

崔家骥 著

现代控制系统 设计理论的新发展

(第二版)



科学出版社

www.sciencep.com

现代控制系统 设计理论的新发展

(第二版)

崔家骥 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书详细介绍了一个与现有现代控制理论中最基本的设计原则——分离原则完全不同的综合设计的原则和途径. 这一设计新途径首次根据观测器设计的结果来设计一个可以带有限制的状态反馈控制. 这一限制根据不同的系统条件而不同, 并因此能完全统一现有的两个基本控制形式, 即不带限制的状态反馈控制和最带限制的静态输出反馈控制. 因此这一新的状态反馈控制被称为“广义状态反馈控制”. 这一途径可以在大多数系统的情况下第一次保证实现广义状态反馈控制的鲁棒性. 广义状态反馈控制可以比别的基本控制形式有效得多地提高反馈系统的性能和鲁棒性, 而性能和针对系统的模型误差和输入扰动的鲁棒性又是实际控制系统的关键要求. 因此, 本书不仅丰富和发展了状态空间控制理论, 还为这一理论的广泛实际应用创造了必要的条件.

本书可供从事控制理论研究的学生、教师、科研人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

现代控制系统设计理论的新发展/崔家骥著. —2版. —北京:科学出版社, 2007
ISBN 978-7-03-019157-1

I. 现… II. 崔… III. 控制系统-系统设计 IV. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 088982 号

责任编辑:王志欣 潘继敏 / 责任校对:郑金红

责任印制:刘士平 / 封面设计:耕者工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1996年9月第一版 开本:B5(720×1000)

2007年7月第二版 印张:14

2007年7月第二次印刷 字数:255 000

印数:1 601—3 600

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

第二版前言

本书详细介绍了一个与现有现代控制理论中最基本的设计原则——分离原则完全不同的综合设计的原则和途径. 这一途径可以在大多数系统的情况下第一次保证实现广义状态反馈控制的鲁棒性. 广义状态反馈控制可以比别的基本控制形式有效得多地提高反馈系统的性能和鲁棒性, 而性能与针对系统的模型误差和输入扰动的鲁棒性又是实际控制系统的关键要求. 因此, 本书不仅丰富和发展了状态空间控制理论, 还为这一理论的广泛应用创造了必要的条件.

这一设计新途径首次根据观测器设计的结果来设计一个可以带有限制的状态反馈控制. 这一限制根据不同的系统条件而不同, 并因此能完全统一现有的两个基本控制形式, 即不带限制的状态反馈控制和最带限制的静态输出反馈控制. 因此我们把本书的这一新的状态反馈控制称为“广义状态反馈控制”.

相对于第一版及其十个主要新结果(见第一版前言), 本版作了以下两个方面的主要改进, 并分成 9 章来叙述.

首先针对第一个主要结果即本书的设计新途径, 本版在第 4 章对其优越性和合理性作了充分得多的证明. 本版证明了这一新的设计不但比现有的能实现状态反馈控制的鲁棒性的设计对更广泛的系统成立, 而且这一广泛性上的差别是极为显著的. 本版还特别根据一个 1996 年发表的结果(Wang, 1996)证明尽管本书的广义状态反馈控制带有限制, 但仍然非常有效并能在大多数的系统条件下保证控制系统的稳定性. 本版在 6.4 节还进一步强调这一新的设计途径可以通过自由调节观测器的阶数来有效调节控制系统的性能和鲁棒性.

本版第二方面的也是更重大的改进, 是用广义状态反馈控制配置特征结构的设计. 针对这一设计问题的设计方法, 本版在 8.1 节作了重大改进. 本版还根据 9.3 节内的比较叙述了特征结构配置设计相对于一些最优控制设计在关键的设计参数的设立和调整上的显著优越性, 并根据第 2 和第 3 章内的基本分析强调了特征结构配置设计相对于针对环路传递函数的范数的直接设计的普遍、重大的优越性. 这两个比较上的结论被分别列为本版的第九和第十个主要结果. 原版的第四和第十个主要结果, 即关于故障检测与自适应控制的结果, 则因为与本书的最主要的结果关系不大而没有被本版包括.

除了上述四个主要结果以外, 本版的其余第三到第八个主要结果及其对应章节列举如下. 三: 特征向量配置设计(8.2 节); 四: 最小阶函数观测器的设计(第 7 章); 五: 矩阵方程 $TA - FT = LC$ 的解(第 5 章); 六: 不观测所有系统状态就直接

产生广义状态反馈控制信号的基本设计概念及其推广(第3~7章);七:对现有状态反馈控制和静态输出反馈控制的完全统一(6.3节);八:一个普遍准确得多的并能被特征结构配置设计优化的鲁棒稳定性的测量(2.2.2节)。

可以说,本书的设计新途径(第一个结果)的提出基于第五、第六和第七个结果中的新理论和新观念,而其所赖以成立的广义状态反馈控制的优越性则在第二、第三、第八、第九和第十个结果中得到证实。

也可以说,如果本书的第一版强调了用经典控制论中的环路传递函数的概念来实现广义状态反馈控制的鲁棒性,那么本版则更强调了用现代控制论中的方法设计出来的广义状态反馈控制(及其对应的环路传递函数)能有效得多地提高控制系统的性能和鲁棒性。

本书的结构如下:第1~4章循序从系统模型到系统分析,再从提出设计要求到确定(新的)设计途径。第5章叙述对一个不同于 Sylvester 方程的矩阵方程的解及其计算问题。这个方程是本书第6~8章的设计问题的关键方程,而只有本章中解耦的解才能满足本书的设计要求。第6章和第7章各自根据一个不同的目的设计观测器。其中只有第6章的目的(即保证实现广义状态反馈控制的鲁棒性)才与本书的设计新途径有关。第8章和第9章用广义状态反馈控制来分别配置特征结构和实行二次型最优控制。9.3节还对这两章的设计作了比较。

因为本书一开始就涉及对多输入多输出系统的深入分析与设计,所以本书一般来说适合作为学过状态空间理论的研究生的教科书。另一方面,因为本书的数学工具仅为线性代数(为保证基础内容的完整,本书附录A还作了尽可能简明的介绍),又因为本书的每个问题都是从最基本的概念和内容开始介绍,所以本书也可作为实际科研设计人员和有系统/信号基础的理工科大学生的参考。本书每一章的后面都有习题供练习和理解该章的内容。另外附录B还列出了八个实际控制系统的数学模型供综合练习和参考。

为方便读者,本版最后还加了一个英语的内容索引。每个词都附有中文翻译。

作者希望能够通过本书的出版向读者介绍一个根本崭新、简单实用又有上述众多优点的基本设计原则与途径。

作者

2007.2

第一版前言

本书汇集了自 20 世纪 80 年代,特别是 20 世纪 90 年代以来发表的关于线性系统状态空间设计理论的研究成果.这些成果已经构成了一条比较完整的和崭新的设计途径.这一设计途径可以在兼顾系统性能的前提下,基本解决现有结果未能解决的低敏感性问题.性能及鲁棒性(后者即为对于系统参数变化和干扰的低敏感性)是对任何一个实际工程系统的两个既互相矛盾又不可忽视的主要要求.因此,这一新的设计途径不仅丰富和发展了状态空间设计理论,还为这一理论的广泛应用创造了必要的条件.

状态空间理论是从 20 世纪 60 年代发展起来的.在现有的理论中,状态反馈控制和实现状态反馈控制的观测器是完全分开来设计的.虽然这样设计出来的直接状态反馈系统能有某种最优的性能和低敏感性,但是在绝大多数情况下,带有实现这一最优状态反馈控制的观测器的反馈系统却没有同样的低敏感性.本书介绍的设计新途径是把状态反馈和实现它的观测器结合起来设计,也就是根据观测器的设计结果来设计状态反馈.这样设计出来的系统不但可以实现一种只稍带有限制的(广义的)状态反馈控制,而且可以拥有和相对于这一状态反馈控制的直接状态反馈系统完全相同的低敏感性.这一结果对于所有输出多于输入以及所有拥有一个以上稳定传输零点的系统都有效.对于其他的系统,该设计新途径也可以不加改变地应用,并能在维持敏感性方面达到某种最佳近似的程度.

控制理论主要由经典控制理论和状态空间(现代)控制理论所组成.与经典控制理论相比,状态空间理论能够更加详细准确地描述单一系统的性能和敏感性,但是对于反馈系统的敏感性的描述却不清楚.虽然本书只限于介绍状态空间理论,但是本书的分析和设计仍然能够充分地兼顾反馈系统的性能和低敏感性.这是因为本书充分应用了经典控制理论中的一个关键的基本概念——用环路传递函数来描述反馈系统的敏感性.当然,根据这一基本概念提出的设计要求仍然是由基于状态空间系统模型的设计来满足的.

控制理论的主要意义在于能够普遍地指导复杂控制系统的设计.这就要求控制理论能够提出真正兼顾系统的性能和低敏感性的设计要求.这又要求针对这些具体设计要求,控制理论能够提出真正系统的、简单的、普遍的和能充分利用设计自由度的解决方法.本书只对这些设计方法及其理论基础作集中的介绍,而不试图对现有状态空间理论的其他众多的结果作全面的介绍.对于一些特别是分析性质的数学结果,本书也只注重其物理意义和出处,不作详细的和严格的论述.

本书包括了下列 10 个主要的和在同类文献中尚未出现的新结果:

1. 一种可以实现(广义)状态反馈控制的输出反馈控制器的原理及设计方法. 这一控制器所在的反馈系统具有和其对应的状态反馈系统完全相同的低敏感性(第2,第3和第4章).

2. 用静态输出反馈/广义状态反馈来全面配置特征值和特征向量(4.1节).

3. 在特征值配置设计时,充分利用所有的剩余自由度来配置特征向量. 这一结果包括数值的迭代方法和解析的解耦方法(4.1,4.2节).

4. 能兼顾系统模型误差以及观测噪声影响的故障检测、定位和容错控制器,及其普遍、简明的设计程序(第5章).

5. 能实现任意(无限制)状态反馈控制的最小阶观测器,及其最简化的、系统性的和普遍的设计程序(3.4.1小节).

6. 矩阵方程 $TA - FT = LC$ (A 和 C 是任意的和能观的, F 的特征值是任意的)的解 (F, T, L) . 这一解与现有的“Sylvester”方程 $TA - FT = C$ 的解 (F, T) 有着根本不同. 这一解不仅不要求矩阵 A 和 F 有不同的特征值,而且还能使矩阵 F 的特征值完全解耦,并能使矩阵 T 的每一行都由其基向量来表示. 此外,这一解能使其所解的方程的剩余自由度得以充分利用,而这一方程又是状态空间设计理论中最基本的和最重要的方程(第2~5章).

7. 从反馈控制器的状态以及系统的输出观测中直接产生所需的状态反馈控制信号(而不是先产生系统的状态以后再产生状态反馈控制信号)的设计思想. 这一基本思想将第一次被运用在本书的整个设计途径中(而不只是运用在函数观测器的设计中)(第2~5章等).

8. 对状态空间理论中的未知输入观测器以及静态输出反馈这两个现有的基本控制结构的完全统一(3.4.2节).

9. 用新的更加普遍准确的理论公式以及每个单一特征值的敏感性,来测量和指导鲁棒稳定性的设计(1.3节).

10. 用自适应状态反馈控制的概念来设计故障包容控制器(4.2节).

以上10个结果中的前5个是具体的设计结果. 后5个是使这前5个结果得以产生的新理论、新基础、新方向和新概念. 因此本书中的设计新途径(第1个结果)是建立在一些重要的理论研究的发展和成果(第6~8个结果)上的. 除了第2和第3个结果以外(其中第3个结果中的一部分尚未公开发表),其他结果主要出自作者10年来发表的论文.

设计计算的可靠性也是极其实和重要的. 这是因为实际的控制设计问题是复杂的和需要大量运算的,而不可靠的计算方法在大量的计算中往往会因为初始数据误差和计算舍入误差的积累,最终使计算结果完全不可靠. 基于这一原因,本书尽量采取了可靠的设计计算程序,比如用海森堡型矩阵取代规范型矩阵,用正交线性变换取代普通线性变换,等等. 可靠的计算也是状态空间理论相对于经典控制理论的另一个重要优点,因为后者所要求的多项式计算往往是不可靠的.

因为本书提出了更高的设计要求(同时满足性能和低敏感性)和更可靠的计算要求,并且一开始就深入到多输入和多输出系统的普遍分析和设计中,所以,本书要求读者具有比较扎实的线性代数的基础.这一情况相似于经典控制论的发展要求读者具有比较扎实的复变函数的基础.但是本书所需的数学工具没有超出简单线性代数的范围.另外,线性代数计算的复杂性也因为数学软件的出现而在实际运用中大大简化了.本书的设计方法完全以计算机算法程序的形式出现,而这些程序中的每一步计算都已简化到了可以用现有数学软件一步完成的程度.为了使读者更好地掌握本书所需要的数学基础,作者在附录 A 中用尽可能简单的方式介绍了本书必需的线性代数和数值线性代数的一些基础结果.

总之,本书比较全面地涉及了状态空间理论的基本分析和设计问题,并给予了简明而深入的叙述和处理.因此本书适合作为学过一门控制理论课程的学生的教科书.本书包含的大部分内容是作者 20 世纪八九十年代发表的研究结果,其中有些结果是近日才发表的.因此本书也可以作为介绍最新的研究成果和研究方向的专著.本书还特别注重介绍了具体到计算问题和考虑到实际要求的设计方法.因此本书还可以供从事实际控制系统设计的工作者参考.

本书共分 5 章.第 1 和第 2 章分别对单一系统和反馈系统进行分析,主要集中在系统的性能和敏感性这两个方面.这一分析揭示了本书提出的新的设计途径的优越性和必要性.第 3 章介绍本书提出的、能实现广义状态反馈控制的输出反馈控制器的动态部分的设计.这一章是本书提出的新的设计途径的基础步骤,也是第 4 和第 5 章中介绍的设计方法的基础.第 4 章介绍产生状态反馈和广义状态反馈控制的部分,即本书的输出反馈控制器的输出部分的设计.该章主要介绍了特征结构配置的设计,同时也介绍了线性二次型最优控制的设计.第 5 章介绍了一个具体的故障检测、定位和容错控制器,它可以和第 3、第 4 章中的输出反馈控制器并行连接和运行.此外,每一章都有充足的例题解释.除了第 2 章以外的每一章的后面还有简单练习题.附录 A 简略地介绍了与本书内容有关的线性代数和数值线性代数的一些基本知识;附录 B 列举了 8 个综合性的设计题目.

作者多年来一直在美国工作,对国内的研究成果了解不够.本书是作者第一本中文专著,也是作者编写的第一本书,内容又基本上是全新的,因此难免有偏漏之处.希望能够得到国内同行的包涵和指正.

在本书的写作过程中,作者得到了纽约州立大学陈启宗教授、清华大学郑大钟教授和中国科学院自动化研究所郑应平教授的帮助.作者能够撰写本书与其伯父崔耀宗博士的帮助是分不开的.本书中由计算机辅助完成的计算和作图主要由 Mr. Reza Shahriar 协助完成.“李立聪基金”为本书的出版提供了资助费用,作者在此一并向他们表示感谢.

目 录

第二版前言

第一版前言

第 1 章 系统的数学模型和基本性质	1
1.1 两类不同的数学模型	1
1.2 状态空间模型的特征分解	7
1.3 系统的阶数和能控能观性质	9
1.4 系统的零极点	15
习题	17
第 2 章 单一系统的性能与敏感性	19
2.1 系统的性能	19
2.2 系统的敏感性和鲁棒性	26
2.2.1 特征值的敏感性(鲁棒性能)	28
2.2.2 系统稳定性的敏感性(鲁棒稳定性)	32
习题	36
第 3 章 反馈控制系统的敏感性	38
3.1 反馈控制系统的敏感性和环路传递函数	38
3.1.1 对于受控系统的数学模型误差的敏感性	39
3.1.2 对于控制输入扰动的敏感性	41
3.2 状态空间理论中的反馈控制系统的敏感性	44
3.2.1 状态反馈控制结构	44
3.2.2 静态输出反馈控制结构	46
3.2.3 观测器反馈控制结构(环路传递恢复(LTR))	47
第 4 章 一个新的反馈控制设计途径	55
4.1 观测器设计的一个基本概念——从观测器状态和系统输出直接产生状态反馈控制信号	56
4.2 观测器反馈系统的性能(分离定理)	60
4.3 现有状态空间设计与分离原则的八个不合理(Tsui, 2006)	62
4.4 一个新的和能实现广义状态反馈控制的鲁棒性的设计原则和输出反馈控制器	67
习题	71

第 5 章 矩阵方程 $TA-FT=LC$ 的解	75
5.1 系统的能观海森堡型的计算	75
5.1.1 单输出系统	75
5.1.2 多输出系统	77
5.2 矩阵方程 $TA-FT=LC$ 的解的计算	80
5.2.1 不重复的实数特征值(1×1 的约当块)	81
5.2.2 共轭复数和重复的特征值(大于 1×1 的约当块)	83
习题	89
第 6 章 能实现鲁棒性的观测器(动态部分)的设计	91
6.1 矩阵方程 $TB=0$ 的解的计算	91
6.2 例子和分析	93
6.3 对现有的两个基本控制结构的完全统一	103
6.4 用自由调节观测器的阶数来调节反馈系统的性能和鲁棒性 (Tsui,1999c)	104
习题	107
第 7 章 最小阶观测器的设计	111
7.1 设计公式	111
7.2 设计计算程序及其分析	113
7.3 这一设计及其结果的意义(Tsui,1998a,2003a)	119
习题	122
第 8 章 反馈控制设计——特征结构配置	126
8.1 特征值的选择和配置	126
8.1.1 特征值(极点)的选择	126
8.1.2 用状态反馈控制配置特征值	128
8.1.3 用广义状态反馈控制配置极点	130
8.1.4 对广义状态反馈控制设计的调整(Tsui,2005)	134
8.1.5 关于特征结构配置设计的小结	139
8.2 特征向量的配置	141
8.2.1 数值迭代方法(Kautsky et al.,1985)	142
8.2.2 解析解耦的方法	147
习题	157
第 9 章 反馈控制设计——二次型最优控制	161
9.1 状态反馈控制的设计	162
9.2 广义状态反馈控制的设计	164
9.3 反馈控制设计的比较与总结	167

习题	170
参考文献	171
附录 A 线性代数和数值线性代数的基础简介	181
A.1 线性代数中的一些基本概念	181
A.1.1 线性相关、线性无关、线性空间	181
A.1.2 基向量、线性变换、正交线性变换	184
A.2 矩阵三角化或梯形化的运算	186
A.3 奇异值分解(SVD)	192
A.3.1 奇异值分解的存在和定义	193
A.3.2 奇异值分解的性质	193
A.3.3 奇异值分解的应用	195
附录 B 实际设计题目	198
索引	203

第 1 章 系统的数学模型和基本性质

系统控制理论的直接对象不是工程系统本身,而是工程系统的数学模型.本章叙述多输入多输出线性系统的两类不同的基本数学模型,以及系统的一些最基本的性质和参数.本章共分以下四节.

1.1 节介绍多输入多输出(MIMO)线性时不变系统的状态空间模型和传递函数模型,它们的形成及其相互之间的关系.

1.2 节叙述系统状态空间模型的特征分解.即把这个模型中的动态矩阵分解成约当型.

1.3 节介绍系统的能控和能观这两个基本性质.

1.4 节介绍系统的零、极点这两类基本参数.本节和 1.3 节中的基本性质和基本参数可以由特征分解后的状态空间模型简明清晰地显示出来.

1.1 两类不同的数学模型

控制理论的工作一直主要集中在线性时不变系统.本书也只涉及线性时不变系统的控制问题.一个实际的线性时不变系统可以用状态空间和传递函数这两类数学模型来描述.基于状态空间模型的控制理论称为“状态空间控制理论”或“现代控制理论”.基于传递函数模型的控制理论称为“经典控制理论”.

本节将叙述这两类数学模型的形成及它们之间的关系.

状态空间模型是由一组(n 个)一阶线性常系数微分方程(1.1a)和一组线性方程(1.1b)所组成

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (1.1a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (1.1b)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]'$ 是系统的状态向量(符号“'”代表转置运算); $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), \dots, u_p(t)]'$ 是系统的输入信号; $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), \dots, y_m(t)]'$ 是系统的输出信号; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 分别是 $n \times n, n \times p, m \times n$ 和 $m \times p$ 维的实常数矩阵.

在上述模型中,方程(1.1a)称为系统的“动态方程”.这一方程描述系统的“动态部分”,即由系统的初始状态 $\mathbf{x}(0)$ 和输入 $\mathbf{u}(t)$ 决定系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 的部分.因此矩阵 \mathbf{A} 称为系统的“动态矩阵”.方程(1.1b)则称为系统的“输出方程”.这一方程描述系统的“输出部分”,即由系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 和系统输入 $\mathbf{u}(t)$ 决定系统输出 $\mathbf{y}(t)$ 的部分.这一部分的信号之间的关系是瞬间的,即静态的、无记忆的.

从式(1.1)及其定义可以看到,参数 p 和 m 分别代表系统的输入和输出的数目. 如果 $p > 1$, 我们称其所在的系统为“多输入系统”(multi-input, MI). 如果 $m > 1$, 我们称其所在的系统为“多输出系统”(multi-output, MO).

系统状态 $x(t)$ 的物理意义是其初始值 $x(0)$ 能充分地反映系统的初始状态或初始的能量分布. 比如在只包含线性时不变元件(如电感、电阻和电容)的电路系统中, 系统状态 $x(t)$ 是由电路中的所有独立的电容电压和电感电流所组成. 这样 $x(0)$ 就充分地反映了电路系统的初始电荷量和磁通量的储量和分布. 又比如在只包含线性时不变元件(如弹簧、阻尼器和质体)的线性运动的机械系统中, 系统状态 $x(t)$ 是由系统中所有独立的质体速度和弹簧弹力所组成. 这样 $x(0)$ 就充分地显示了该机械系统的初始动能和初始势能的储量和分布. 因此, 系统状态的数目 n 也代表系统内独立的能量储存元件的数目.

例 1.1 见图 1.1:

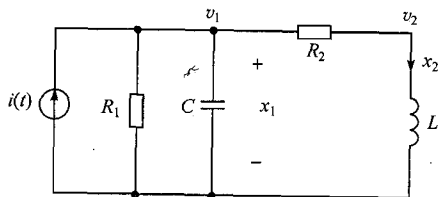


图 1.1 一个线性时不变的电路系统

设 $v_1(t), v_2(t)$ 为以上电路系统中的两点电压, 再设电路中的电容电压和电感电流分别为该电路系统的两个状态 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$, 则有

$$v_1(t) = x_1(t) \quad v_2(t) = x_1(t) - R_2 x_2(t) \tag{1.2}$$

也就是说当知道了电路系统的状态以后, 系统内的任何点电压和支电流(包括被指定为输出信号的电压或电流)都可以是系统状态和系统输入的线性组合. 电路系统的输出部分的模型(1.1b)就是这样得来的. 比如当输出 $y(t) = [v_1(t), v_2(t)]'$ 时, 式(1.1b)内的

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -R_2 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

电路系统动态部分的模型也可以从标准的电路分析中得到. 平衡 v_1 和 v_2 这两点上的电流, 则有

$$i(t) = C v_1(t) + v_1(t)/R_1 + [v_1(t) - v_2(t)]/R_2 \tag{1.3a}$$

$$0 = [v_2(t) - v_1(t)]/R_2 + \left[\int v_2(t) dt \right]/L \tag{1.3b}$$

将式(1.2)代入式(1.3)并经过简单运算(包括对式(1.3b)的两边微分), 就可以得到式(1.1a)的形式, 即

$$\dot{x}_1(t) = (-1/CR_1)x_1(t) + (-1/C)x_2(t) + (1/C)i(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = (1/L)x_1(t) + (-R_2/L)x_2(t)$$

这样在式(1.1a)中

$$A = \begin{bmatrix} -1/CR_1 & -1/C \\ 1/L & -R_2/L \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/C \\ 0 \end{bmatrix}$$

例 1.2 在如图 1.2 所示的线性运动的机械系统中, 设 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 为系统内的速度, 再设系统的质体速度和弹簧弹力为系统的两个状态 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$, 则有

$$v_1(t) = x_1(t), \quad v_2(t) = x_1(t) - (1/D_2)x_2(t) \quad (1.4)$$

也就是说当知道了机械系统的状态以后, 系统内任何一点上的速度和任何部件上的应力(包括被指定为输出信号的速度和应力)都可以是系统状态和系统输入的线性组合. 机械系统的输出部分的模型(1.1b)就是这样得来的. 比如, 当输出 $y(t) = [v_1(t), v_2(t)]'$ 时, 式(1.1b)中

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -(1/D_2) \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

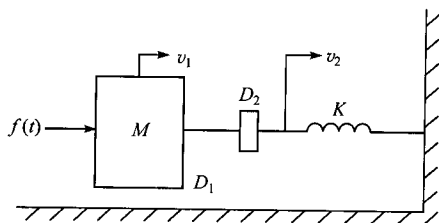


图 1.2 一个线性运动的机械系统

机械系统的动态部分的模型也可以从标准的力学分析中得到. 平衡在 v_1 和 v_2 这两点上的力, 则有

$$f(t) = M\dot{v}_1(t) + D_1 v_1(t) + D_2 [v_1(t) - v_2(t)] \quad (1.5a)$$

$$0 = D_2 [v_2(t) - v_1(t)] + K \left[\int v_2(t) dt \right] \quad (1.5b)$$

将式(1.4)代入式(1.5), 并经过简单运算(包括对式(1.5b)的两边微分), 就可以得到式(1.1a)的形式, 即

$$\dot{x}_1(t) = (-D_1/M)x_1(t) + (-1/M)x_2(t) + (1/M)f(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = Kx_1(t) + (-K/D_2)x_2(t)$$

这样在式(1.1a)中

$$A = \begin{bmatrix} -D_1/M & -1/M \\ K & -K/D_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/M \\ 0 \end{bmatrix}$$

从上面两个例子可以看到, 线性时不变的电路系统和机械系统的状态空间模

型及其推导基本上完全类似,而且这一推导可以系统化和标准化.这一不同物理系统在数学模型上类似的性质,是一个物理系统(如机械系统)的运行可以由另一个类似的物理系统(如电路系统)或其数学模型系统的数值解来模拟的原因.我们分别称以上这两类模拟为“物理模拟”和“数字模拟”.

这样的类似性质还可以推广到更多的线性时不变系统(如旋转运动的机械系统、热力系统和流体系统,等等)中去.所以控制理论,特别是线性控制理论虽然因为基于数学模型(而不是基于具体工程系统)而比其他的工程专业抽象,但却比它们具有更加普遍的和广泛的应用价值.

线性时不变系统的第二类数学模型——传递函数模型,可以从系统的状态空间模型得到.

设 $X(s)$, $U(s)$ 和 $Y(s)$ 分别为系统状态 $x(t)$ 、系统输入 $u(t)$ 和系统输出 $y(t)$ 的拉普拉斯变换,再分别对式(1.1a)和式(1.1b)的两边进行拉普拉斯变换,则有

$$X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (1.6a)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (1.6b)$$

其中, I 代表一个 n 维的单位矩阵($sIX(s) = sX(s)$).

将式(1.6a)代入式(1.6b),则有

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s) \quad (1.6c)$$

$$\begin{array}{cc} \text{零输入响应 } Y_{Zi}(s) & \text{零状态响应 } Y_{Zs}(s) \end{array}$$

从式(1.6c)可以看到,系统输出(又称“系统响应”) $Y(s)$ 由系统初始状态 $x(0)$ 和系统输入 $U(s)$ 这两个因素所决定.如果系统输入 $U(s)$ 是零,则 $Y(s)$ 等于零输入响应 $Y_{Zi}(s)$,并由系统初始值 $x(0)$ 所决定.如果系统初始值 $x(0)$ 是零,则 $Y(s)$ 等于零状态响应 $Y_{Zs}(s)$,并由系统输入 $U(s)$ 所决定.这一性质被称为线性系统的“叠加性质”(superposition).显然式(1.6)中的线性性质是由线性微分方程(1.1)和拉普拉斯变换的线性性质所决定的.

系统的传递函数模型 $G(s)$ 是根据系统的零状态响应

$$Y_{Zs}(s) = G(s)U(s) \quad (1.7)$$

来定义的.比较式(1.6c)和式(1.7),有

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (1.8)$$

从以上传递函数的定义可以看出,传递函数模型 $G(s)$ 只反应系统的输出 $Y(s)$ 和输入 $U(s)$ 之间的关系(见式(1.7)),并且是经过合并简化了式(1.6a)和式(1.6b)的信息以后,以式(1.8)为形式的关系.传递函数模型不能直接反映系统初始值对系统输出的影响(即不能反映系统的零输入响应),尽管这一影响是极为重要的.

例 1.3 在图 1.3 的 RC 电路(a)以及带质体 M 和摩擦阻力 D 的机械系统(b)中,平衡系统(a)中的电流 $i(t)$ 和系统(b)中的力 $f(t)$ 分别为

$$i(t) = C\dot{v}(t) + [v(t) - 0]/R$$

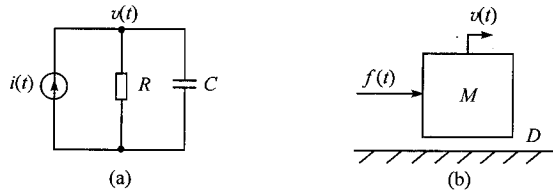


图 1.3

和

$$f(t) = M\dot{v}(t) + D[v(t) - 0]$$

也就是说这两个系统的状态空间模型(1.1a)中的参数($A \triangleq \lambda, B$)分别为 $(-1/RC, 1/C)$ 和 $(-D/M, 1/M)$.

对这两个方程的两边作拉普拉斯变换和改动,则有

$$V(s) = \frac{1}{s - \lambda}v(0) + \frac{B}{s - \lambda}U(s)$$

这里 $V(s)$ 和 $U(s)$ 分别是状态 $v(t)$ 和输入信号 $i(t)$ 或 $f(t)$ 的拉普拉斯变换.

设 $U(s)$ 为阶跃函数 (F/s) , 对上述方程作反拉普拉斯变换, 则当 $t > 0$ 时

$$\begin{aligned} v(t) &= e^{\lambda t}v(0) + (-FB/\lambda)(1 - e^{\lambda t}) \\ &= v_{z1}(t) + v_{z2}(t) \end{aligned}$$

很明显, $V(s)$ 和 $v(t)$ 的两个项分别为系统在频域和时域的零输入响应和零状态响应. $v(t)$ 的两个项的波形图如图 1.4 所示.

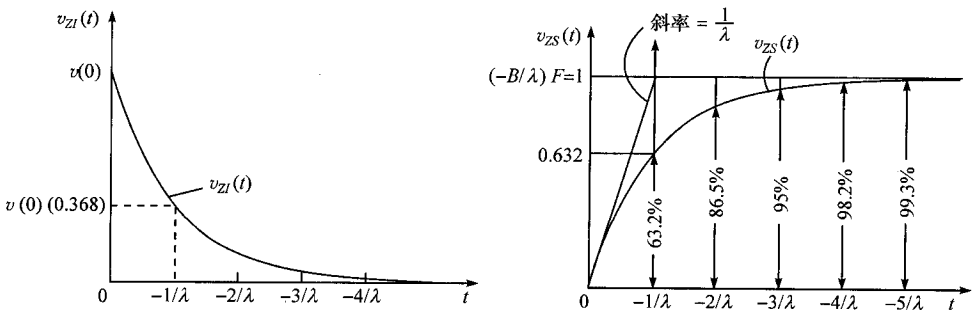


图 1.4 一阶系统的零输入响应和零状态响应(阶跃函数输入)的波形图

图 1.4 的左图显示系统的零输入响应 $v_{z1}(t)$, 从其初始值 $v(0)$ 开始, 以时间常数为 $(-1/\lambda)$ 的速度衰减为 0 (当 $t = (-1/\lambda)$ 时衰减到初始值的 36.8%).

这一波形有着明显的物理意义. 在电路系统里, 这一波形显示了储存于电容 C

内的电荷(即 $Cv(t)$, $v(t)$ 为电容电压)在零输入电流的情况下,通过电阻 R 以电流为 $v(t)/R$ 放电的情形. 这一放电过程的时间常数为 RC . 也就是说这一系统内的电容 C 或电阻 R 越大,则放电的速度就越慢. 在机械系统里,这一波形显示了质体的速度 $v(t)$ 在零输入力的情况下因为摩擦阻力 $Dv(t)$ 的作用减慢的情形. 这一减速滑行过程的时间常数为 M/D . 也就是说,质体质量 M 越大,或阻力 D 越小,则速度衰减的过程也越慢.

图 1.4 的右图显示系统的零状态响应 $v_{zs}(t)$ 从 0 开始,以时间常数为 $(-1/\lambda)$ 的速度达到其稳态(对于阶跃函数输入,当 $t = (-1/\lambda)$ 时达到稳态水平 $(-FB/\lambda)$ 的 $100\% - 36.8\% = 63.2\%$).

这一波形也有其明显的物理意义. 在电路系统里,这一波形显示了电容内的电荷被输入电流源 ($i(t) = F$) 充电时的情形. 当电容被充满电时(即稳态时),其电压 ($v(t) = Ri(t) = RF = -FB/\lambda$) 等于左边输入端的电压. 这一充电过程的时间常数仍然是 RC . 也就是说系统的电阻 R 或电容 C 越大,则充电的速度越慢. 在机械系统里,这一波形显示了质体的速度 $v(t)$ 在输入力 ($f(t) = F$) 的作用下从静止加速到一个稳定速度 (F/D) 的情形. 这一加速过程的时间常数仍然为 M/D . 也就是说,质体质量 M 越大,则其速度越不容易加快. 同时,阻力 D 越小,则可达到的稳态速度 (F/D) 越高,达到这一稳态速度的 62.3% 的时间也越长.

例 1.3 的电路和机械系统具有完全类似的数学模型,因此也具有完全类似的如图 1.4 所描述的性质. 例 1.3 同时显示出系统的初始状态(初始电荷量和初始质体速度)对于系统的影响的重要性. 这一影响即系统的零输入响应(放电过程和减速过程).

式(1.7)和式(1.8)显示出系统的传递函数模型不能直接地和详细地反映系统的零输入响应,特别对有多个状态,多个输入和多个输出的系统更是如此. 这一性质不可避免地减弱对于系统的暂态响应的理解和控制. 这是因为系统的暂态响应即系统的初始响应,与系统的零输入响应有着密切的关系. 比如例 1.3 中的暂态响应主要由时间常数所决定,而这一时间常数又与系统的零输入响应(放电过程与减速过程)有着密切的关系. 暂态响应的收敛速度与平稳度是系统性能的主要标志. 因此基于传递函数的经典控制理论在分析控制系统的性能方面不如状态空间理论. 这一点还将在第 2 章详细分析.

最后,因为矩阵 D 在式(1.1b)和式(1.8)中只反映一部分独立的和静态的输入和输出之间的关系,所以这部分关系及其影响可以在设计时非常容易地改变或取消. 因此在本书以后的讨论中,我们设 $D=0$. 这样

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (1.9)$$

根据式(1.6a)、式(1.6b)和式(1.9)中的传递函数的关系, $G(s)$ 还可以分解为两个串联系统(见图 1.5).