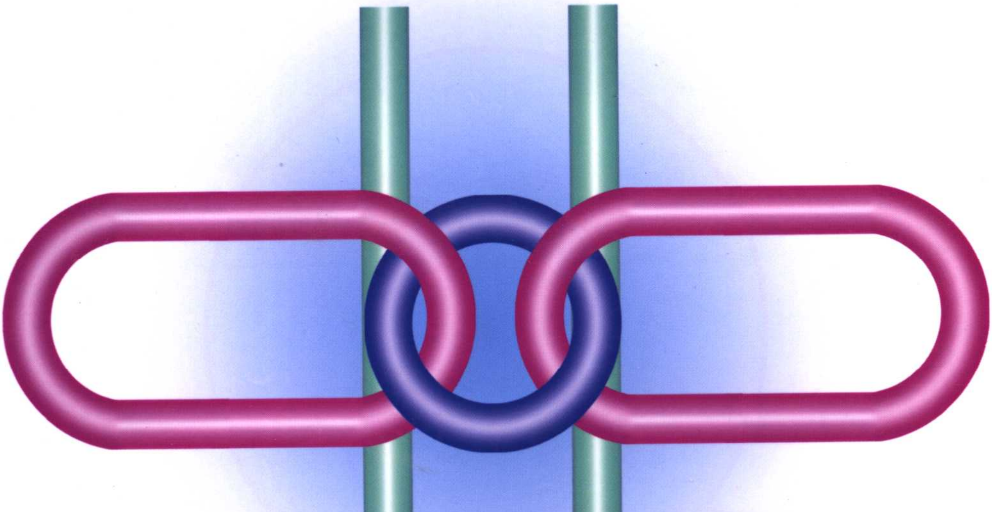
Junior Mathematical Olympiads

奥数精讲与测试

五年级

熊斌 冯志刚 主编
冯铭 周洁婴 程迎红 编著

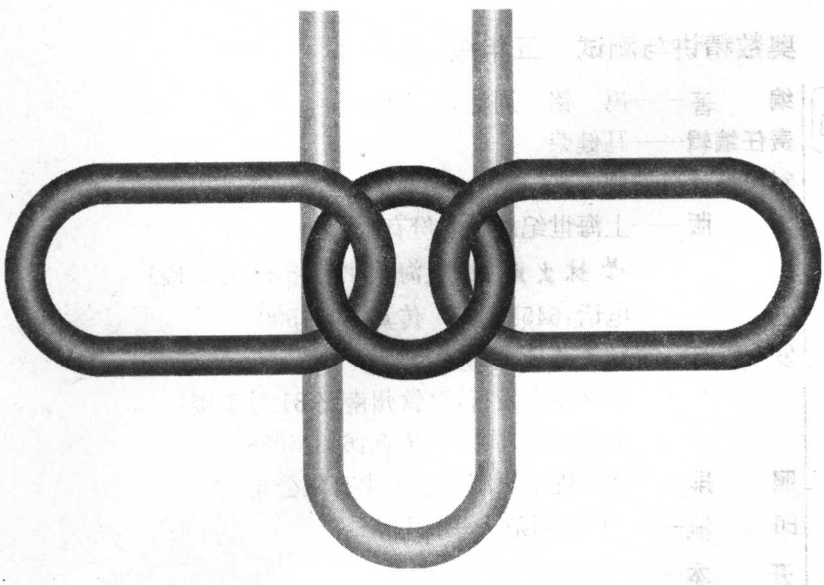


学林出版社

奥数精讲与测试

五年级

熊斌 冯志刚 主编
冯铭 周洁婴 程迎红 编著



学林出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数精讲与测试·五年级/熊斌,冯志刚主编:冯铭,周洁婴,程迎红著.—上海:学林出版社,2007.8

ISBN 978-7-80730-425-8

Ⅰ.奥… Ⅱ.①熊…②冯…③冯…④周…⑤程… Ⅲ.数学课-小学-教学参考资料 Ⅳ.G624.203

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 121351 号

奥数精讲与测试·五年级

编　　著——冯　铭　周洁婴　程迎红
责任编辑——马健荣
封面设计——魏　来
出　　版——上海世纪出版股份有限公司
学林出版社(上海钦州南路 81 号 3 楼)
电话:64515005　传真:64515005
发　　行——新华书店上海发行所
学林图书发行部(钦州南路 81 号 1 楼)
电话:64515012　传真:64844088
照　　排——南京理工出版信息技术有限公司
印　　刷——上海师范大学印刷厂
开　　本——787×1092　1/16
印　　张——13
字　　数——24 万
版　　次——2007 年 8 月第 1 版
2007 年 8 月第 1 次印刷
印　　数——8000 册
书　　号——ISBN 978-7-80730-425-8/G·120
定　　价——20.00 元

前言

我们都知道数学是科学之母，在科技迅速发展的今天，数学的重要性尤为明显。由于人们深刻地了解到数学的重要性，也意识到应当尽早培养青少年学生对数学的兴趣与数学思维的习惯，因此举办了许多内容丰富的数学活动，数学奥林匹克竞赛就是这些丰富多彩的活动中的一项。

数学奥林匹克竞赛对于激发学生的学习兴趣、开发智力、培养创新能力、开拓视野有着非常积极的作用。通过开展数学奥林匹克竞赛活动，可以更好地发现和培养优秀学生，并能提高教师的水平，促进教学改革，为我国数学事业的长期发展提供源源不断的生力军。

本套丛书从小学一年级至高中三年级共12册，将数学奥林匹克竞赛的内容以精讲和测试的形式系统地组织起来，目的是为学生提供一套强化知识、提高数学素养和能力的教材，让学生通过对这套教材的学习，具备和提高参加各种数学竞赛的知识和能力，使学生不仅能把自己课内的成绩提高，而且能在各级各类数学竞赛中取得理想的成绩。

本书的每一讲都有“精讲”和“测试ABC卷”组成，分设三部分内容：

1. 竞赛热点、考点、知识点。将数学奥林匹克竞赛的知识、内容以及当前的热点问题和历届数学奥林匹克竞赛中经常出现的问题给予分析、归纳、阐述和总结。

2. 典型例题精讲。围绕数学竞赛的热点、考点，选择典型的例题，提高对典型例题的分析、讲解，使学生能够掌握基本思想和基本方法，进而提高分析问题和解决问题的能力。

3. 测试ABC卷。有针对性地选择一些名题、新题、好题给学生练习。A卷是“精讲”内容的延伸与拓展，题目难度较小；B卷进一步加强数学竞赛的基本功，突出了解题的基本技巧与方法；C卷是为准备在数学奥林匹克竞赛

中取得优异成绩的同学设计的，题目具有一定的挑战性，是学生发挥自己的创造性、一显身手的试金石。

作者希望同学们在使用本书后，视野开阔了，数学素养提高了，解题与应试的能力加强了，不仅能在课内考试脱颖而出，也能在数学奥林匹克竞赛中出类拔萃。

参加本套丛书编写的作者都是长期在数学竞赛辅导第一线的富有经验的教师，有中国数学奥林匹克国家队的领队、副领队、主教练，还有多次参与各级各类数学竞赛命题的专家，他们丰富的教学经验为本套丛书增色不少。

让我们尽情地享受数学的乐趣，积极地参与数学奥林匹克竞赛吧！

目录

第 1 讲　小数的巧算与大小比较

知识点、重点、难点

小数的运算与整数四则运算一样，只有熟练掌握运算的法则，掌握一定的运算技巧，才能准确迅速地进行计算，所以要注意练好小数运算的基本功.

小数的巧算常用的方法主要有：

1. 巧用运算律

(1) 加法交换律：$a+b=b+a$；

(2) 加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$；

(3) 乘法交换律：$ab=ba$；

(4) 乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$；

(5) 乘法分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

2. 凑整与分拆

凑整就是把算式中的数化成整数，如整十、整百、整千等等. 分拆就是把一个数分成两个数的和或差.

3. 分解

分解就是把一个整数分为若干个数的乘积.

比较小数的大小，先看它们的整数部分，整数部分大的那个数就大；整数部分相同的，再比较十分位，十分位大的那个数就大；十分位相同，再比较百分位……

比较小数的大小时，要注意小数的性质：

1. 小数的末尾添上或去掉 0，小数的大小不变.

2. 小数点向右(向左)移动 n 位，小数的大小就扩大(缩小)10^n 倍.

例题精讲

例1 计算：3.6×31.4+43.9×6.4.

分析 观察题中数的特点，我们发现3.6与6.4可以凑成10.但是只有当与它们相乘的另一个因数相同时，才可以运用乘法分配律简算，因此我们可以将43.9拆成31.4与12.5的和.

解

$$
\begin{aligned}
& 3.6\times 31.4+43.9\times 6.4\\
=\ & 3.6\times 31.4+(31.4+12.5)\times 6.4\\
=\ & 3.6\times 31.4+31.4\times 6.4+12.5\times 6.4\\
=\ & (3.6+6.4)\times 31.4+12.5\times 8\times 0.8\\
=\ & 314+80\\
=\ & 394.
\end{aligned}
$$

例2 用0、1、2、3这四个数字和一个小数点，组成最小的两位小数是(　　)，最大的三位小数是(　　).

分析 组成最小的两位小数，数字应从小到大排列，0不能放在十位上，因此这个数是10.23.要组成最大的三位小数，数字应从大到小排列，这个数是3.210.

解 用0、1、2、3这四个数字和一个小数点，组成最小的两位小数是10.23，最大的三位小数是3.210.

例3 如果把0.000 000 000 25简记为$\underbrace{0.000\cdots0}_{10个0}25$，下面有两个数

$$a=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,984个0}125,\ b=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,988个0}8,$$

试求$a+b$，$a-b$，$a\times b$，$a\div b$.

分析 本题中的a与b就是小数点后0的个数多一些，其实只要按小数运算法则细心一点就能算好.

小数加减法则是小数点对齐进行竖式加减.

小数相乘，一是决定积的数字，二是决定数位，只要把两个小数的数字(先不看小数点在哪)相乘作为积的数字，而把两个小数的小数点后数位的和作为积的小数点后的数位.小数相除，可先把被除数与除数的小数点向同方向移动相同的

数位，使除数变为整数，再相除.

根据这些方法就可求出结果.

解 a 在小数点后有 1 986 位，b 在小数点后有 1 988 位，故在计算 $a+b$ 时，b 的数字 8 应与 a 的 5 后面二位对齐，所以

$$a+b=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,984\text{个}0}12508,\ a-b=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,984\text{个}0}12492.$$

因为 $125\times8=1\,000$，而 $a\times b$ 应在小数点后有 $1\,986+1\,988$ 位，即有 3 974 位，即小数点后有 $3\,974-4=3\,970$ 个 0.

所以 $a\times b=\underbrace{0.00\cdots0}_{3\,971\text{个}0}1$，$a\div b=12\,500\div8=1\,562.5$.

所以
$$a+b=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,984\text{个}0}12508,\ a-b=\underbrace{0.00\cdots0}_{1\,984\text{个}0}12492,$$
$$a\times b=\underbrace{0.00\cdots0}_{3\,971\text{个}0}1,\ a\div b=1\,562.5.$$

例 4 在两位数 10、11、…、98、99 中，将每个被 7 除余 2 的数的个位与十位间添加一个小数点，其余数不变，问经过这样改变后所有数的和是多少？

分析 求 10、11、…、98、99 的和可用简便方法算出，在和中去掉所有被 7 除余 2 的数的和. 而把这些数的个位与十位间添加一个小数点，相当于把这个数除以 10.

解 如设 $S_1=10+11+12+\cdots+98+99$，把各数倒写一遍

$$S_1=99+98+97+\cdots+11+10.$$

把这两式相加，可得

$$2S_1=(10+99)+(11+98)+(12+97)+\cdots+(98+11)+(99+10)$$
$$=\underbrace{109+109+109+\cdots+109+109}_{90\text{个}109}=109\times90.$$

所以
$$S_1=109\times90\div2=4\,905.$$

被 7 除余 2 的两位数有 $7\times2+2=16$、$7\times3+2=23$、…、$7\times13+2=93$，共计 12 个.

设 $S_2=16+23+\cdots+93$，则 $S_2=93+86+\cdots+16$，所以

$$2S_2 = (16+93)+(23+86)+\cdots+(93+16)$$

$$= \underbrace{109+109+\cdots+109}_{12\text{个}109}.$$

$$S_2 = 109\times 12\div 2 = 654.$$

所以所求和 $= S_1 - S_2 + S_2 \div 10 = 4\,905 - 654 + 65.4 = 4\,316.4$.

例5 一个小数去掉小数部分后得到一个整数，用原来的小数乘以 5 的积再加上这个整数和是 80，问原来的小数是几？

分析 由题意可知 80 是这个整数的 6 倍多，$80\div 6\approx 13$，然后用 $(80-13\times 6)\div 5 = 0.4$ 推算出小数部分.

解 整数部分为 $80\div(5+1)\approx 13$；

小数部分为 $(80-13\times 6)\div 5 = 0.4$；

原来的小数是 $13+0.4 = 13.4$.

例6 两个带小数相乘，积四舍五入后是 39.1，这两个数都是一位小数，且个位上都是 6，那么乘积四舍五入前是几？

解 $6.4\times 6.3 = 40.32\approx 40.3$，不符合题意；

$6.4\times 6.2 = 39.68\approx 39.7$，不符合题意；

$6.4\times 6.1 = 39.04\approx 39.0$，不符合题意；

$6.3\times 6.2 = 39.06\approx 39.1$，符合题意；

$6.3\times 6.1 = 38.43\approx 38.4$，不符合题意.

所以这两个数的乘积四舍五入前是 39.06.

例7 有若干张卡片，其中一部分写着 1.1，另一部分写着 1.11，它们的和恰好是 43.21，问写着 1.1 和 1.11 的卡片各有多少张？

解 $43.21\div 1.1 = 39\cdots 0.31$，$0.31 = 0.01\times 31$，给 39 个 1.1 中的 31 个各增加 0.01，故有 31 张写着 1.11 的卡片. $39-31=8$，故有 8 张写着 1.1 的卡片.

水平测试1

A 卷

一、填空题

1. $6.5+3.4+7.5+12.6=$ ________.

2. $12-4.38-5.62=$ ________.

3. $0.7+9.7+99.7=$ ________.

4. $0.99-1+1.01-1.02+1.03=$ ________.

5. $1.25\times 8\times 1.5=$ ________.

6. $1.7\times 0.4\times 5\div 3.4=$ ________.

7. $11.5^2-9\times 1.25=$ ________.

8. $11.1\times 4\div 9\times 3\div 7.4\times 2=$ ________.

9. $200.2\times 19.99-2.002\times 999=$ ________.

10. $11.2\times 6.4+17.4\times 5.6-0.112\times 1\,010=$ ________.

二、解答题

11. 已知 $A=179\,857\times 63\,498$，$B=179\,856\times 63\,499$，试比较 A 和 B 的大小.

12. 计算：$\underbrace{19\cdots 99}_{2\,002个}+\underbrace{99\cdots 99}_{2\,002个}\times\underbrace{99\cdots 99}_{2\,002个}$.

B 卷

一、填空题

1. $15-5+25-10+35-15+45-20+55-25+65-30+75-35+85-40=$ ________.

2. $11.8\times 43-860\times 0.09=$ ________.

3. $200\,712.007\,1\div 2.007\,1=$ ________.

4. $0.000\,000\,001\,25\times 0.000\,000\,008=$ ________.

5. $666.66\times 6\,666.7+99\,999\times 22.222=$ ________.

6. $20.02^2 \div 0.77 =$ ________.

7. $0.27 \times 1.5 + 0.15 \times 3.2 + \square \times 1.5 = 7.7 \times 0.15$，则“□”内应填 ________.

8. $2.1 \times 5.1 \times 159.1 \div 0.7 \div 1.7 \div 3.7 =$ ________.

9. 现有 11、33、55、77、99、111、333、555、777、999 共十个数，其中有五个数的和恰为 1 997，这五个数中最小数的最大值为________.

10. 已知 $A \times 3 = B \div 3 = C + 3 = D - 3$，$A$、$B$、$C$、$D$ 中最大数为________（A、B、C、D 都是正整数，且 A 不小于 2）.

二、解答题

11. 现有六个算式：① $51 \div 99$；② $2 \div 3$；③ $5 \div 9$；④ $23 \div 45$；⑤ $24 \div 47$；⑥ $13 \div 25$，将它们按商从小到大排序，则第四个算式是哪一个？

12. 已知 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2\,002^2 = 2\,676\,679\,005$，求 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 2\,002 \times 2\,003$ 的值.

C 卷

一、填空题

1. $3.6 \times 31.4 + 43.9 \times 6.4 =$ ________.

2. $0.5 \times [(5.2 + 1.8 - 5.2 + 1.8) \div 1.075] =$ ________.

3. $2.2 \times 3.3 + 3.3 \times 4.4 + 4.4 \times 5.5 =$ ________.

4. $1 + 0.5 + 0.5^2 + 0.5^3 + 0.5^4 + 0.5^5 + 0.5^6 =$ ________.

5. $\underbrace{88\cdots88}_{2\,010个} \times \underbrace{99\cdots99}_{2\,010个} + \underbrace{33\cdots33}_{2\,010个} \times \underbrace{33\cdots33}_{2\,009个}6 =$ ________.

6. $0.4^2 + 0.3^3 + 0.2^4 + 0.1 \times (0.1 + 0.2^3) =$ ________.

7. 如果 $A = 20\,012\,002.200\,3 \times 20\,002\,001.200\,2$，$B = 20\,012\,002.200\,2 \times 20\,002\,001.200\,3$，那么 A 和 B 的大小关系是 A ______ B（填“>”、“=”或“<”）.

8. 一个四位数，给它加上小数点后与原数相加得 3 207.76，这个四位数是 ________.

9. 将 3^{51}、2^{68}、5^{34} 从小到大排序依次为________，________，________.

10. $999\,999 \times 999\,999 \div (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) =$ ________.

二、解答题

11. 把 7、77、777、…、$\underbrace{77\cdots77}_{2\,002个}$ 这 2 002 个数相加，问和的末五位数是几？

12. 把 1、2、3、…、2 002 这 2 002 个正整数的各个数中的所有数位上的数字求和，结果为多少?

13. 将小数 0.519 181 02 变成循环小数，如果要使小数点后第 100 位上的数字为 8，则表示循环节的两个点应分别点在哪两个数字上，请具体写出这个循环小数.

14. 一个四位数，千位数比个位数多 3，交换千位数和个位数得另一个四位数. 已知这两个四位数的和为 14 593，问原来的四位数是多少?

第 2 讲 等差数列

知识点、重点、难点

数串中每两个相邻数的差都相等，像这样一串数，我们称它为等差数列. 其中每一个数都叫做这个等差数列的一项，第一个数叫做第一项，用 a_1 表示；第二个数叫第二项，用 a_2 表示……；第 n 个数叫做第 n 项，用 a_n 表示. a_1，a_n 又分别叫做等差数列的首项和末项，字母 n 表示等差数列的项数. 等差数列中，从第 2 项开始，后边一项与前面一项的差始终相等，用字母 d 表示这个差，即 $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots = a_{n-2} - a_{n-1} = a_n - a_{n-1}$，我们把 d 叫做等差数列的公差.

下面我们介绍等差数列的三个重要公式.

1. 等差数列的通项公式：$a_n = a_1 + (n-1) \times d$，$n = (a_n - a_1) \div d + 1$.

2. 等差数列的求和公式：$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = (a_1 + a_2) \times n \div 2$.

例题精讲

例 1 求等差数列 3，5，7，…的第 10 项和第 100 项.

分析与解 在这个等差数列中已知 $a_1 = 3$，$d = 2$，$n = 10$、100，直接代入通项公式，即可求得 $a_{10} = a_1 + (10-1) \times d = 3 + 9 \times 2 = 21$，$a_{100} = a_1 + (100-1) \times d = 3 + 99 \times 2 = 201$.

答：第 10 项是 21，第 100 项是 201.

例 2 已知等差数列 3，6，9，12，15，…，问 45 是这个数列的第几项？

分析 我们可以直接数出 45 是第几项，但这样做太麻烦了. 在此题中已知等差数列的 $a_1 = 3$，$d = 3$，$a_n = 45$，只要把这些已知条件代入通项公式就可以

求出 n 了.

解法一 把 $a_1=3$, $d=3$, $a_n=45$ 代入通项公式,得 $45=3+(n-1)\times 3$, $n=15$.

解法二 为了解题的方便,我们也可以由通项公式推导出一个求项数 n 的公式.

由通项公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 可得

$$(a_n-a_1)\div d=n-1,\ (a_n-a_1)\div d+1=n,$$

也就是

$$n=(a_n-a_1)\div d+1.$$

把已知条件 $a_1=3$, $d=3$, $a_n=45$ 代入公式可知 $n=(45-3)\div 3+1=42\div 3+1=15$.

答:45 是这个数列的第 15 项.

例3 计算:$1+4+7+\cdots+298$.

分析 1, 4, 7, …, 298 显然是一个等差数列,要求出这个数列的和,必须先求出这个数列共有多少项,然后再代入求和公式求和.

解 $n=(298-1)\div 3+1=297\div 3+1=100$,

$$1+4+7+\cdots+298=(1+298)\times 100\div 2=299\times 100\div 2=14\,950.$$

例4 求所有被 7 除余数是 1 的三位数的和.

分析 首先应分析一下被 7 除余 1 的三位数是哪些数,我们知道符合这一条件最小的是 $105+1=106$. 采用同样方法可知三位数中最大的是 995,而且这些三位数前后两数相差都是 7,因此它们成等差数列,故可利用求和公式来求.

解 所求三位数是 106、113、120、…、995,则

$$n=(995-106)\div 7+1=889\div 7+1=128.$$

$$106+113+120+\cdots+995=(106+995)\times 128\div 2=70\,464.$$

例5 有 10 个朋友聚会,见面时如果每人都和其余的每人握手一次,那么共握手多少次呢?

分析 设 10 人分别为 a_1、a_2、a_3、…、a_{10}. 我们从 a_1 开始分析:a_1 和 a_2、a_3、…、a_{10} 这九个人每人握一次手,共握了 9 次手. 而 a_2 由于和 a_1 已握过手,所以他只能与 a_3、a_4、…、a_{10} 这 8 个人每人握手一次,共握手 8 次. 以此类推,a_3 握手 7 次,…,a_9 只能和 a_{10} 握手 1 次,然后求和即可.

解 $1+2+3+\cdots+9=(1+9)\times 9\div 2=45$(次).

答:共握手 45 次.

例 6 若干个同样的盒子排成一排,小明把 50 多个同样的棋子分装在盒中,其中只有一个盒子没有装棋子,然后他外出了.小红从每个棋子的盒子各拿了一个棋子放在空盒内,再把盒子重新排了一下.小明回来后仔细看了一番,没有发现有人动过盒子和棋子,问共有多少个盒子.

分析 要想求出共有多少个盒子,必须先要想清楚小明的棋子是怎样放的.可以这样想:我们假设除空盒外一共有 n 个盒子.为什么明明空盒不空了,小明却没有发现?肯定有另一个盒子现在变成了空盒子,说明原有一只盒子内只装了一个棋子.原来只装一个棋子的盒子变成了空盒子,还需要有另一盒子来代替它,那么代替它的盒子原来一定只装了 2 个棋子,……照这样推算,小明放棋子的方法是 0、1、2、3、…、n,根据等差数列,求出 n 即可.

解 因为 $50<1+2+3+\cdots+n<60$,

所以经试验当 $n=9$ 时,$1+2+3+\cdots+9=(1+9)\times 9\div 2=45$ 不合题意;

经试验当 $n=10$ 时,$1+2+3+\cdots+10=(1+10)\times 10\div 2=55$ 符合题意;

经试验当 $n=11$ 时,$1+2+3+\cdots+11=(1+11)\times 11\div 2=66$ 不合题意.

因此除空盒外共有 10 只盒子,这说明原来共有 11 个盒子.

答:共有 11 只盒子.

水平测试 2

A 卷

一、填空题

1. 求值:$191+187+183+179+\cdots+111=$ ________.

2. 求值:$23+2\,321+23\times 2+\cdots+23\times 23=$ ________.

3. 求所有两位数的和为________.

4. 在 1 949、1 950、1 951、…、2 002 这些正整数中,所有偶数的和比所有奇数的和多________.

5. 有一等差数列，首项为 5，第 21 项为 85，则该数列的公差为________.

6. 在 1～120 以内所有除以 7 余 2 的数的和为________.

7. 一个等差数列：1，5，9，13，17，…，则它前 50 项的和为________.

8. 计算：$\frac{1}{1\,999}+\frac{2}{1\,999}+\cdots+\frac{1\,998}{1\,999}=$________.

9. 已知等差数列的第 3 项为 8，第 8 项为 23，这个等差数列的首项为________.

10. 有 4 支球队进行单循环比赛，则共有________场比赛.

二、解答题

11. 计算：(2 002＋2 000＋1 998＋…＋4＋2)－(1＋3＋5＋…＋1 999＋2 001).

12. 已知一个等差数列的第 5 项为 16，第 12 项为 44，问：

(1) 该数列的首项是多少？公差是多少？

(2) 该数列第 2 002 项是几？

(3) 该数列前 100 项的和为多少？

B 卷

一、填空题

1. 所有三位数的和为________.

2. 所有被 9 除余 1 的数从小到大排成一列，则第 10 项为________.

3. 在 6 和 38 之间插入 7 个数，使它们成为等差数列，求这 9 个数的和为________.

4. 有一家电影院，共有 30 排座位，后一排都比前一排多 2 个座位. 已知第一排有 28 个座位，这家电影院共可容纳________名观众.

5. 100 这个数最多能写成________个不同的正整数之和.

6. 某校进行了一次写作竞赛，比赛结果：第 1 名 1 人；第 2 名 2 人；第 3 名 3 人；…；第 15 名有 15 人. 前十五名均可获奖，则共有________人获奖.

7. 9 个连续偶数的和比第 5 个数多 240，则最小数为________.

8. 小明打算在 10 天内读完 195 页的书，且以后每天比前一天多读 1 页，他第一天读________页.

9. 一辆公共汽车有 55 个座位(不含驾驶员和售票员)，空车出发，第一站上 1 人，以后每站都比前一站多上 1 人，则到第________站时，车上已无空的座位了.