因此

$$i = I_s (e^{40u} - 1)$$

从式(1-3)可求得

$$u = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{1}{I_s} i + 1\right)$$

换句话说,电压可用电流的单值函数来表示,图 1-2 为 p-n 结二极管的伏安特性曲线。

特别要指出,线性电阻是双向性的,而许多非线性电阻却具有单向性。当加在非线性电阻两端的电压方向不同时,流过它的电流也完全不同,故其特性曲线不对称于原点。

为了计算上的需要,对于非线性电阻元件引用静态电阻和动态电阻的概念。

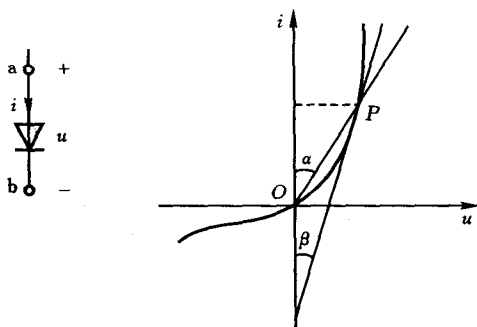


图 1-2 P-N 结二极管的伏安特性

定义非线性电阻元件在某一工作状态下(如图 1-2 中 P 点)的静态电阻 R 等于该点的电压值 u 与电流值 i 之比,即

$$R = \frac{u}{i}$$

显然 P 点的静态电阻正比于 $\tan\alpha$ 。

定义非线性电阻元件在某一工作状态下(如图 1-2 中 P 点)的动态电阻 R_d 等于该点的电压 u 对电流 i 的导数值,即

$$R_d = \frac{du}{di}$$

显然 P 点的动态电阻正比于 $\tan\beta$ 。

当非线性电阻元件串联或并联时,只有所有非线性电阻元件的控制类型相同,才有可能得出其等效电阻伏安特性的解析表达式。如果把非线性电阻元件串联或并联对外当作一个一端口时,则端口的电压和电流关系或伏安特性称为此一端口的驱动点特性。对于图 1-3(a)所示两个非线性电阻的串联电路,设两个非线性电阻的伏安特性分别为 $u_1 = f_1(i_1)$, $u_2 = f_2(i_2)$,用 $u = f(i)$ 表示图 1-3(a)所示两个非线性电阻串联电路的一端口伏安特性。根据 KCL 和 KVL,得

$$u = u_1 + u_2$$

又有

$$u = f_1(i_1) + f_2(i_2)$$

因此对所有 i ,则有

$$f(i) = f_1(i_1) + f_2(i_2)$$

所以,其驱动点特性为一个电流控制的非线性电阻,因此两个电流控制的非线性电阻串联组合的等效电阻还是一个电流控制的非线性电阻。

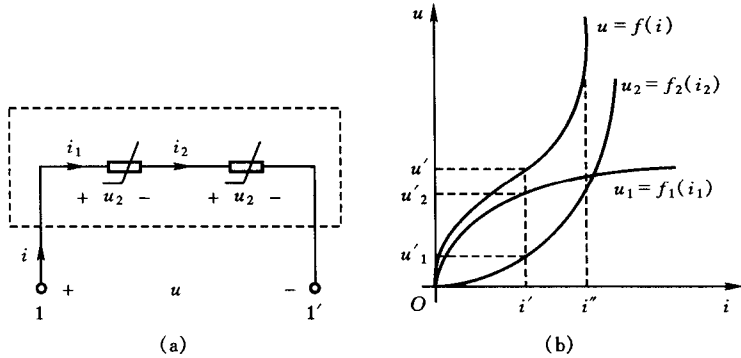


图 1-3 非线性电阻的串联

也可以用图解的方法来分析非线性电阻的串联电路。图 1-3(b)说明了这种分析方法,即在同一电流值下将 u_1 和 u_2 相加可得出 u 。

例如,当 $i' = i'_1 = i'_2$ 时,有 $u_1 = u'_1, u_2 = u'_2$, 而 $u' = u'_1 + u'_2$ 。取不同的 i 值,可逐点求出其等效伏安特性 $u = f(i)$, 如图 1-3(b)。

如果这两个非线性电阻中有一个是电压控制型,在电流值的某范围内电压是多值的。很难写出其一端口等效伏安特性 $u = f(i)$ 的解析式。但是用图解的方法不难获得其等效非线性电阻的伏安特性。

图 1-4(a)所示电路由线性电阻 R_0 和直流电压源 U_0 及一个非线性电阻 R 组成。线性电阻 R_0 和电压源 U_0 的串联组合可以是一个线性一端口的戴维宁等效电路。设非线性电阻的伏安特性如图 1-4(b)所示。这里介绍另一种图解法,称为“曲线相交法”。应用这种图解法可以求出图 1-4(a)虚线方框所示一端口的伏安特性。

此电路可能有一个、两个或三个工作点。对此电路用 KVL, 可得下列方程

$$\begin{aligned} U_0 &= R_0 i + u \\ u &= U_0 - R_0 i \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

此方程可以看作是图 1-4(a)虚线方框所示一端口的伏安特性。它在 $u-i$ 平面上是一条如图 1-4(b)中的直线 \overline{AB} 。设非线性电阻 R 的伏安特性可表示为

$$i = g(u) \quad (1.1.5)$$

直线 \overline{AB} 与此伏安特性的一个交点 (U_{Q2}, I_{Q2}) 同时满足式 (1.1.4) 和式 (1.1.5), 选交点 (U_{Q2}, I_{Q2}) 作为该电路的工作点。所以有

$$U_0 = R_0 I_{Q2} + U_{Q2}$$

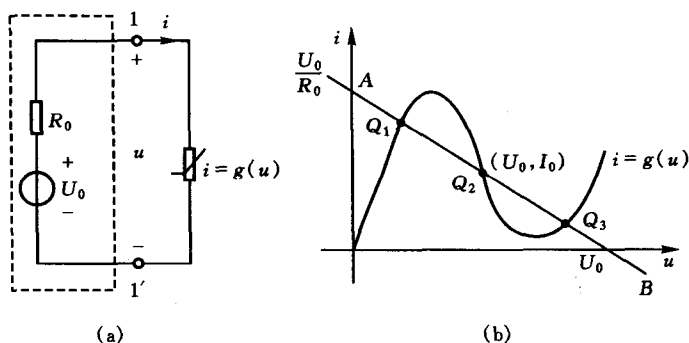


图 1-4 静态工作点

$$I_{Q1} = g(U_{Q1})$$

交点 $Q(U_{Q2}, I_{Q2})$ 称为电路的静态工作点, 它就是图 1-4(a) 所示电路的解集中的一个解。在电子电路中直流电压源通常表示偏置电压, R_0 表示负载, 故直线 \overline{AB} 通常表示称为负载线。

图 1-5 所示为两个非线性电阻的并联电路。按 KCL 和 KVL, 有

$$u = u_1 = u_2, \quad i = i_1 + i_2$$

设两个非线性电阻均为电压控制型的, 其伏安特性分别表示为

$$i_1 = f_1(u_1), \quad i_2 = f_2(u_2)$$

由此并联电路组成的一端口的驱动点特性用 $i = f(u)$ 来表示。利用以上关系, 可得

$$i = f_1(u) + f_2(u)$$

所以此一端口的驱动点特性是一个电压控制型的非线性电阻。如果并联的非线性电阻之一不是电压控制的, 就得出以上的解析式, 但可以用图解法来解。

用图解法来分析非线性电阻并联的非线性电阻电路时, 把在同一电压值下的各并联非线性电阻的电流值相加, 即可得到所需要的驱动点特性。

对于一个含有独立电源的特定的非线性电阻电路, 若将其中任意一个独立电压源或独立电流源分离出来, 构成一个独立电源激励下的一端口 N_L 。对于这种特定的非线性电阻电路, 它的一端口驱动点特性是指: 一端口内部所有独立电源均为定值时, 改变端口电压 u_s (或端口电流 i_s), 在一端口 $i-u$ 平面上绘制的端口伏安特性曲线, 这种一端口驱动点特性图简称为 DP (driving point) 图。注意: 对于同一个电路, 当抽出其中不同的电源时, 就可以形成不同的一端口, 端口

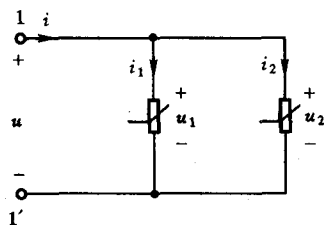


图 1-5 非线性电阻的并联

就有不同的驱动点特性。

对于非线性电阻电路形成的二端口 N_L , 当 N_L 的一个端口接有电压源或电流源, 该端口称为驱动端口, 另一个端口开路或短路, 称为响应端口。

当二端口 N_L 内部所有独立源取定值时, 驱动端口的电压 u_s (或电流 i_s) 与响应端口的电压 u 或电流 i 的变化曲线称为转移特性, 这种转移特性图简称为 TC (transfer characteristic) 图。

1.2 分段线性化方法

分段线性化方法 (又称折线法) 是研究非线性电路的一种有效方法, 它的特点在于能把非线性的求解过程分成几个线性区段, 就每个线性区段来说, 其伏安特性可用直线的斜率和表征该段直线的电压和电流来唯一地确定, 因而又可以应用线性电路的计算方法。

图 1-6(a) 中的虚线为隧道二极管的伏安特性, 此特性可用图示的三段直线来粗略地表示。假设这三段直线的斜率分别为

$$G = G_a, \quad \text{当 } u \leq U_1 \quad (\text{区域 1})$$

$$G = G_b, \quad \text{当 } U_1 < u \leq U_2 \quad (\text{区域 2})$$

$$G = G_c, \quad \text{当 } u > U_2 \quad (\text{区域 3})$$

其中 U_1 、 U_2 确定了这三个区域, 而 U_1 和 U_2 为转折点的电压值。图 1-6(a) 所示的伏安特性可以分解为三个伏安特性, 即直线 \overline{AOB} 、折线 $\overline{EU_1C}$ 和 $\overline{EU_2D}$, 并设图 1-6(a) 中有关直线段的斜率分别为 G_1 、 G_2 和 G_3 , 根据非线性电阻 (或电导) 并联的图解法原则, 就可以确定 G_1 、 G_2 和 G_3 。

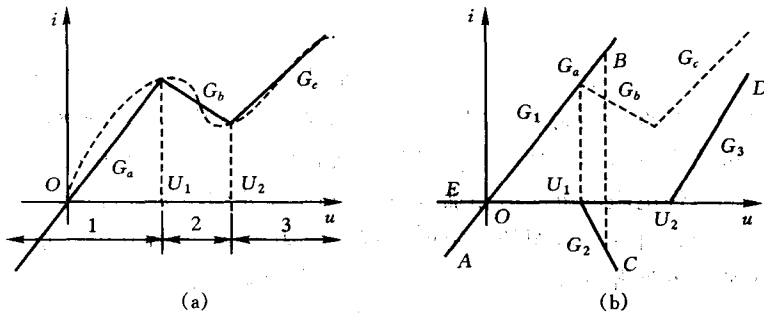


图 1-6 分段线性化特性的合成

在区域 1 应当有

$$G_1 u = G_a u \quad \text{或} \quad G_1 = G_a$$

在区域 2 有

$$G_1 u + G_2 u = G_b u \quad \text{或} \quad G_1 + G_2 = G_b$$

同理,在区域 3 有

$$G_1 u + G_2 u + G_3 u = G_c u \quad \text{或} \quad G_1 + G_2 + G_3 = G_c$$

因此,可得

$$G_1 = G_a, \quad G_2 = G_b - G_a, \quad G_3 = G_c - G_b$$

而图 1-6(a)所示的伏安特性则是 G_1 、 G_2 和 G_3 这三个电导并联后的等效电导的伏安特性。其静态工作点也可以用图解法来确定。不过应当注意,如果静态工作点位于图 1-7(a)所示的位置,表示该点确实是工作点,如果负载线与分段线性的伏安特性交点位于图 1-7(b)所示位置,则只有 Q_3 为实际的工作点,而 Q_1 、 Q_2 并不代表实际的工作点,因为其交点并不位于对应的区段。

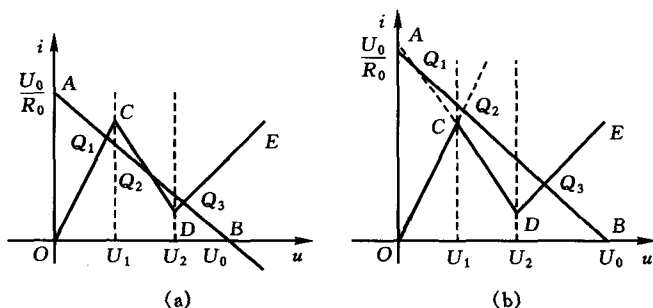


图 1-7 隧道二极管的静态工作点

在用折线表示非线性电阻的伏安特性后,对每一段直线都可以用戴维宁或诺顿等效电路来代替。其等效电流源是其直线在坐标纵轴(电流轴)上的截距,而等效电压源则是其直线在坐标横轴(电压轴)上的截距。其等效的 G 或 R 参数则取决于对应的各段直线的斜率。应该注意,非线性电阻伏安特性中垂直线段必须用戴维宁等效电路来代替;水平线段必须用诺顿等效电路来代替。

1.3 工作在非线性范围的运算放大器

在线性电路中,把运放的工作范围局限在线性区域,即认为输出电压 u_o 与 u_d 成正比,而且

$$-U_{\text{sat}} < u_o < U_{\text{sat}}$$

± U_{sat} 为运放输出电压的饱和值。

设运放的放大倍数 A 为无限大, 并考虑到输出电压达到饱和值, 则运放的输出电压 u_o 与差动电压 u_d 之间的关系可用图 1-8 所示特性曲线来表示。这时可用以下表达式描述运放的工作状态

$$i^- = 0, \quad i^+ = 0$$

$$u_o = U_{\text{sat}} \frac{|u_d|}{u_d}, \quad u_d \neq 0$$

这里把电压的关系分为 3 个区域来考虑:

线性区 $u_d = 0, \quad -U_{\text{sat}} < u_o < U_{\text{sat}}$

正饱和区 $u_o = U_{\text{sat}}, \quad u_d = (u^+ - u^-) > 0$

负饱和区 $u_o = -U_{\text{sat}}, \quad u_d = (u^+ - u^-) < 0$

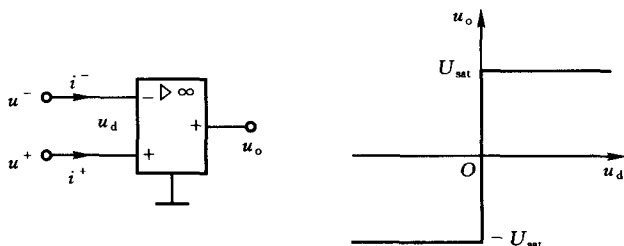


图 1-8 理想运放的饱和 $u_d - u_o$ 特性

注意, 在正饱和区和负饱和区, 差动输入电压不再等于零, 而在线性区 u_d 被强制为零。在线性区工作时, u_d 虽然等于零, 但 u_o 是不定值而其大小取决于外电路。当运放在正饱和区和负饱和区工作时, 说它在非线性区工作。

图 1-9 所示电路是一个实现分段线性电阻的电路, 其中运放通过 R_f 实现负反馈, 通过 R_a 和 R_b 实现正反馈。如果计及运放工作在饱和区的情况, 这个电路的输入电阻在一定范围内具有负电阻的性质。现主要分析这个电路的驱动点特性。

在线性区, 对于图 1-9(a) 根据“虚短”, 有 $u = u_2$, 根据“虚断”, 由于流过 R_a 中的电流等于流过 R_b 中的电流, 因此可以得出

$$u_2 = \frac{R_b}{R_a + R_b} u_o = \alpha u_o$$

其中 $\alpha = \frac{R_b}{R_a + R_b}$, 而 $u_o = \frac{1}{\alpha} u$ 。

应用 KVL, 有

$$u = R_f i + u_o$$