



• 吴其芬 李桦 编著 •

# 磁流体力学

国防科技大学出版社

0361.3

3

2007

# 磁流体力学

吴其芬 李 桦 编著

国防科技大学出版社

·长沙·

## 内容简介

本书概要介绍了磁流体力学在空间工程应用中所涉及的基本概念、基本原理及基本方法,既是磁流体力学的入门书,又可作为力学及物理相关专业高年级或研究生教材,也可供相关研究人员查阅。

### 图书在版编目(CIP)数据

磁流体力学/吴其芬,李桦编著. —长沙:国防科技大学出版社,2007.1  
ISBN 7-81099-387-9

I. 磁… II. ①吴… ②李… III. 磁流体力学 IV. 0361.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 141238 号

国防科技大学出版社出版发行  
电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

<http://www.gfkdebs.com>

责任编辑:耿筠 责任校对:肖滨

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

开本:787×960 1/16 印张:20 字数:392千  
2007年1月第1版第1次印刷 印数:1-2000册

\*

ISBN 7-81099-387-9/0·30

定价:36.00元

# 前 言

导电流体在磁场运动时,速度场和磁场将发生相互作用,因此必须耦合考察流体运动和电磁现象的规律。应用现象学方法研究流体宏观运动的力学工作者更注重考察流体运动对磁力作用的响应。磁力对流体做功转化为流体的动能或压力势能,这是磁流体力学加速器或压力泵。可能发生的另一种能量转换形式是流体的机械能变为电能输出,这是磁流体力学发电机。

磁力通过电流产生动力,因此本质上是体力。但是它不同于惯性力或重力,而是具有压力效应的。另一方面,磁场的存在改变了流体力学中出现的扰动波各向同性传播的特性,表现出与磁场方向的相关性。两者效应的联合作用形成了称之为快波和慢波两种声波同时在流场中传播。相应地,在超声速流动的流场中,将同时出现快激波和慢激波或者快膨胀波和慢膨胀波的现象。

由于磁力具有压力性质,使得能够实现无壁面约束高温等离子体流,将磁流体力学应用于原子能发电装置之中。一般来说,磁力具有产生漩涡运动和抑制漩涡运动两重性,有效地应用磁力达到控制流体运动的目的。磁流体力学在空间工程中得到广泛的应用。

本书正是基于介绍磁流体力学在空间工程应用中所涉及的基本概念、原理和方法编辑而成。全书共九章。第一章,对磁流体力学研究方法、前提及必须准备的知识作一般性的叙述。第二章,在已有的准备知识基础上较全面地介绍磁流体力学方程及其引申出来的相关概念。第三章,在介绍磁场运动学之后,着重介绍磁力性质、作用及磁流体力学箍束。第二章和第三章一道构成了本书的基础。第四章,着重介绍磁流体

力学特有的哈特曼流动和阿尔芬波现象及其分析方法。第五、六两章,分别较为详细地叙述磁流体力学线性波及激波现象,给出简波及激波解,分析了激波的几何性质及关系式。第七、八两章,应用与流体力学对比方式分别介绍了可压缩导电流体在磁场作用下的一维流动和平面流动。在最后一章,主要介绍在磁力作用下粘性边界层方程的建立及其求解。在内容编排上尽量做到由浅入深,在叙述上力求通俗易懂,引导思维,避免冗长的数学推导。希望读者具有流体力学知识基础,在写作时尽可能应用与流体力学比拟的方法阐述磁流体力学相关内容,介绍两者异与同。

作者特别感谢国防科学技术大学范晓樯、李晓宇、田正雨、潘沙、冯定华、张康平、丁国昊等同事,他们为书稿的修订、校对、打印和绘图付出了大量的辛劳。还要感谢钟涛、黄琳、陈伟芳、石子中等诸同事,他们不仅参与了审查及编排工作,还在日常生活中给予本人很大的照顾和关怀。特别感谢编辑部的诸位同志,由于他们认真细致的审稿及编辑,避免了许多错误和纰漏,得以将此书付印出版。

书中难免有错误和不足,敬请读者不吝赐教。

作者

2006年12月

# 目 录

## 第一章 绪 论

1.1 磁流体力学研究内容 .....	( 1 )
1.2 导电流体与等离子体 .....	( 2 )
1.3 连续介质假设 .....	( 3 )
1.4 磁流体力学流动特性的分区 .....	( 5 )
1.5 时空系及时空系等同性 .....	( 7 )
1.5.1 时空系和时空系变换 .....	( 7 )
1.5.2 时空系等同性 .....	( 8 )
1.6 洛仑茨变换 .....	(11)
1.7 场方法 .....	(16)
1.8 正交曲线坐标系 .....	(19)
1.9 本构关系式 .....	(21)

## 第二章 磁流体力学基本方程

2.1 预备公式 .....	(23)
2.2 电磁学方程 .....	(23)
2.2.1 方程的导出 .....	(23)
2.2.2 磁扩散方程 .....	(25)
2.2.3 磁力体密度和磁力功体密度 .....	(27)
2.3 动力学方程 .....	(28)
2.3.1 符号及说明 .....	(28)
2.3.2 质量守恒方程 .....	(29)
2.3.3 动量守恒方程 .....	(29)
2.3.4 能量守恒方程 .....	(31)

2.4 状态方程及热力学量 .....	(35)
2.4.1 状态方程及热力学关系式 .....	(35)
2.4.2 用焓 $h$ 和熵 $S$ 表示的能量守恒方程 .....	(38)
2.5 控制磁流体流动的方程组 .....	(38)
2.5.1 矢量形式的微分方程组 .....	(38)
2.5.2 不可压缩导电流体时的矢量形式微分方程组 .....	(40)
2.5.3 直角坐标系中微分方程组的分量形式 .....	(40)
2.5.4 梯度、散度、旋度、拉普拉斯算子以及变形速率张量在正交曲线坐标系中表达式 .....	(42)
2.5.5 柱坐标系中微分方程组的分量形式 .....	(43)
2.5.6 球坐标系中微分方程组的分量形式 .....	(44)
2.5.7 积分形式的磁流体力学方程组 .....	(46)
2.6 初始条件和边界条件 .....	(47)
2.6.1 关于定解条件的说明 .....	(47)
2.6.2 初始条件 .....	(47)
2.6.3 磁场边界条件 .....	(48)
2.7 磁流体力学相似参数 .....	(49)

### 第三章 磁场运动学及磁力的作用

3.1 磁场运动学与漩涡运动的相似性 .....	(53)
3.2 磁场运动学 .....	(57)
3.2.1 漩涡运动学 .....	(57)
3.2.2 简单的磁场运动学 .....	(60)
3.2.3 二维磁运动学特性 .....	(62)
3.3 磁力的等效应力张量及磁力边界条件 .....	(68)
3.3.1 磁力的等效应力张量 .....	(68)
3.3.2 主应力和主方向 .....	(70)
3.3.3 磁力的分解 .....	(71)
3.3.4 磁力的边界条件 .....	(72)
3.4 运动方程的第一积分 .....	(78)
3.5 漩涡动力学 .....	(81)
3.5.1 小引 .....	(81)

3.5.2	漩涡的遏制 ( $Re_m \ll 1$ )	(81)
3.5.3	磁场激励漩涡机制 ( $Re_m \ll 1$ )	(83)
3.5.4	漩涡的传播 ( $Re_m \gg 1$ )	(84)
3.6	磁流体静力学	(89)
3.6.1	静力平衡及磁场外形	(89)
3.6.2	磁流体力学柱形箍束	(91)
3.6.3	磁镜	(95)

## 第四章 不可压缩线性磁流体力学

4.1	流动模型	(96)
4.2	一维定常哈特曼流动	(100)
4.2.1	$V_x = 0$ 时哈特曼流动	(100)
4.2.2	$V_x \neq 0$ 时哈特曼流动	(103)
4.3	一维不定常线性流动	(106)
4.3.1	阿尔芬谐波 ( $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ )	(106)
4.3.2	振荡的泊肖依流动	(111)
4.3.3	瞬态的泊肖依流动	(115)
4.4	二维定常哈特曼流动	(118)
4.4.1	矩形截面渠道内泊肖依流动解法分析	(118)
4.4.2	矩形截面渠道内泊肖依流动解例	(122)
4.4.3	矩形截面渠道内夸特-泊肖依流动	(127)
4.4.4	其他截面形状的泊肖依流动	(128)
4.4.5	附注	(131)

## 第五章 磁流体力学线性波

5.1	微分方程组	(132)
5.2	哥西问题一般性讨论	(133)
5.3	关于磁流体力学线性波的一般性讨论	(136)
5.3.1	无耗损磁流体力学方程组的哥西问题	(136)
5.3.2	波速之间的关系及其性质	(139)



5.3.3 弱间断关系式 .....	(140)
5.4 一维简波流动 .....	(144)
5.4.1 一维简波的性质 .....	(144)
5.4.2 黎曼不变量 .....	(146)
5.4.3 一维简波定理 .....	(147)
5.5 磁流体力学一维简波 .....	(150)
5.5.1 特征值与特征矢量 .....	(150)
5.5.2 磁流体力学简波流动解 .....	(151)

## 第六章 磁流体力学激波导论

6.1 激波关系式 .....	(159)
6.1.1 激波关系式的导出 .....	(159)
6.1.2 激波关系式的形式 .....	(163)
6.1.3 弱激波方程 .....	(165)
6.1.4 几种特殊情形的激波 .....	(168)
6.1.5 激波的几何性质 .....	(169)
6.2 激波方程的解 .....	(170)
6.2.1 激波坐标系 .....	(170)
6.2.2 激波方程的简化 .....	(171)
6.2.3 激波曲面 .....	(172)
6.2.4 激波方程的解析求解 .....	(175)
6.2.5 激波极线 .....	(176)
6.3 激波绝热曲线 .....	(178)
6.3.1 激波绝热方程 .....	(178)
6.3.2 魏尔气体 .....	(179)
6.3.3 激波绝热曲线基本性质 .....	(181)
6.4 激波的热力学性质 .....	(185)
6.5 激波速度关系式 .....	(187)
6.5.1 瑞利曲线和 $L_2$ 曲线 .....	(187)
6.5.2 关于激波稳定性分析的叙述 .....	(190)
6.5.3 激波速度定理 .....	(193)

## 第七章 可压缩磁流体一维流动

7.1 可压缩磁流体一维流动的控制方程 .....	(196)
7.2 一维定常流动的基本特征 .....	(198)
7.3 激波层结构 .....	(203)
7.3.1 激波层结构问题的一般性叙述 .....	(203)
7.3.2 激波层结构解 .....	(205)
7.4 活塞推动的流动 .....	(217)
7.4.1 活塞问题的提法及可能的解 .....	(217)
7.4.2 空腔内磁场解 .....	(219)
7.4.3 等截面直管道内活塞问题 .....	(220)
7.4.4 活塞运动与解的关系 .....	(221)
7.5 拟一维流动 .....	(227)
7.5.1 拟一维流动的控制方程 .....	(227)
7.5.2 喷管内定常流动的一般性质 .....	(231)
7.5.3 完全导体介质的拟一维流动 .....	(233)

## 第八章 可压缩磁流体力学绕物体无损耗流动

8.1 无损耗绝热磁流体流动概述 .....	(238)
8.1.1 控制方程、扰动波和马赫波 .....	(238)
8.1.2 相速度和群速度 .....	(241)
8.1.3 相速度和群速度的关系式 .....	(242)
8.2 磁流体力学定常流动性质的判别 .....	(245)
8.2.1 判别流动性质的方法 .....	(245)
8.2.2 相速度图和群速度图 .....	(245)
8.2.3 磁流体力学定常流动性质 .....	(248)
8.3 磁场和流场冻结流动 .....	(252)
8.3.1 考虑平面定常流动情形 .....	(253)
8.3.2 考察三维空间定常流动情形 .....	(258)
8.4 超声速定常气体绕楔流动 .....	(260)
8.4.1 平面流动的电磁学量 .....	(260)

8.4.2	具有附体激波的绕楔流动解 .....	(260)
8.4.3	磁场边界条件关系式 .....	(263)
8.4.4	弱波情形 .....	(264)
8.4.5	关于附体激波临界角的说明 .....	(265)
8.5	具有横向磁场的非定常平面流动 .....	(266)
8.6	小扰动流动 .....	(268)
8.6.1	小扰动线性方程 .....	(268)
8.6.2	电流方程 .....	(269)
8.6.3	冻结流动 .....	(271)
8.6.4	磁场与速度场正交 .....	(273)
8.6.5	磁场与速度场非正交 .....	(276)

## 第九章 磁流体力学边界层流动

9.1	概述 .....	(277)
9.2	瑞利问题 .....	(278)
9.3	边界层方程 .....	(283)
9.3.1	流体力学边界层方程 .....	(283)
9.3.2	磁流体力学不可压缩流动粘性边界层方程 .....	(285)
9.3.3	磁流体力学可压缩定常流动粘性边界层方程 .....	(289)
9.4	磁边界层及其控制方程 .....	(290)
9.5	磁流体力学不可压缩粘性边界层解例 .....	(297)
9.5.1	平板粘性边界层内流动 .....	(297)
9.5.2	具有逆压梯度的粘性边界层内流动 .....	(299)
9.6	磁流体力学可压缩粘性边界层解例 .....	(302)
9.6.1	高超声速平板粘性边界层内流动 .....	(302)
9.6.2	渠道流动电极表面粘性边界层内流动 .....	(305)

# 第一章 绪 论

## 1.1 磁流体力学研究内容

早在 18 世纪初叶,法拉第及其同时代的学者就认识到,在磁场中运动的固体或流体将经受着一个电动势的作用。如果运动着的固体或流体是导体的话,那么将在导体内形成一个电回路,在这个回路内将有电流流动;或者导体与外界物质一道形成一个电回路,而在导体内也存在电流流动。这样,电流和磁场间就存在互相作用,即磁场使运动的导体诱导起电流产生感应电流;反之诱导电流也产生诱导磁场而影响原来的外加磁场。

由以上讨论得知,无论原始导电介质初始状态如何,但是只要有外加磁场以及运动的导体,就在导体内存在以下两个基本效应:一是与诱导电流相共生的诱导磁场必将对原始外加磁场产生一个扰动;二是电流与受扰动的磁场之间相互作用产生电磁力,这一作用力必将对原始的运动产生扰动。当运动的导体是固体时,以上两种效应的解是较容易得到的,这是电磁学研究的内容。当运动的导体是流体时,问题就复杂了些。研究导电流体在磁场中运动规律的学科称之为磁流体力学。因此,从本质上说磁流体力学就是研究流体速度场和电磁场之间相互作用的一门科学。

磁流体力学考察导电流体在磁场作用下的运动规律,也即考察磁场如何影响着流体的运动,反之流体的运动又是如何地影响着电磁场。因此,必须耦合考察流体运动的速度场和介质内部的电磁场。这就要求必须将控制导电流体介质运动的流体力学方程与控制电磁学现象的方程耦合求解,给出特定问题的解答。这就指出了磁流体力学与流体力学和电动力学之间的本质性区别。流体力学是研究流体运动的速度场和力场之间相互作用的规律。在这一学科中,即使力场中包含电磁力,它也被认为是给定的已知力场。这里的电磁力场仅仅单一方向作用于流体的速度场,对速度场进行扰动,而不存在速度场对电磁场的反方向作用。在电动力学中,当介质处于运动状态时,认为介质的速度场是给定的已知速度场。在这一特定条件下,考察运动介质的电磁现象。

上述讨论表明,磁流体力学与流体力学和电动力学之间,既存在密切联系,又相互区别的关系,从而使得磁流体力学成为既独立于流体力学,又独立于电动力学的一门交叉学科。磁流体力学理论已在多个物理学分支和广泛的工程技术中得到应用。例如,在研究宇宙起源,太阳及恒星的结构及演化等方面的天体物理学;在研究地球及行星磁场的结构及起源、电离层中电波的传播以及行星星际间太阳风和行星磁场相互作用等方面的地球物理学;在宇航工程中磁流体力学发动机、再入飞行器磁流体力学边界层控制、电离气体中电波的传播以及在原子能发电中磁流体力学箍束等方面都显示出磁流体力学理论的应用成果。

## 1.2 导电流体与等离子体

在 1.1 节已叙述,磁流体力学是研究导电流体在磁场作用下运动规律的学科。换一句话说,磁流体力学研究的对象是导电流体。只有导电流体的速度场才能与磁场发生相互作用。无疑地,水银是一种具有良导电性质的流体;钠或钾等一类碱金属的溶解液也是良导电流体;而其他金属的溶液或电解液也都可能是导电流体。在常温条件下,仅仅水银是良导体,而许多电解液则不能成为良导体。因此,水银可以成为磁流体力学的工作介质,但是由于它价格昂贵经常被钠或钾等一类碱金属的溶液取代。

更广泛地存在自然界中的导电流体是等离子体。广义上说,具有一定电离度的电离气体都可当作为等离子体。事实上,根据等离子体的定义是指具备以下两个条件的电离气体可称为等离子体。这两条件是,在电学上是中性的,即无净电荷,且用来表示带电粒子数的平方根与它的平均热运动速度之比称之为德拜(Debye)长度  $d$  必须远小于流体运动的特征长度  $L$ , 即有  $d \ll L$ 。

后一条件规定了电离气体的电离度的下限。这由德拜长度的定义式

$$d = \left( \frac{\epsilon_0 kT}{e^2 n} \right) = \left( \frac{\pi \epsilon_0 m \bar{c}^2}{8e^2 n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

得到证实。式(1.1)中,  $\epsilon_0$  为真空的介电常数,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $T$  为电离气体的温度,  $e$  为电子的电荷量,  $m$  为带电粒子的质量,  $n$  为带电粒子的数密度,  $\pi$  为圆周率,  $\bar{c}$  为平均热运动速度。

德拜长度的表示式给出了物理意义的解释。它表示在等离子体中正电荷和负电荷被热能分开的距离,或者表示不等于零的净电荷的距离。对于弱电离气体,条件  $d \ll L$  能够得到满足。实际计算表明,具有电子数密度为  $n = 10^{12} \text{ cm}^{-3} = 10^{18} \text{ m}^{-3}$ , 温度为  $T = 10^4 \text{ K}$  的电离气体,对应的德拜长度  $d = 7 \times 10^{-6} \text{ m} = 7 \mu$ 。这一长度相对于宏观运动的电离气体的特征长度  $L$  总是很小的。对于电离气体,当满足条

件  $d \ll L$  时,从宏观意义上说,电学上中性的条件也得到满足。因此,具有一定电离度的电离气体是等离子体。

必须指出,等离子体的介电常数  $\epsilon$  是极为接近于真空的介电常数的。在以下讨论中,如不作特殊说明总是用  $\epsilon$  表示介电常数,且认为是真空的介电常数。另一方面,导电流体通常不是磁体,即导电流体不被磁化。因为磁导率  $\mu$  总是接近于真空的磁导率  $\mu_0$ 。因为仅有一个磁导率出现,可忽略下标“0”,记为  $\mu$ 。

### 1.3 连续介质假设

磁流体力学和流体力学一样,都是建立在连续介质假设之上进行理性阐述的。连续介质假设是指物质连续不断地分布在所考察的空间中,即宏观的物质质点——对应地嵌入于空间的几何点中。于是,物质质点所具有的所有物理量值都对应地赋予几何点上,因而可以应用基于微积分学之上发展起来的现代数学对导电流体在磁场作用下的运动规律进行解析分析。

在这里,我们用分子这一词通称电离气体的中性分子、离子和电子。在磁流体力学中,通常应用组成流体介质的分子的微观运动特征量与流体介质的宏观运动特征量之比作为判别连续介质假设适用性的判据。方便的做法是用分子热运动平均自由程  $l_f$  和流体介质宏观运动的特征长度  $L$  之比,称为努森数  $k_n = \frac{l_f}{L}$  当作为判别连续介质假设适用性的判据。当  $k_n \ll 1$  时,则认为流体介质可作为连续介质处理;否则不然,这时必须应用稀薄气体动力学方法进行研究。

宏观运动的特征长度  $L$ ,通常取为装置的特征维度;如果流场是广延无垠而又无特征长度,则或取边界层厚度  $\delta$  或取波长  $\lambda$ ,也可取流体在单位时间内运动历程  $L$  等。由统计力学知,分子热运动平均自由程  $l_f$  可表示成

$$l_f = \frac{\bar{c}}{\nu} = \frac{\bar{c}}{n \sigma_T \bar{g}} \quad (1.2)$$

式(1.2)中, $\bar{c}$  为分子的平均热运动速度, $\nu$  为碰撞频率, $n$  为分子数密度, $\sigma_T$  为分子碰撞截面, $\bar{g}$  为分子的平均相对速度。对于运动流体,在式(1.2)中的  $\bar{c}$  有时应用分子的平均速度  $\bar{\xi}$  代替,这时式(1.2)改写为

$$l_f = \frac{\bar{\xi}}{\nu} = \frac{\bar{\xi}}{n \sigma_T \bar{g}} \quad (1.3)$$

对于中性粒子和离子,当流体宏观运动速度  $u$  在超音速范围内,两式计算得到的平均自由程  $l_f$  属于同一量阶量;在高超音速流动情形,由式(1.3)计算得到  $l_f$  将大致比式(1.2)计算得到的数值大  $(M-1)$  倍,这里  $M$  是流动的马赫数。在同一温度

下,电子的平均热运动速度  $\bar{c}_e$  远比中性粒子和离子的平均热运动速度  $c_0$  和  $c_i$  来得大,两式计算得到的平均自由程  $l_e$  无量阶差别。正如在这里表示的那样,在本章余下的内容将分别用下标  $0, e, i$  表示中性粒子、电子和离子相应的物理量。

对于电离气体,对应有三种热运动平均自由程  $l_{j0}, l_{je}, l_{ji}$ , 对应有三个努森数  $k_{n0}, k_{ne}, k_{ni}$ 。倘若,这三个努森数  $k_n$  都远小于 1,则连续介质假设成立。且由热运动平均自由程  $l_j$  的定义式(1.2)或(1.3)可以得到,在连续介质假设下,物质介质质点的空间维度和时间维度在宏观意义上都是小的,而在微观意义上却是大的。宏观意义上是小的,意味着可以将厚度与平均自由程  $l_j$  属同一量阶的具有大梯度物理量的流体薄层当作为间断面处理,且将所有可能发生的诸如电磁波一类的高频效应排除在流体力学和磁流体力学研究范围外。后者表明,在连续介质假设下,磁流体力学不考虑电磁波对导电流体的速度场的扰动效应。微观意义上是大的,意味着流体介质质点的维度可与平均自由程  $l_j$  相比拟。因此,在介质质点内仍包含有相当数量的分子数目。这一事实保证了统计宏观量具有确定且真实的物理意义。同时表明,在介质质点内分子间的碰撞数目仍然是大的,因而导电流体的微观运动处于局部平衡状态,因而由经典统计方法得到的有关定律以及包括粘性系数  $\lambda_j, \mu_j$ 、热传导系数  $\lambda_T$ 、扩散系数  $D_j$  以及导电率  $\sigma$  等在内的各输运特性都是各向同性的,可由标量描述。

对于弱电离气体的中性分子的平均自由程  $l_{j0}$  的计算是容易的。在硬球分子假定下,可计算得到  $\bar{g} = \sqrt{2}\bar{c}$ , 将这一结果代入式(1.2),则有

$$l_{j0} = \frac{1}{n_0 \sqrt{2} \sigma_T} \quad (1.4)$$

通过测量气体的粘性系数可确定出有效碰撞截面  $\sigma_T = \pi d_0^2$ , 这里  $d_0$  称有效碰撞直径。例如,在标准状态下,根据阿伏伽德罗常数计算得到的气体分子数密度为  $n_0 = 2.68699 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} = 2.68699 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , 分子的有效直径为  $d = 3.7 \times 10^{-10} \text{ m} = 3.7 \times 10^{-8} \text{ cm}$ 。由这些数据可计算得到  $l_j = 6.1 \times 10^{-6} \text{ cm} = 6.1 \times 10^{-2} \mu, \nu = 7.3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ , 这一平均自由程  $l_j$  的值,相对于宏观运动的特征长度  $L$  来说是很小的。必须注意,大气的密度和压力随高度的增加而迅速下降。达到一定高度之后,基于分子数密度  $n_0$  和不变的碰撞截面  $\sigma_T$  计算得到的  $l_{j0}$  可能与宏观运动特征长度  $L$  相比不是很小。这时,空气就不能当作为连续介质处理了。

在磁场作用下,带电粒子的碰撞截面  $\sigma_T$  取决于回旋半径  $r_L$ 。所谓回旋半径是指电子或离子绕磁力线作回旋运动时,回旋运动轨迹在垂直于磁力线平面上投影的半径。根据牛顿第二定律容易得到回旋半径  $r_L$  的表达式为

$$r_L = \frac{m}{eZB} \quad (1.5)$$

式(1.5)中,  $m$  是带电粒子的质量,  $e$  为电子的电荷量,  $Z$  为带电粒子具有的电荷数目, 对于简单电离气体, 无论电子还是离子  $Z$  都是 1,  $B$  为磁感应强度。

在进行带电粒子的有效碰撞截面  $\sigma_T$  计算时, 当认为  $\sigma_T = 2\pi r_L^2$ 。根据  $r_L$  的表达式(1.5), 碰撞截面  $\sigma_T$  与磁场强度的平方成反比例。因为离子质量  $m_i$  总是比电子质量  $m_e$  大得多, 因此由式(1.5)有  $r_{Li} \gg r_{Le}$ 。在不同的磁流体力学装置中, 采用的磁场强度是不同的, 这可用磁压力  $p_M = \frac{B^2}{2\mu}$  和气体压力  $p$  之间的比值加以说明。在像磁流体力学发电机一类的装置中, 这一比值是  $O(1)$  的量阶, 而在热核聚液反应装置中, 这一比值高达  $10^5$ 。

## 1.4 磁流体力学流动特性的分区

由 1.2 和 1.3 讨论得知, 电离气体的微观特征长度  $d$ 、 $l_{fe}$ 、 $l_{fi}$ 、 $r_{Le}$ 、 $r_{Li}$  与宏观特征长度  $L$  之间的关系, 决定了电中性和连续介质假设的适用性。进一步讨论表明, 这些微观特征量之间以及它们与宏观特征长度  $L$  之间相对比值还决定了磁流体力学流动特性。首先, 从装置的适用性, 必须要求  $d \ll r_{Le}$ 。由式(1.1)和式(1.5)不难得到德拜长度  $d$  和电子回旋半径  $r_{Le}$  之间的关系为

$$\frac{d}{r_{Le}} = \frac{\bar{c}_e}{c} \sqrt{\frac{p_M}{p}} \quad (1.6)$$

式(1.6)中,  $\bar{c}_e$  为电子的热运动平均速度,  $c$  有光速。

要求  $d \ll r_{Le}$  是基于电子进入离子的库仑场时, 磁场压力的作用将被忽略。于是, 在这一屏蔽范围内, 电子和离子的相互作用与电子速度矢量相对于磁场的方位无关。

现在根据微观特征长度和宏观特征长度之间的相互比值, 对磁流体力学的流动特性作如下分区。

### 1. S 区域

在这个区域中, 无论是弱电离气体还是高度电离气体都呈现努森数  $k_n = \frac{l_f}{L} \ll 1$ , 因此宏观的连续介质假设成立。回旋半径  $r_{Le}$ 、 $r_{Li}$  与对应带电粒子的平均自由程  $l_{fe}$ 、 $l_{fi}$  相比是大的, 即  $\frac{l_{fe}}{r_{Le}} < 1$ ,  $\frac{l_{fi}}{r_{Li}} < 1$ 。因此碰撞支配着分子间的相互作用, 各组元分子的分布是麦克斯韦分布, 气体呈局部平衡状态, 电导率及气体的输运特性是标量



形式。正因为如此,将这个区域称之为  $S$  区域。

## 2. $T$ 区域

在这个区域中,弱电离气体中中性粒子和离子占支配地位,而高度电离气体中离子质量占支配地位,因此仍然有  $k_n = \frac{l_f}{L} \ll 1$ 。宏观的连续介质假设仍然成立。

但是在这个区域中  $\frac{l_f}{r_{Li}} < 1, \frac{l_f}{r_{Le}} > 1$ 。对于弱电离气体,由于中性粒子和离子占支配地位,因此输运系数仍是标量形式;对于高度电离气体,只有离子在质量上占支配地位,因此只有由离子主导的输运系数,即粘性系数和质量扩散系数是标量形式,而由电子主导的热传导系数,则必须由张量来描述。无论是弱电离气体还是高度电离的气体,导电率都必须由张量来描述。输运特性的张量性质是由于带电粒子绕磁力线作回旋运动,引起垂直于磁力线方向和平行于磁力线方向微观运动各向异性的必然结果。

在以下仅就高度电离气体的流动特性进行划分和说明。在弱电离气体情形下,占支配的是中性粒子,因此只要连续介质假设成立, $T$  区域的结论总是成立的。

## 3. $M$ 区域

对于高度电离气体,在这区域中努森数  $k_n = \frac{l_f}{L}$  已不是重要的参数,而且它的值可能是 1 的量阶,即有  $k_n = O(1)$ 。而离子和电子的回旋半径都比热运动的平均自由程来得大,即有  $l_f < r_{Li}, l_f < r_{Le}$ , 且回旋半径  $r_{Le}, r_{Li}$  或者是与宏观运动的特征长度  $L$  同一量阶,或者远大于  $L$ 。在这个区域中,输运特性必须由张量描述。而磁力远超过电力起着主导的作用,所以将这一区域称为  $M$  区域。这个区域在磁流体力学中的重要性在于热核反应装置中等离子体流动属于这一范围内。

## 4. $E \cdot M$ 区域

在这一区域中,  $r_{Li} \gg L, r_{Le} < L$ , 亦即离子的回旋半径远大于装置的特征长度  $L$ , 而电子的回旋半径仍小于装置的特征长度  $L$ 。因为  $r_{Le} \gg L$ , 离子不再围绕磁力线作回旋运动。于是,它的运动状态已不再由磁力控制。另一方面,由于  $r_{Le} < L$ , 因此电子的运动仍然由磁力控制。这时,离子的运动是由于电子运动而出现的电荷释出引起的。所以将这一区域称为  $E \cdot M$  区域。

## 5. $E$ 区域

在这一区域中,  $r_{Li} \gg L_i, r_{Le} > L$ 。这时磁场对等离子体运动的影响已不再重要,起主导作用的是电子运动形成的电流及相应产生的电场。通常在这个区域中,平均自由程  $l_f$  也将大于装置的特征长度  $L$ 。其实,在这一区域中气体也已不再是