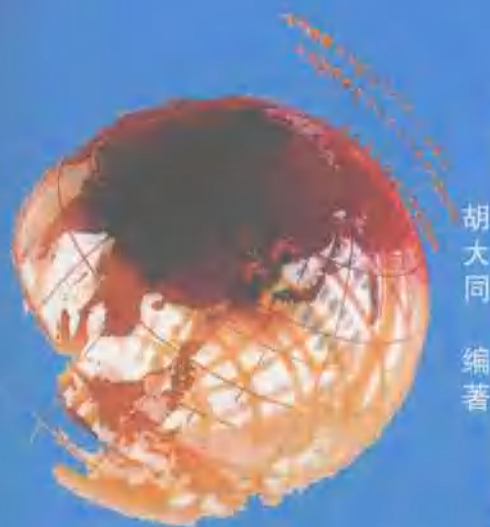


本书另配有“学习手册”
两书配套使用，收效一定更佳



胡大同
编著

总主编 单增 熊斌

奥数教程

· 第四版 ·

五年
级

总主编 单 峰 熊 斌

奥数教程

· 五年级 ·

(第四版)

胡大同 编著



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 五年级/胡大同编著. —上海: 华东师范大学出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-5617-2311-1

I. 奥... II. 胡... III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48991 号

奥数教程

(第四版)

· 五年级 ·

总 主 编 单 璠 熊 斌
编 著 胡大同
策划组稿 倪 明 徐 金
文字编辑 成 婷
封面设计 高 山
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 江苏宜兴德胜印刷有限公司
开 本 890×1240 32 开
印 张 10.125
字 数 282 千字
版 次 2007 年 6 月第四版
印 次 2007 年 6 月第 28 次
书 号 ISBN 978-7-5617-2311-1/G·1087
定 价 15.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

开展竞赛学好数学
增进友谊共同提高
青少年数学爱好者留念

王元 二〇〇〇年七月



中国数学奥林匹克委员会主席、中国科学院王元院士
致青少年数学爱好者

致读者

《奥数教程》的出版已有七八个年头了。在这个过程中,包含了作者和编辑的辛勤劳作,更多的是让我们感到欣慰。这套书,曾荣获了第十届全国教育图书展的优秀畅销书奖;香港现代教育研究社出版了她的繁体字版和网络版,并成为香港的畅销图书之一,并因此获得了版权输出奖;据北京开卷图书市场研究所的监控销售数据,近几年《奥数教程》的销量名列同类书前茅,尤其是初一和高一分册分别获得数学竞赛图书初中段和高中段的第一,这些成绩的取得与作者们精到的创作,广大读者的支持、呵护是分不开的。

为了使《奥数教程》更健康、更成熟地发展,为了使学生的学习生活更主动、更有效,不断提高图书的质量,我们差不多每两年修订一次,现在已经是第四版了。应广大读者的要求,方便读者自学,为四年级至九年级出版了相应的“学习手册”。如果将“学习手册”与“教程”配套使用,收效一定更佳。

四五年前,我们开展了“有奖订正”和“巧解共享”两项活动,得到了读者的支持与配合,不少读者纷纷来信、来电提出订正意见和更好的解法。这是对我们的鼓励,更是对我们的鞭策。我们计划继续开展下列活动,希望有更多的读者朋友乐于参与。

一、有奖订正

2007年9月到2008年8月期间,欢迎读者朋友对《奥数教程》(第四版,12册),提出改正意见,我们将对“纠错能手”给予奖励。

二、巧解共享

欢迎读者朋友对《奥数教程》中例题与习题,提供更巧妙的解法,我们将选择有新意的、合适的解法在网上公布,以与其他读者朋友共享,凡在修订时被采用者,我们将署上提供者的姓名,并支付相应的稿酬。

我们衷心祝愿《奥数教程》永远成为您的好朋友。

华东师范大学出版社

前言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”。但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好。的确,数学是中国人擅长的学科,如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属。

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势。

中国人能用一只手表示 1~10,而很多国家非用两只手不可。

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有 12 进制,60 进制的残余)。

中国文字都是单音节,易于背诵,例如乘法表,学生很快就能掌握,再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”。但外国人,一学乘法,头就大了,不信,请你用英语背一下乘法表,真是佞屈聱牙,难以成诵。

圆周率 $\pi=3.14159\cdots$, 背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了,可是俄国人为了背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个,……要背 π 先背诗,这在我们看来简直是自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法。

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色,从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生的学习兴趣,启迪学生智慧,例如:

“一百个和尚一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解,中国却有多种算术解法,如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚,100 个馒头表明小和尚是 300 个,多出 200 个和尚,是由于每个大和尚变小和尚,多变出 8 个,从而 $200 \div 8 = 25$ 即是大和尚人数,小和尚自然是 75 人,或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组,平均每人吃一个馒头,恰好与总体的平均数相等,所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少,即大和尚是 $100 \div (3+1) = 25$ 人。

中国人善于计算,尤其善于心算,古代还有人会用手指计算(所谓“掐指一算”).同时,中国很早就有计算的器械,如算筹、算盘,后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中,我国的优势显然,所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理,在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算,我国有不少论著),比希腊人稍逊一筹,但是,中国人善于向别人学习.目前我国中学生的几何水平,在世界上遥遥领先.曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班,他们认为所教的几何内容太深,学生不可能接受,但听课之后,不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解,而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著.在国际数学竞赛中,我国选手获得众多奖牌,就是最有力的证明.从1986年我国正式派队参加国际数学奥林匹克以来,中国队已经获得了12次团体冠军,可谓是成绩骄人.当代著名数学家陈省身先生曾对此特别赞赏.他说:“今年一件值得庆祝的事,是中国在国际数学竞赛中获得第一.……去年也是第一名.”(陈省身1990年10月在台湾成功大学的讲演“怎样把中国建为数学大国”)

陈省身先生还预言:“中国将在21世纪成为数学大国.”

成为数学大国,当然不是一件容易的事,不可能一蹴而就,它需要坚持不懈的努力.我们编写这套丛书,目的就是:(1)进一步普及数学知识,使数学为更多的青少年喜爱,帮助他们取得好的成绩;(2)使喜爱数学的同学得到更好的发展,通过这套丛书,学到更多的知识和方法.

“天下大事,必作于细.”我们希望,而且相信,这套丛书的出版,在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用.本丛书初版于2000年,现根据课程改革的要求对各册再作不同程度的修订.

著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词,我们表示衷心的感谢.还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生,没有他们,这套丛书不会是现在这个样子.

单 樽 熊 斌

2007年5月

目 录

第 1 讲	小数的巧算	1
第 2 讲	简单统计	9
第 3 讲	平均数的应用	22
第 4 讲	平面图形面积计算	31
第 5 讲	等积变形	43
第 6 讲	立体图形问题	53
第 7 讲	环形路上的行程问题	64
第 8 讲	牛吃草问题	74
第 9 讲	鸡兔同笼问题的应用	84
第 10 讲	逻辑推理(1) 假设法	93
第 11 讲	逻辑推理(2) 计算逻辑	102
第 12 讲	逻辑推理(3) 对应逻辑	112
第 13 讲	周期问题	123
第 14 讲	页码问题	132
第 15 讲	填数阵图	137
第 16 讲	整除	147
第 17 讲	余数问题	157
第 18 讲	质数与合数	165
第 19 讲	分解质因数	176
第 20 讲	最大公约数与最小公倍数	184
第 21 讲	完全平方数	193
第 22 讲	数字和	202
第 23 讲	连续自然数	211

第 24 讲	抽屉原理	220
第 25 讲	分类	231
第 26 讲	换角度考虑问题	240
第 27 讲	定义新运算	250
第 28 讲	十进制和二进制简介	259
第 29 讲	迷题问题介绍(一)	269
第 30 讲	迷题问题介绍(二)	283
参考答案		295

第 1 讲

小数的巧算

小数“巧”算的基本途径还是灵活应用小数四则运算的法则、运算定律,使题目中的数尽可能快地化为整数.在某种意义上讲,“化整”是小数运算技巧的灵魂.

当然,根据小数的特点,在乘除运算中灵活运用小数点的移位:两数相乘,两数中的小数点反向移动相同的位数,其积不变(如 $0.8 \times 1.25 = 8 \times 0.125$);两数相除,两数中的小数点同向移动相同的位数,其商不变(如 $0.16 \div 0.04 = 16 \div 4$),也是常见的简化运算的方法.

另外,某些特殊小数相乘化整,应熟记于心,如上面的 $8 \times 0.125 = 1$; $0.5 \times 2 = 0.25 \times 4 = 1$; $0.75 \times 4 = 3$; $0.625 \times 16 = 10$ 等等.同学们在平时做题时留心积累这些“窍门”会大大提高自己的运算能力.



例 1 计算 $2005 \times 18 - 200.5 \times 80 + 20\ 050 \times 0.1$
(2006 年南昌市小学毕业考试题)

分析与解 利用小数乘积移位法则,有

$$200.5 \times 80 = 2005 \times 8, 20\ 050 \times 0.1 = 2005, \text{则}$$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 2005 \times 18 - 2005 \times 8 + 2005 \times 1 \\ &= 2005 \times (18 - 8 + 1) \\ &= 2005 \times 11 \\ &= 22\ 055\end{aligned}$$



例 2 计算 $75 \times 4.7 + 15.9 \times 25$

分析与解 因为 $15.9 = 3 \times 5.3$, $75 = 3 \times 25$, $5.3 + 4.7 = 10$, 有

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 3 \times 25 \times 4.7 + 3 \times 25 \times 5.3 \\ &= 3 \times 25 \times (4.7 + 5.3) \\ &= 3 \times 25 \times 10 \\ &= 750\end{aligned}$$

随堂练习 1

(1) 计算 $1.25 \times 3.14 + 125 \times 0.0257 + 1250 \times 0.00229$

(2) 计算 $3.51 \times 49 + 35.1 \times 5.1 + 49 \times 51$

(2003 年全国小学奥数竞赛(A)卷第 1 题)

提示: $49 \times 51 = (50 - 1) \times (50 + 1) = 2500 - 1 = 2499$.



例 3 计算 $7.816 \times 1.45 + 3.14 \times 2.184 + 1.69 \times 7.816$

(2005 年希望杯邀请赛一试第 10 题)

分析与解 第 1 项和第 3 项都有因数 7.816, 第 2 项中的 $2.184 = 10 - 7.816$, 因此

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 7.816 \times 1.45 + 3.14 \times (10 - 7.816) + 1.69 \times 7.816 \\ &= 3.14 \times 10 + 7.816 \times (1.45 - 3.14 + 1.69) \\ &= 31.4 + 7.816 \times (3.14 - 3.14) \\ &= 31.4\end{aligned}$$



例 4 计算 $38.3 \times 7.6 + 11 \times 9.25 + 427 \times 0.24$

(1999 年全国小学数学奥林匹克竞赛 B 卷第 1 题)

分析与解 注意到 $0.76 + 0.24 = 1$, 可将 38.3×7.6 化为 383×0.76 , 427×0.24 化为 $(383 + 44) \times 0.24$, 从而

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 383 \times 0.76 + 11 \times 9.25 + (383 + 44) \times 0.24 \\
 &= 383 \times (0.76 + 0.24) + 11 \times (9.25 + 4 \times 0.24) \\
 &= 383 + 11 \times 10.21 \\
 &= 495.31
 \end{aligned}$$

随堂练习 2

(1) 计算 $4.76 \times (3.8 - 2.3) + 1.5 \times 5.24$

(2) 计算 $(8.4 \times 2.5 + 9.7) \div (1.05 \div 1.5 + 8.4 \div 0.28)$



例 5 计算 $(1 + 0.12 + 0.23) \times (0.12 + 0.23 + 0.34) - (1 + 0.12 + 0.23 + 0.34) \times (0.12 + 0.23)$

(1999 年全国小学数学奥林匹克初赛 A 卷第 1 题)

分析与解 若直接进行乘法运算,将会出现许多项小数的两两积,运算将变得十分繁琐.注意到全式只出现 4 个数:1、0.12、0.23、0.34,每个括号内出现的数是这 4 个数不同的组合,若适当地将某些组合看为一个整体,用一个字母表示,则可化零为整,减少运算步骤.

令 $M = 0.12 + 0.23$, $N = 0.12 + 0.23 + 0.34$, 则

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (1 + M) \times N - (1 + N) \times M \\
 &= N + M \times N - M - N \times M \\
 &= N - M \\
 &= 0.34
 \end{aligned}$$

随堂练习 3

计算 $(2 + 1.23 + 2.34) \times (1.23 + 2.34 + 3.45) - (1.23 + 2.34) \times (2 + 1.23 + 2.34 + 3.45)$

提示:令 $M = 1.23 + 2.34$, $N = 1.23 + 2.34 + 3.45$, 将原式化简为 M 、 N 的表达式.



例 6 若 $A = 9.876\,543 \times 3.456\,789$,

$$B = 9.876\,544 \times 3.456\,788,$$

试比较 A 、 B 的大小.

分析与解 令 $a = 9.876\,543$, $b = 3.456\,789$, 则

$$A = a \times b$$

$$B = (a + 0.000\,001) \times (b - 0.000\,001)$$

$$= a \times b - 0.000\,001 \times (a - b) - 0.000\,001 \times 0.000\,001$$

$$= A - 0.000\,001 \times (a - b) - 0.000\,001 \times 0.000\,001$$

$$= A - \text{正数}$$

$$< A$$

这个正数是 $0.000\,001 \times (9.876\,543 - 3.456\,789) + 0.000\,001 \times 0.000\,001$, 所以, $A > B$.

随堂练习 4

$A = 5.4321 \times 1.2345$, $B = 5.4322 \times 1.2344$, 问 A 和 B 哪个大?



例 7 如果

$$362 - (321.2 - \square \times 5.78) + 1.3 \times 5.6 \div 0.07 = 347.1, \text{ 那}$$

么 $\square =$ _____.

分析与解 先对原式左边化简, 利用逆运算求 $\square$ 的值.

$$\text{原式左边} = 362 - 321.2 + \square \times 5.78 + 13 \times 56 \div 7$$

$$= 40.8 - \square \times 5.78 + 104$$

$$= \square \times 5.78 + 144.8$$

所以 $\square \times 5.78 + 144.8 = 347.1$

$$\square = (347.1 - 144.8) \div 5.78$$

$$\square = 35$$

随堂练习 5

已知 $105.5 + [(40 + \square) \div 2.3] \times 0.5 - 1.53 \div (53.6 \div 26.8 \times 0.125) = 187.5$, 求 $\square =$ _____.



例 8 计算 $41.2 \times 8.1 + 5.37 \times 19 + 1.1 \times 92.5$

分析与解 首先注意到 $53.7 = 41.2 + 12.5$ 及 $8.1 + 1.9 = 10$, 可将 5.37×19 化为 53.7×1.9 .

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 41.2 \times 8.1 + 53.7 \times 1.9 + 1.1 \times 92.5 \\ &= 41.2 \times 8.1 + (41.2 + 12.5) \times 1.9 + 1.1 \times 92.5 \\ &= 41.2 \times (8.1 + 1.9) + 12.5 \times 1.9 + 1.1 \times 92.5 \\ &= 412 + 12.5 \times 1.9 + 1.1 \times (80 + 12.5) \\ &= 412 + 12.5 \times (1.9 + 1.1) + 1.1 \times 80 \\ &= 412 + 12.5 \times 3 + 88 \\ &= 500 + 37.5 \\ &= 537.5 \end{aligned}$$

随堂练习 6

计算 $41.2 \times 8.1 + 11 \times 1.25 + 53.7 \times 1.9$

(2001 年黄冈市数学竞赛)



想一想

数字相同的整数加法和循环小数(一)

A、B、C、D 是由相同数字组成的六位数, 它们之间能否有等式

$$A+B=C+D$$

有！下面就是答案

$$142\ 857 + 714\ 285 = 285\ 714 + 571\ 428 = 857\ 142 \quad (1)$$

这5个六位数有点眼熟，原来这5个六位数是 $\frac{a}{7}$ ($a=1, 2, 4, 5, 6$)化为循环小数后循环节中的几个六位数。

$\frac{a}{7}$ 所形成的六个循环小数很好记，只要记住 $\frac{1}{7}$ 的循环节，其他5个循环小数的循环节立即就能写出

$$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}, \quad \frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$$

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}, \quad \frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$$

$$\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}, \quad \frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$$

我们可将上述的变化戏称为“保持数字顺序不变整体交换”。依次将上面循环节的六位数写出，有

$$\begin{aligned} \alpha &= 142\ 857, & 2\alpha &= 285\ 714 \\ 3\alpha &= 428\ 571, & 4\alpha &= 571\ 428 \\ 5\alpha &= 714\ 285, & 6\alpha &= 857\ 142 \end{aligned}$$

那么(1)式就是

$$\alpha + 5\alpha = 2\alpha + 4\alpha = 6\alpha$$

知道了这一点，于是上述类似等式还可以写很多，

由 $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ 得

$$142\ 857 + 285\ 714 = 428\ 571$$

由 $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha$ 得

$$285\ 714 + 428\ 571 = 714\ 285 \quad \text{等等.}$$

顺便提一下, 因为

$$\frac{7}{7} = 0.\dot{9} = 0.\dot{9}99\ 999 = 7\alpha$$

于是 $\alpha + 6\alpha = 2\alpha + 5\alpha = 3\alpha + 4\alpha = 7\alpha$

同学自己将相应的六位数写出来检验一下.

于是自然产生一个问题: 循环小数的循环节中的数字不变, 还有没有位数不是六位的其他数字不变的加法呢?

练 习 题

- 1 计算 $37.5 - 1.53 - 0.25 - 1.22$
- 2 计算 $2.5 \times 1.25 \times 3.2$
- 3 计算 $3.74 \times 2.85 + 8.15 \times 3.74 - 3.74$
- 4 计算 $3.6 \times 31.4 + 43.9 \times 6.4$ (1996 年山东省小学数学竞赛题)(提示: $43.9 = 31.4 + 12.5$)
- 5 计算 $2.4 \times 7.6 + 7.6 \times 6.5 + 7.6 + 0.76$ (1995 年上海小学数学竞赛试题)
- 6 计算 $8 \div (31.25 \times 0.4) + 99.36$ (2004 年南京小学数学冬令营试题)
- 7 计算 $20.05 \times 39 + 200.5 \times 4.1 + 40 \times 10.025$
(提示: $40 \times 10.025 = 2 \times 20 \times 10.025 = 20 \times 20.05$)
- 8 计算 $18.3 \times 0.25 + 5.3 \div 0.4 - 7.13$ (第十届“华罗庚”少年邀请赛决赛第 2 题第 1 小题)
- 9 计算 $2005 \times 0.375 - 0.375 \times 1949 + 3.75 \times 2.4$ (第二十一屆“迎春杯”数学科普活动初赛第 1 题)

- 10** 计算 $(123456789.1)^2 - 123456789.0 \times 123456789.2$ (提示: 令 $123456789.1 = x$, 则 $123456789.0 = x - 0.1$, $123456789.2 = x + 0.1$)
- 11** 已知 $9.4 \times [\square - (1.54 - 0.31)] = 0.47$, 求 $\square =$ _____.
- 12** 计算 $2006 + 200.6 + 20.06 + 2.006$
- 13** 比较下面两个乘积 A 、 B 的大小:
 $A = 9.8732 \times 7.2345$
 $B = 9.8733 \times 7.2344$
- 14** 计算 $2004.05 \times 1997.05 - 2001.05 \times 1999.05$ (2004 年第九届“华罗庚”金杯少年邀请赛决赛试题)
- 15** 计算 $47263.4^2 + 47263.5^2 - 47263.3 \times 47263.5 - 47263.4 \times 47263.6$
- 16** 计算 $1.1 + 3.3 + 5.5 + 7.7 + 9.9 + 11.11 + 13.13 + 15.15 + 17.17 + 19.19$ (北京市第十三届“迎春杯”初赛第一题第 2 小题)