2007

浙江高考新题型

浙江省著名重点中学

“3+X”模拟试题精编

数学

集名校真题

汇

博

览高考秘诀

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

浙江省著名重点中学“3＋X”模拟试题精编

数　　学

《“3＋X”高考数学》编写组　编

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

浙江省著名重点中学"3＋X"模拟试题精编. 数学/《"3＋X"高考数学》编写组编. —杭州：浙江大学出版社，2002.1(2007 重印)
ISBN 978-7-308-02823-3

Ⅰ.浙...　Ⅱ.3...　Ⅲ.数学课—高中—试题—升学参考资料　Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 074960 号

出版发行 浙江大学出版社
(杭州天目山路 148 号　邮政编码 310028)
(E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn)
(网址：http://www.zjupress.com)
责任编辑 杨晓鸣　冯慈璜
排　　版 浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷 杭州杭新印务有限公司
开　　本 787mm×1092mm　1/16
印　　张 9.5
字　　数 250
版 印 次 2002 年 12 月第 1 版　2007 年 3 月第 7 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-308-02823-3
定　　价 14.00 元

目　录

1. 杭州二中高考数学模拟试卷

（理　科）

一、选择题(本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若复数满足方程 $z^2+2=0$,则 $z^3+z=$ (　　)

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $-\sqrt{2}i$　　D. $\pm\sqrt{2}i$

2. 设集合 $A=\{-2,1\}$, $B=\{-1,2\}$,定义集合 $A\otimes B=\{x\mid x=x_1x_2, x_1\in A, x_2\in B\}$,则 $A\otimes B$ 中所有元素之积为 (　　)

A. -8　　B. -16　　C. 8　　D. 16

3. 设随机变量 $\zeta\sim N(0,1)$,则 $P(-1<\zeta<1)$ 等于 (　　)

A. $2\Phi(1)-1$　　B. $2\Phi(-1)-1$　　C. $\dfrac{\Phi(1)+\Phi(-1)}{2}$　　D. $\Phi(1)+\Phi(-1)$

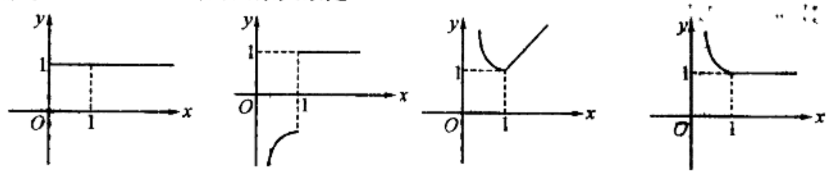
4. 已知数列 $\left\{\dfrac{1}{n^2+n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n,则 $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ 等于 (　　)

A. 0　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

5. 已知锐角 θ 满足 $\cos\theta=\tan\theta$,则 $\theta\in$ (　　)

A. $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right)$　　C. $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$

6. 函数 $y=e^{|\ln x|}-|x-1|$ 的图象大致是 (　　)



A.　　B.　　C　　D.

7. 设两个非零向量 $\boldsymbol{a}=(x,2x)$, $\boldsymbol{b}=(x+1,x+3)$,若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角,则实数 x 的取值范围是 (　)

A. $-\dfrac{7}{3}<x<0$　　B. $x<-\dfrac{7}{3}$ 或 $x>0$

C. $x<-\dfrac{7}{3}$ 或 $0<x<1$ 或 $x>1$　　D. $x<-\dfrac{7}{3}$ 或 $x>1$

8. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 是直二面角, $A\in\alpha$, $B\in\beta$, $A,B\notin l$.设 AB 与 α,β 所成的角分别是,则 θ_1,θ_2,则 (　)

A. $\theta_1+\theta_2=90°$　B. $\theta_1+\theta_2\geqslant 90°$　　C. $\theta_1+\theta_2\leqslant 90°$　　D. $\theta_1+\theta_2<90°$

9. 已知点 F_1,F_2 分别是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点,过 F_1 且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A,B 两点,若 $\triangle ABF_2$ 是锐角三角形,则该双曲线的离心率 e 的范围是 (　)

A. $(\sqrt{2},\sqrt{3})$　　B. $(1,1+\sqrt{2})$　　C. $(1,\sqrt{3})$　　D. $(\sqrt{2},1+\sqrt{2})$

10. 已知平面上点 $P\in\{(x,y)\mid(x-2\cos\alpha)^2+(y-2\sin\alpha)^2=16(\alpha\in\mathbf{R})\}$，则满足条件的点 P 在平面上所组成图形的面积是　　（　）

A. 36π　　B. 32π　　C. 16π　　D. 4π

二、填空题（本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分. 把正确答案填在题中横线上）

11. 设 $(x-1)^4(x+2)^8=a_0x^{12}+\cdots+a_{11}x+a_{12}$，则 $a_0+a_2+\cdots+a_{12}=$ ________.

12. 已知的三边长为三个连续的正整数，且最大角为钝角，则最长边长为________.

13. 有 6 个座位连成一排，现有 3 人就坐，则恰有两个空座位相邻的不同坐法有________种.

14. 在世界杯的某个小组赛中，A 队要比赛三场，若 A 队在三场比赛中任何一场比赛打胜的概率都是 $\frac{1}{3}$，则 A 队胜的场数 ζ 的数学期望为________.

15. 已知半球 O 的半径为 1，它的内接长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的一个面 $ABCD$ 在半球 O 的底面上，则该长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的体积最大值为 ________.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=14$，$a_{n+1}=a_n-\frac{2}{3}(n\in\mathbf{N}*)$，则使 $a_n\cdot a_{n+2}<0$ 成立的 n 的值是________.

17. 给出下列命题：

①函数 $y=a^x(a>0$，且 $a\neq1)$ 与函数 $y=\log_a a^x(a>0$，且 $a\neq1)$ 的定义域相同；

②函数 $y=3^{x-1}$ 与 $y=\frac{x^3}{x}$ 的值域相同；

③函数 $y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x-1}$ 与 $y=\frac{(1+2^x)^2}{x2^x}$ 都是奇函数；

④函数 $y=(x+1)^2$ 与 $y=2^{x-1}$ 在 $[0,+\infty]$ 上都是增函数.

其中正确命题的序号是________.（把你认为正确的命题的序号都填上）

三、解答题（本大题共 5 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

18.（本小题满分 14 分）已知函数 $f(x)=2\cos^2x+\sqrt{3}\sin2x+a(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $x\in\mathbf{R}$，求 $f(x)$ 的单调递增区间；

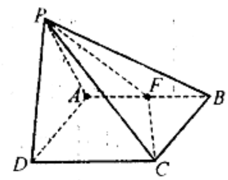
(2)若 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)$ 的最大值为 4，求 a 的值，并指出这时 x 的值.

19.（本小题满分 14 分）如图，四棱锥 $P\text{-}ABCD$，面 $PAD\perp$ 面 $ABCD$，$\triangle PAD$ 是等边三角形，底面 $ABCD$ 是矩形，$AB:AD=\sqrt{2}:1$，F 是 AB 的中点.

(1)求证：面 $PCD\perp$ 面 PAD；

(2)求 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角；

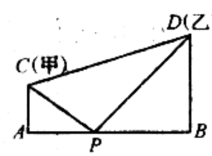
(3)求二面角 $P\text{-}FC\text{-}B$ 的度数.



20.（本小题满分 14 分）如图，沿河边 AB 建一水站 P 供甲、乙两个学校共同使用，已知学校甲离河边 1 千米，乙学校离河边 2 千米，而甲、乙两校相距 $\sqrt{10}$ 千米，如果两校决定用同一种造价的水管送水.

(1)设 $PA=x(x>0)$，试将 x 表示成送水需要的水管总长 y 的函数；

(2)问水站 P 建在什么位置，购买水管的费用最低？



21.(本小题满分 14 分)设 A、B 分别为椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$的左、右顶点,椭圆长半轴的长等于焦距,且 $x=4$ 为它的右准线.

(1)求椭圆的方程;

(2)设 P 为右准线上不同于点(4,0)的任意一点,若直线 AP、BP 分别与椭圆相交于异于 A、B 的点 M、N,证明:点 B 在以 MN 为直径的圆内.

22.(本小题满分 16 分)已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$na_{n+1}=2(a_1+a_2+\cdots+a_n)(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求 a_2,a_3,a_4;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项 a_n;

(3)设数列$\{b_n\}$满足 $b_1=\frac{1}{2}$,$b_{n+1}=\frac{1}{a_k}b_n^2+b_n$,求证:$b_n<1(n\leqslant k)$.

2. 杭州二中高考数学模拟试卷

（文　科）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 某学校有老师 300 人，男学生 1200 人，女学生 1500 人. 现用分层抽样的方法从所有师生中抽取一个容量为 n 的样本. 已知从男学生中抽取的人数为人，则 $n=$　　（　）

   A. 150　　B. 180　　C. 300　　D. 360

2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2+a_8=8$，则该数列前 9 项和 S_9 等于　　（　）

   A. 18　　B. 27　　C. 36　　D. 45

3. 实数 $a=0$ 是直线 $x-2ay=1$ 和 $2x-2ay=1$ 平行的　　（　）

   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

   C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

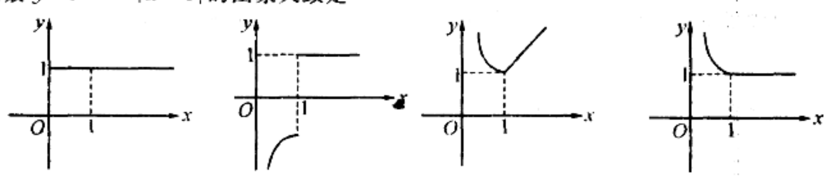
4. $\cos(\alpha-\pi)=-\frac{5}{13}$，且 α 是第四象限的角，则 $\sin(-2\pi+\alpha)=$　　（　）

   A. $-\frac{12}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\pm\frac{12}{13}$　　D. $\frac{5}{12}$

5. 设集合 $A=\{-2,1\}$，$B=\{-1,2\}$，定义集合 $A\otimes B=\{x\mid x=x_1x_2,x_1\in A,x_2\in B\}$，则 $A\otimes B$ 中所有元素之积为　　（　）

   A. -8　　B. -16　　C. 8　　D. 16

6. 函数 $y=e^{|\ln x|}-|x-1|$ 的图象大致是　　（　）



A.　　B.　　C.　　D.

7. 设两个非零向量 $\boldsymbol{a}=(x,2x)$，$\boldsymbol{b}=(x+1,x+3)$，若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，则实数 x 的取值范围是　　（　）

   A. $-\frac{7}{3}<x<0$　　B. $x<-\frac{7}{3}$ 或 $x>0$

   C. $x<-\frac{7}{3}$ 或 $0<x<1$ 或 $x>1$　　D. $x<-\frac{7}{3}$ 或 $x>1$

8. 已知平面 α 外不共线的三点 A、B、C 到 α 的距离都相等，则正确的结论是　　（　）

   A. 平面 ABC 必平行于 α　　B. 平面 ABC 必与 α 相交

   C. 平面 ABC 必不垂直于 α　　D. 存在 $\triangle ABC$ 的一条中位线平行于 α 或在 α 内

9. 点 $P(x,y)$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上的任意一点，F_1、F_2 是椭圆的两个焦点，且 $\angle F_1PF_2\leqslant 90^\circ$，则该椭圆的离心率 e 的取值范围是　　（　）

A. $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　C. $(0,1)$　　D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2}\right]$

10. 已知平面上点 $P\in\{(x,y)|(x-2\cos\alpha)^2+(y-2\sin\alpha)^2=16(\alpha\in\mathbf{R})\}$，则满足条件的点 P 在平面上所组成图形的面积是　（　）

A. 36π　　B. 32π　　C. 16π　　D. 4π

二、填空题(本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分. 把正确答案填在题中横线上)

11. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{1-x^2}(x<-1)$，则 $f^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)=$ ________.

12. 已知$\triangle ABC$ 的三边长为三个连续的正整数，且最大角为钝角，则最长边长为 ________.

13. 在$\left(x-\frac{2}{x}\right)^{11}$的展开式中，$x^5$ 的系数为 ________.

14. 有 6 个座位连成一排，现有 3 人就坐，则恰有两个空座位相邻的不同坐法有 ________ 种.

15. 甲、乙、丙 3 人投篮，投进的概率分别是$\frac{2}{5}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$. 现 3 人各投篮 1 次，则 3 人中恰有 2 人投进的概率是 ________ .

16. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足关系式 $\lg(S_n-1)=n$，$\{a_n\}$则的通项公式是 ________.

17. 已知半球 O 的半径为 1，它的内接长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的一个面 $ABCD$ 在半球 O 的底面上，则该长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的体积最大值为 ________.

三、解答题(本大题共 5 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本小题满分 14 分)已知函数 $f(x)=2\cos^2x+\sqrt{3}\sin2x+a(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $x\in\mathbf{R}$，求 $f(x)$的单调递增区间；

(2)若 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的最大值为 4，求 a 的值，并指出这时 x 的值.

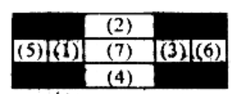
19.（本小题满分 14 分）如图，四棱锥 $P\text{-}ABCD$，面 $PAD \perp$ 面 $ABCD$，$\triangle PAD$ 是等边三角形，底面 $ABCD$ 是矩形，$AB : AD=\sqrt{2} : 1$，F 是 AB 的中点.

(1)求证：面 $PCD \perp$ 面 PAD；

(2)求 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角；

(3)求二面角 $P\text{-}FC\text{-}B$ 的度数.

20.（本小题满分 14 分）将一张 2×6 米的硬钢板按图纸的要求进行操作，沿线裁去阴影部分，把剩余部分按要求焊接成一个有盖的长方体水箱（其中①与③、②与④分别是全等的矩形，且⑤＋⑥＝⑦），设水箱的高为 x 米，容积为 y 立方米.(1)求 y 关于 x 的函数关系式；(2)如何设计 x 的大小，使得水箱装的水最多？



21.（本小题满分 14 分）已知数列$\{a_n\}$中$a_1=\frac{3}{5}$，$a_n=2-\frac{1}{a_{n-1}}$（$n\geq 2, n\in \mathbf{N}^*$），数列$\{b_n\}$满足：$b_n=\frac{1}{a_n-1}$（$n\in \mathbf{N}^*$）

(1)求证：数列$\{b_n\}$是等差数列；

(2)求数列$\{a_n\}$中的最大项与最小项，并说明理由.

22.（本小题满分 16 分）已知O为坐标原点，点E，F的坐标分别为$(-1,0)$和$(1,0)$，动点P满足：$|\overrightarrow{PE}|+|\overrightarrow{PF}|=4$

(1)求动点P的轨迹方程；

(2)过E点做直线与C相交于M，N两点，且$\overrightarrow{ME}=2\overrightarrow{EN}$，求直线$MN$的方程.

3. 杭州高级中学高考数学模拟试卷

（文理科）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）.

1. 设复数$(a+\mathrm{i})^2$对应的点在 y 轴负半轴上，则实数 a 的值是　　（　　）

A. 1　　B. -1　　C. $-\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{3}$

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_2+4a_7+a_{12}=96$，则 $2a_3+a_{15}$的值是　　（　　）

A. 24　　B. 48　　C. 96　　D. 无法确定

3. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3=0\}$，$B=\{x\mid ax=1\}$，则"$a=-1$ 或$\frac{1}{3}$"是"$A\cup B=A$"的　　（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

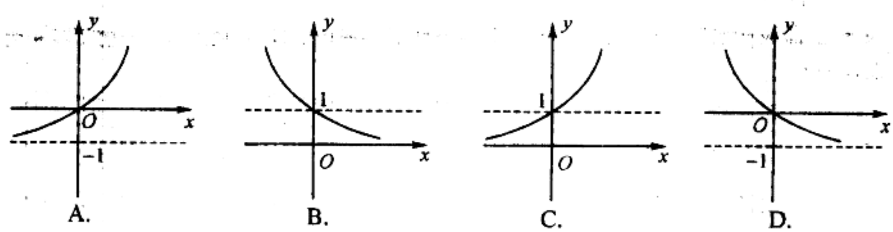
4. 设 m、n 是不同的直线，α、β、γ 是不同的平面，有以下四个命题：①$\left.\begin{matrix}\alpha/\!/\beta\\ \alpha/\!/\gamma\end{matrix}\right\}\Rightarrow\beta/\!/\gamma$；②$\left.\begin{matrix}\alpha\perp\beta\\ m/\!/\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow m\perp\beta$；③$\left.\begin{matrix}m\perp\alpha\\ m/\!/\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\perp\beta$；④$\left.\begin{matrix}m/\!/n\\ n\subset\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow m/\!/\alpha$，其中为真命题的是　　（　　）

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ③④

5. 函数 $y=2\sin\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)$，$x\in(0,\pi]$为增函数的区间为　　（　　）

A. $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$　　C. $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$　　D. $\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right]$

6. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$的反函数的图象是　　（　　）



7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x+2}{x^2-1}-\dfrac{3}{x-1} & (x>1)\\ a-1 & (x\leqslant 1)\end{cases}$在点 $x=1$ 处连续，则 a 的值为　　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

8. 如果一个三位正整数的中间一个数字比另两个数字小，如 305，414，879 等，则称这个三位数为凹数，那么所有凹数的个数是　　（　　）

A. 240　　B. 285　　C. 729　　D. 920

9. 椭圆$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$F_1$，$F_2$ 分别为椭圆的左、右焦点，过 F_1 且倾斜角为 45°的

直线 l 交椭圆于 A、B 两点，则 $|AF_2|+|BF_2|$ 等于 ( )

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

10. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足：当 $x>0$ 时，$f(x)=2006^x+\log_{2006}x$，则方程 $f(x)=0$ 的实根个数为 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 5

二、填空题(本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分. 把正确答案填在题中横线上)

11. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ x\geqslant -2, \\ x+y\geqslant 1 \end{cases}$，则 $(x+3)^2+y^2$ 的最小值是________.

12. 已知底面三角形的边长分别为 3、4、5，高为 6 的直三棱柱形的容器，其内放置一气球，使气球充气且尽可能地膨胀(保持为球的形状)，则气球表面积的最大值为________.

13. 双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的左、右焦点为 F_1、F_2，若双曲线上一点 P 使得 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}>0$，则 P 点横坐标的取值范围是________.

14. 某机器生产的螺栓的长度(cm)服从参数为 $\mu=10.05$，$\sigma=0.06$ 的正态分布，规定长度在 10.05 ± 0.12 内为合格，现从该机器生产的螺栓中任取一个，该螺栓为不合格的概率是________(注：$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$).

15. 一个笼子关着 10 只猫，其中 6 只白猫，4 只黑猫. 把笼门打开一个小口，使得每次只能钻出 1 只猫，猫争先恐后地往外钻，如果 10 只猫都钻出了笼子，则最后一只出笼的是白猫的概率为________.

16. 记 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，$\{x\}=x-[x]$，则集合 $\{x\mid\log\frac{2[x]}{4-\{x\}}=1, x\in\mathbf{R}\}=$________.

17. 若存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $f(f(x))=x$ 成立，则以下结论正确为________.

①$f(x)$ 可能为 x^4-2x^2+x+1，②$f(x)$ 可能为 x^4-2x^2+x-1，③$f(x)$ 可能 x^4-2x^2+x+2，④$f(x)$ 可能为 x^4-2x^2+x-2.

三、解答题。(本大题共 5 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

18. (本小题满分 14 分)在 $\triangle ABC$ 中，$\sin\left(A+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，$0<A<\frac{\pi}{4}$，$AC=5$，$AB=3$.

(1)求 $\sin A$ 的值；

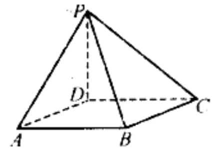
(2) 求 BC 的长.

19.(本小题满分 14 分)已知 $ABCD$ 为菱形,$\angle A$ 为 60°,点 P 在平面 $ABCD$ 外,且 $PA=PC$.

(1)求证 $AC\perp$ 平面 PDB;

(2)若 $PD=AD$,当 AB 与 PC 所成角的大小 为多少时,$PD\perp$ 平面 $ABCD$?

(3)在(2)的条件下,试在 PD 所在直线上求一点 Q,使点 Q 在平面 PBC 上的射影是$\triangle PBC$ 的重心.



20.(本小题满分 14 分)已知函数 $f(x)=\left(x^2+\frac{3}{2}\right)(x+a)(a\in\mathbf{R})$

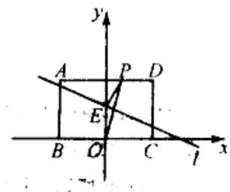
(1)若函数 $f(x)$的图象上有与 x 轴平行的切线,求 a 的范围;

(2)若 $f'(1)=0$,①求函数 $f(x)$的单调区间;②证明对任意的 $x_1,x_2\in(-1,0)$,不等式 $|f(x_1)-f(x_2)|<\frac{19}{4}$恒成立.

21.(本小题满分 14 分)如图,在矩形 $ABCD$ 中,已知 $A(-2,2)$,$C(2,0)$,点 P 在 AD 上移动,OP 的中垂线 l 交 y 轴于点 E,点 M 满足关系式$\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{EP}$.

(1)求点 M 的轨迹方程;

(2)已知 $F\left(0,\frac{1}{2}\right)$,过点 F 的直线交点 M 的轨迹于 Q、R 两点,$\overrightarrow{QF}=\lambda\overrightarrow{FR}$,求实数 λ 的取值范围.



22.(本小题满分 16 分)设 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的单调可导函数. 已知对于任意正数 x,都有 $f\left[f(x)+\frac{2}{x}\right]=\frac{1}{f(x)}$,且 $f(1)=a>0$.

(1)求 $f(a+2)$,并 a 求的值;

(2)令 $a_n=\frac{1}{f(n)}$,$n\in\mathbf{N}^*$,证明数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;

(3)设 k_n 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $(n^2,f(n^2))$ 处的切线的斜率($n\in\mathbf{N}^*$),数列 $\{k_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,求证 $-4<S_n\leqslant-2$.

4. 杭州第十四中学高考数学模拟试卷

（文理科）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设函数 $f(x)=\sin3x+|\sin3x|$，则 $f(x)$ 为 （　　）

A. 周期函数，最小正周期为$\frac{\pi}{3}$　　B. 周期函数，最小正周期为$\frac{2\pi}{3}$

C. 周期函数，最小正周期为 2π　　D. 非周期函数

2. （理科）已知数列$\{\log_2(a_n-1)\}(n\in\mathbf{N}^*)$为等差数列，且 $a_1=3,a_2=5$，则

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{a_2-a_1}+\frac{1}{a_3-a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{n+1}-a_n}\right)=$ （　　）

A. 2　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

（文科）已知向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 不共线，且 $|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，又向量 $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}$ 互相垂直，则实数 k 的值为 （　　）

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\pm\frac{3}{4}$　　D. $\pm\frac{4}{3}$

3. 已知点 $P(x,y)$在不等式组$\begin{cases}x-2\leqslant0\\y-1\leqslant0\\x+2y-2\geqslant0\end{cases}$表示的平面区域内，则 $z=x-y$ 的取值范围是 （　　）

A. $[-2,-1]$　　B. $[-2,1]$　　C. $[-1,2]$　　D. $[1,2]$

4. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为 F，右准线与一条渐近线交于点 A，$\triangle OAF$ 的面积为$\frac{a^2}{2}$（O 为原点），则两条渐近线的夹角为 （　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

5. 集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-1}{x+1}<0\right.\right\}$，$B=\{x||x-b|<a\}$，若“$a=1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的充分条件，则 b 的取值范围是 （　　）

A. $-2\leqslant b<0$　　B. $0<b\leqslant2$　　C. $-3<b<-1$　　D. $-1\leqslant b<2$

6. 矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=3$，沿 AC 将矩形 $ABCD$ 折成一个直二面角 $B-AC-D$，则四面体 $ABCD$ 的外接球的体积为 （　　）

A. $\frac{125}{12}\pi$　　B. $\frac{125}{9}\pi$　　C. $\frac{125}{6}\pi$　　D. $\frac{125}{3}\pi$

7. 在$\triangle OAB$ 中，O 为坐标原点，$A(1,\cos\theta)$，$B(\sin\theta,1)$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，则$\triangle OAB$ 的面积达到最大值时，θ 等于 （　　）