

● 黄传志 著

土体极限分析 理论与应用



Tuti Jixian Fenxi
Lilun yu Yingyong

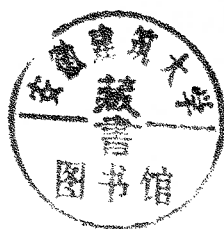


人民交通出版社
China Communications Press

土体极限分析

理论与应用

● 黄传志 编著



人民交通出版社

内 容 提 要

本书是作者与同事们多年来对土体极限分析理论的学习、应用及研究工作的总结。内容包括三部分,第一部分(第二章):讨论了土体或地基的破坏模式和基本方程;这是土体极限分析理论的基础,其中将屈服函数的极值条件作为基本方程之一,使得土体极限分析问题有了一套完备的基本方程,是本书的突出特点。第二部分(第三、四、五、六、七章):讨论了极限分析问题的求解方法,包括特征线法、应力场法、极限平衡法、基于虚功方程的广义极限平衡法和面破坏模式的广义极限平衡法,其中面破坏模式的广义极限平衡法容易推广到非均质土的一般情况。第三部分(第八、九、十、十一、十二章):讨论了土体极限分析理论的应用问题,第八、九章是地基承载力问题,非均质土地基承载力计算问题是其主要内容;第十、十一章是边坡稳定问题,适用范围广泛的复合滑动面法,在没有通常的假定或简化条件下(除滑动面外)获得的边坡稳定性分析方法是其主要内容;第十二章是土压力问题。

本书可作为从事岩土工程的科研工作者和工程技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

土体极限分析理论与应用/黄传志著. —北京:人民交通出版社, 2007.9

ISBN 978-7-114-06577-4

I. 土... II. 黄... III. 土体-极限分析 IV. TU43

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第074171号

书 名: 土体极限分析理论与应用

著 作 者: 黄传志

责任编辑: 孙毓华

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址: <http://www.chinasybook.com> (中国水运图书网)

销售电话: (010)64981400, 64960094

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 人民交通出版社交实书店

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 19

字 数: 447千

版 次: 2007年9月 第1版

印 次: 2007年9月 第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-06577-4

印 数: 0001—2000册

定 价: 60.00元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)



序

岩土工程中的稳定性问题是事关工程成败的主要问题之一,研究解决包括边坡稳定、地基承载力和土压力等稳定性问题的极限分析理论与方法,是科学家与工程师们长期努力的一个目标。就港口建设而言,目前正在向大型化、深水区域发展,包括地基条件在内的自然环境相对较差,这对岩土工程的分析计算理论提出了更高的要求。本书作者和他的同事们一起,在前人工作的基础上,采用了思想新颖的研究方法,取得一些进展。现在将其研究成果整理成书,是一件很有意义的事情。

本书的主要特点是:提出的屈服函数极值条件,并将其作为基本方程之一,使得极限分析问题有了一套完整的基本方程,构成了一个完备的极限平衡问题或变分问题。在此基础上提出了一种全新的求解方法——广义极限平衡法。该方法能与极限平衡法、滑移线法、塑性上、下限分析法相互印证。在边坡稳定问题的研究中,解决了目前工程中常用的经典方法靠引进假定条件来求解超静定问题的研究模式,提出的边坡稳定分析方法更完善,计算结果更可靠。在地基承载力问题的研究中,解决了非均质土地基承载力的计算难题,提出的计算方法适用范围更广泛。这些都是创新性的成果,是较前人的工作更科学的一种全新的极限平衡分析理论。

本书的另一个特点是研究工作与工程实践紧密结合,注重于解决工程中的实际问题。如地基承载力的计算方法就是在考虑了港口工程特点的基础上建立的。又如对数十项工程实例应用不同的计算方法进行了计算和分析,验证了所提出的方法具有广泛的应用前景。

相信本书的出版,对丰富和发展岩土极限分析理论与方法,解决工程中的实际问题,会有很大的积极作用。对书中的一些新的观点和表述方式,相信在读者和作者的共同探讨与研究之中会求得发展和共识。

2007年1月于天津大学



前言

20 世纪 80 年代前期,作者开始从事土工计算分析工作。在学习与应用土力学理论进行工程的分析计算中,感到目前的土体极限分析理论尚不能完全满足工程的需要;于是,就和同事们一起尝试进行一些研究工作。本书就是作者与同事们多年来对土体极限分析理论的学习、应用及研究工作的一份总结报告。当然我们的研究是在前人已有工作的基础上才能开展研究工作的,由于本人精力与能力有限,学习前人的著作不足,对已有的一些好成果没有较全面地引用或疏漏之处,还望谅解。

书中部分内容尚属首次公开发表,因作者的水平有限,难免有错误和表述不当之处,恳请同行专家和读者批评指正。

本书由天津大学闫澍旺教授、张学言教授、中交第一航务工程勘察设计院刘永绣教授级高工审稿,提出了许多宝贵的修改意见,在此一并致谢。

黄传志

2007 年 6 月



目 次

第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 土体极限分析理论的发展现状	2
1.3 土体极限分析理论研究的问题	4
1.4 本书的主要特点	6
1.5 本书的主要内容	8
参考文献	9
第二章 破坏模式和基本方程	11
2.1 平衡方程和屈服条件	11
2.2 曲面上一点的应力关系	12
2.3 土体的状态和破坏模式	13
2.4 屈服函数的极值条件	15
2.5 应力方程	18
2.6 广义流动法则和速度方程	20
2.7 关联流动法则和速度方程	23
2.8 面破坏模式的基本方程	25
2.9 极限平衡问题和变分问题	28
2.10 最简单的速度场	32
2.11 极限分析问题的解	33
参考文献	38
第三章 极限分析的特征线法	39
3.1 特征线方程和应力方程	39
3.2 极限荷载的计算过程	41
3.3 极限荷载的计算结果	44
3.4 与已有计算公式的比较	46
3.5 特征线法的讨论	48
参考文献	51
第四章 极限分析的应力场法	52
4.1 最简单情况的应力场	52
4.2 应力函数法求应力场	55
4.3 滑动面为平面时的应力场	55
4.4 滑动面为螺旋面时的应力场	57

4.5 应用示例:挖坡临界高度	58
4.6 场破坏模式的极限荷载	61
4.7 沿滑动面(族)的应力场和极限荷载	69
4.8 平面—一般螺旋面—平面计算模式的极限荷载	71
4.9 螺旋面—螺旋面—平面计算模式的极限荷载	72
参考文献	74
第五章 极限平衡法	75
5.1 极限平衡法的基本思想	75
5.2 滑动面上的力和力矩平衡方程	75
5.3 极限荷载的计算问题	77
5.4 边坡稳定性问题	80
5.5 土压力的计算问题	88
5.6 极限荷载的计算公式	89
参考文献	97
第六章 基于虚功方程的广义极限平衡法	98
6.1 极限分析的近似解	98
6.2 屈服准则条件下的虚功方程	99
6.3 极限荷载的上、下限定理	102
6.4 速度场不连续的情况	104
6.5 关联流动法则条件下的上、下限定理	105
6.6 极限荷载的广义极限平衡法	108
6.7 常用的滑动面和速度场	108
6.8 极限荷载的计算示例	111
6.9 螺旋面—螺旋面—平面计算模式的极限荷载	118
6.10 极限荷载变分原理的讨论	123
参考文献	129
第七章 面破坏模式的广义极限平衡法	130
7.1 前言	130
7.2 边坡稳定性分析的广义极限平衡法	130
7.3 常用的滑动面和速度场	132
7.4 边坡稳定和挖坡高度的计算示例	134
7.5 面破坏模式和场破坏模式的讨论	139
7.6 基于力矩平衡方程的广义极限平衡法	140
7.7 平面—螺旋面—平面计算模式的极限荷载	141
7.8 螺旋面—螺旋面—平面计算模式的极限荷载	143
7.9 平面—一般螺旋面—平面计算模式的极限荷载	147
7.10 极限荷载和临界荷载的讨论	148
7.11 边坡稳定的计算示例	151
7.12 广义极限平衡法的变分原理	158
参考文献	162

第八章 非均质土地基的极限荷载	163
8.1 极限荷载计算问题的基本考虑	163
8.2 面破坏模式的螺旋面计算模式	165
8.3 场破坏模式的螺旋面计算模式	171
8.4 面破坏模式和场破坏模式的分析与比较	179
8.5 广义极限平衡法的一般计算模式	181
8.6 螺旋面—螺旋面—平面计算模式	184
8.7 按荷载倾斜率计算极限荷载	191
8.8 用不排水抗剪强度指标计算极限荷载	195
参考文献	199
第九章 地基承载力	200
9.1 设计荷载和地基破坏模式	200
9.2 地基承载力和容许承载力	204
9.3 地基承载力稳定性的度量问题	207
9.4 用极限荷载确定地基承载力	209
9.5 重力式码头地基承载力	213
9.6 防波堤地基承载力	223
9.7 广义极限平衡法的地基承载力	228
参考文献	230
第十章 边坡稳定性分析	232
10.1 前言	232
10.2 均质土边坡的分析方法	232
10.3 滑动面为螺旋面的分析方法	236
10.4 几种常用的分析方法	241
10.5 对极限平衡法的讨论	245
10.6 复合滑动面的分析方法	248
10.7 计算结果及其讨论	251
10.8 具有软弱夹层的分析方法	256
10.9 基于广义极限平衡法的分析方法	258
10.10 边坡稳定性分析方法的讨论	263
参考文献	266
第十一章 施工期边坡稳定性和孔隙水压力	267
11.1 施工期边坡稳定性问题	267
11.2 有效应力法	268
11.3 简单条分法	269
11.4 复合滑动面法	270
11.5 计算结果及其比较	271
11.6 太沙基固结理论的孔隙水压力	272
11.7 土工合成材料加筋垫层的抗滑作用	277
参考文献	283

第十二章 土压力..... 285

12.1 应力场方法 285

12.2 基于应力方程的应力场法 289

12.3 与已有方法的比较 291

参考文献..... 294



第一章 绪 论

1.1 引 言

对解决工程中的具体问题而言,土力学主要是研究变形和稳定性两个方面的问题。这两方面问题是有联系的,土体变形过大,往往导致失稳;反之,土体或地基在发生破坏前,往往伴随较大的变形。由于土的工程性质尚未被完全认识和掌握,目前将变形与稳定性联系起来研究和解决工程问题尚有困难,所以常被分开来研究。变形问题研究的是土体或地基在工程正常使用状态的应力与变形;稳定性问题研究的是土体或地基极限状态的应力与安全度,也称为土体的极限分析,包括一切研究稳定性问题的理论与方法。

实际工程中,工程师们最为关心的问题之一是工程能安全地建造起来,并安全地使用。在工程的建造和使用过程中,作为地基的土体在加荷或卸荷(开挖)的情况下,可能仍然处于稳定状态,也可能发生破坏(破坏状态),还可能恰好处于由稳定状态转向破坏状态的临界状态(极限状态)。在这三种状态中,最容易被准确度量的是极限状态,也容易在工程上应用。本书讨论的就是土体或地基的极限分析理论与应用问题。

当然,极限状态只是土体的一种理想状态。实际问题中的土体一般不可能恰好处于极限状态,工程地基的土体也不允许是处于极限状态,而是要求土体处于稳定状态。为了使土体处于极限状态,从理论研究方面考虑,可设想用两种方法达到:一是加大作用于土体的荷载;二是降低土的强度。这就是土力学中经典的两个稳定性问题:地基承载力问题和边坡稳定性问题。土力学中另一个经典稳定性问题是土压力问题。

使土体恰好处于极限状态的荷载就是极限荷载。地基承载力问题和土压力问题就是某段界面上的极限荷载问题,只是界面的位置不同而已。极限荷载还应分为主动极限荷载和被动极限荷载。主动极限荷载就是通常所说的主动土压力,即在部分边界上荷载已知,求土体处于极限状态时,在另一部分边界上产生的极限荷载。被动极限荷载就是通常所说的被动土压力,即在部分边界上荷载已知,求土体处于极限状态时,在另一部分边界上可以承受的极限荷载。地基承载力问题的基础就是被动极限荷载问题。

工程中通常应用安全系数或分项系数来度量其稳定性或可靠性。在定值设计法中,通常将地基承载力与设计荷载之比称为地基承载力的安全系数(承载力安全系数)。当边界面的形状和作用在边界面上的荷载均已知时,土体所处的状态是确定的。边坡稳定性问题研究就是这种情况,即:在边界面上的荷载已知时,可以设想土体强度被减小(增大)后,以使土体处于极限状态;这个减小(增大)的比例称为安全系数(稳定安全系数)。

在概率设计法中,则是将极限状态的表达式作为计算可靠概率的基本方程式。基于可靠度分析的分项系数法已在工程中广泛应用。

这种以土体或地基的极限状态为原则的极限状态设计法,是工程中长期以来一直用于工程稳定性分析的基本方法,其理论基础就是土体的极限分析理论。

土体的极限分析是一门实用科学,到目前为止,用于解决工程实际问题的主要是基于力与力矩平衡、功能原理及库仑(Coulomb)屈服准则所建立的极限分析理论与方法。本书将在此范围内进行讨论。

1.2 土体极限分析理论的发展现状

从理论与应用这两方面看,土体极限分析的研究工作可以追溯到 1773 年,当时库仑(Coulomb)提出了著名的库仑屈服准则,为土体破坏理论奠定了基础。20 世纪 20 年代,Fellenius 等人建立了极限分析的一种研究方法——极限平衡法,尽管当时的理论尚不完善,但所提出的边坡圆弧稳定分析法至今仍然在工程中应用。此后不久的 20 世纪 40 年代,Sokolovskii 等人建立了极限分析的另一种方法——特征线法,基于特征线法而得出的地基承载力计算公式也得到了工程的广泛应用。

通常认为:20 世纪 50 年代以来,土体极限分析的理论得到了较大的发展。其中最主要的是极限分析的极值定理——上、下限定理的提出,是极限分析理论趋于成熟的标志;基于极值定理的又一种方法——上、下限解法(或称为极限分析法),受到了广泛的重视。这方面的工作在陈惠发^[1]的著作中作了介绍。在此期间,我国学者也作出了许多贡献,如沈珠江^[2]、郑颖人与龚晓南^[3]、张学言与闫澍旺^[4]、陈祖煜^[5]和栾茂田^[6~7]等人的工作。

必须承认,土体极限分析理论所提供的各种稳定性分析计算方法(包括地基承载力、边坡稳定和土压力),在各种工程的设计与建造中所发挥的巨大作用。同时,随着理论研究工作的不断发展,所发现和提出的问题就越多;理论研究的成果在实践中应用的越广泛,实践对理论所提出的要求就越高。这将进一步促进理论研究的发展与应用。

黄文熙指出^[8]:土力学与基础工程是一门技术科学,它是依靠工程实际的发展才能发展的。现在学科发展还远落后在工程实践之后。许多实践上已取得经验和知识,往往要在使用了 10~15 年后才能在正规书本中见到。因此脱离工程实践进行土工研究,其成功是不能想像的。

蒋彭年指出^[2]:土力学理论来源于实践的总结,其发展过程十分缓慢,到今天也未能形成一个完整的理论体系。正因为今天所掌握的理论还不十分成熟,所以在解决复杂的岩土工程问题时常常感到无能为力。

从实际应用方面看,尽管土力学已提出了许多的可供工程选用的分析方法或计算公式;但在具体的工程问题中,工程师们对许多实际问题常常感到无法可用。例如,对长江口二期北导堤局部破坏原因进行了大量的调查与分析后认为^[9]:波浪荷载传递给地基后,引起地基土的软化,承载力降低,是地基破坏、沉箱剧烈沉陷的主要原因;地基土是否会发生软化,在当前的技术水平条件下,尚不能通过理论分析作定量判断。这一众多专家的共识,事实上是表明了对目前的地基分析计算理论的无奈。又如,地基承载力的计算问题:对各土层的强度指标相差较大

的非均质土、地基表面是非规则的等情况时,目前尚没有工程界满意的计算方法^[10]。

从理论研究方面看,应当承认:一些理论上较为成熟的方法由于各种原因不能很快得到工程界的认可与应用,这种让理论界困惑不解的情况是存在的^[11]。但直言不讳地说,目前的极限分析理论研究尚不能完全满足工程的需要,需要进一步研究完善的问题还很多。

作为土体极限分析理论基础的基本方程尚不统一、不完整。说它不统一是因为不同的求解方法用不尽相同的方程。如:极限平衡法采用库仑屈服条件;特征线法采用摩尔-库仑屈服条件;基于上限定理的上限解法还需将关联流动法则作为基本方程。针对不同的问题选择相应的方程作为基本方程是正确的,将基本方程进行适当的变换作为具体解题方法的方程也是正确的。但土体的极限分析应有一套完整、统一的基本方程,这套基本方程应当是对土体处于极限状态时的完整数学语言描述,不应因为求解方法的不同而不同。在这样的一套完整、统一的基本方程条件下,可以应用各种求解方法去寻求相应的解,并能在一个统一的标准下讨论各种方法的优点与不足。否则,会让人误解为有不同的极限分析理论或极限分析问题有不同的解(如极限荷载),使极限分析理论陷于较混乱的境地。

说它不完整主要是因为所建立的基本方程个数往往少于未知量的个数。如:在边坡稳定问题的研究中,就是一个超静定问题^[12];又如:将关联流动法则作为基本方程,但岩土材料并不遵守关联流动法则^[13]。事实上,土体极限分析的主要任务之一是获得最危险的滑动面或由滑动面与土体表面所包围的可能破坏的区域,但到目前为止尚没有对滑动面给出明确的定义,即没有可以确定滑动面的一般方程。试想,对一个含有沿滑动面积分的方程(虚功方程或力矩平衡方程),却又不知滑动面是什么,问题就很难讨论清楚。滑动面问题正是极限分析理论中的一个难点,只建立具体的分析方法而不去讨论滑动面如何选取,无疑于将难题留给了应用分析方法的工程界。

从理论与实际应用的结合方面看,目前的极限分析理论往往是建立在“理想”的情况下。例如,作为研究土体破坏的基本理论是土的屈服条件,而目前所应用的屈服条件只是“理想土中剪切破坏条件^[14]”。“古典的土体破坏理论中采用了刚塑性的假设,实际的土体破坏过程与理论相差甚远^[2]。”土体的极限分析理论讨论的是土体处于极限状态条件下的应力场,对工程中一般的非均质土情况,土体无论是沿滑动面处于极限状态(面破坏模式),还是在滑动体内处于极限状态(场破坏模式),都是一种“理想”的破坏模式。这种“理想”情况下的极限状态应力场并不是土体或地基在实际荷载条件下的应力场。所以,理论与实际应用的经验相结合尤为重要,在将理论应用于实际问题中,尚需与多年积累的实践经验结合起来。

例如,在求解极限荷载时,有的问题可以与实际荷载联系起来,如水平、垂直荷载共同作用时的荷载倾斜率;有的问题不能与实际荷载联系起来,如垂直荷载的分布形式。通常可以看到:在基础表面荷载为均布荷载的条件下,讨论极限荷载的计算问题,但除非个别特殊的情况(如土的内摩擦角 $\varphi = 0$ 、或土体重度 $\gamma = 0$),极限荷载一般不可能是均布荷载。当然,可以在基础表面荷载已知的条件下,讨论地基承载力的计算问题。但工程地基承载力是地基承受实际荷载的能力,除非实际荷载的分布与极限荷载的分布恰好一致,否则地基的极限荷载与地基承载力就不是一回事。不能把按极限分析理论获得的极限荷载计算公式作为地基承载力计算公式。

岩土塑性力学的建立与发展为土体极限分析理论创造了进一步发展的空间,上限解法就

是岩土塑性力学在极限分析中的一个应用。但也有其理论与多年积累的实践经验相结合的问题。例如,“在有限元法引入土工计算的初期,曾有人对每一单元计算安全系数,然后以某种方式平均得出整体的安全系数。这种方法是不可取的,因为它混淆了设计应力状态与极限应力状态,不符合极限设计的基本原则^[2]。”实际上,基于本构模型的边坡稳定有限元分析,其所对应的是工程正常使用状态的应力场^[15~16],是与极限状态设计法不同的分析方法。

综上所述,土体极限分析理论与应用的研究落后于工程实践,不能完全满足工程需要是不争的事实,研究工作还有很长路要走。

1.3 土体极限分析理论研究的问题

如前所述,本书讨论的是土体或地基极限状态的应力和安全度,其研究工作的主要内容有:土体或地基的破坏模式、数学模型、极限分析问题的求解方法及其应用等问题。

1.3.1 土体或地基的破坏模式

讨论土体或地基的稳定性问题,首先要讨论土体可能的破坏模式,并在破坏模式的基础上建立与之相应的数学模型和计算模式。

定量的描述土体的稳定、破坏和极限状态,是讨论土体极限分析问题的出发点。土体的状态可用屈服函数来描述。在目前的研究中,多采用库仑屈服函数,即用土体内任意一点处的总剪应力与抗剪强度之差来定义屈服函数。用屈服函数可以对土体的极限状态给出准确定量的描述。

土体或地基如果是稳定的,则在地基土的任意一点都应当是稳定的。而土体或地基如果是破坏的,则只需地基土沿某一曲面发生破坏,或在某一区域内发生破坏。如果地基土沿某一曲面处于极限状态,而在这个曲面两侧的土体均处于稳定状态,则这个曲面就是滑动面,这种破坏形式称为面破坏模式。如果地基土在某一区域内处于极限状态,在这个区域以外的土体处于稳定状态,这个区域就是滑动体,这种破坏形式称为场破坏模式。

面破坏模式和场破坏模式是土体的两种基本破坏模式,都是极限分析理论应当考虑的。仅考虑面破坏模式或只考虑场破坏模式都是极限分析理论的一部分,都不是完整的极限分析理论。

对边界面荷载为已知的情况,其破坏模式一般只能是面破坏模式,所以边坡稳定问题一般只能按面破坏模式研究。

对极限荷载问题,其破坏模式可以按面破坏模式考虑,也可以按场破坏模式考虑。面破坏模式只能计算某段边界面上的总荷载,而场破坏模式可以计算出极限荷载的分布。

对实际工程而言,边坡稳定问题考虑的是整体破坏;极限土压力问题考虑的是局部土体处于极限状态;地基承载力问题既要考虑整体破坏,又要考虑局部破坏。不能忽视地基土的局部破坏对工程可能造成的危害^[9],如对重力式码头可能产生局部非正常变形,导致码头结构倾斜;甚至因为其连锁反应,导致建筑物失稳。

另外因为基础两侧边载的不同还有单向破坏和双向破坏等破坏模式。如重力式码头应是单向破坏模式,直立堤应是双向破坏模式^[9]。当然,这里所说的双向破坏是指地基土可能向基

础两侧破坏,不是工程结构可能向两侧破坏。这些破坏模式在讨论土体稳定性的计算模式时都应当考虑。

1.3.2 数学模型

建立土体极限分析问题的数学模型,就是建立描述土体处于极限状态的基本方程。这是土体极限分析的基础,是获得工程中所需要的极限荷载或安全系数及最危险的滑动面或土体可能破坏的区域等的依据。

毫无疑问,土体极限分析问题的最大难点之一是建立数学模型。其中对土的屈服准则或屈服函数进行深入研究,建立准确、完整的描述土体满足屈服准则的方程,是建立数学模型的关键。

数学模型最终应归结为一个定解问题,极限平衡问题就是数学上的一个具体的定解问题,这里专指对土体处于极限状态时,用数学语言的定量描述,它应当包括有关的基本方程及相应的边界条件。场破坏模式的极限分析就可归结为一个极限平衡问题。

对面破坏模式,由于只要求土体沿滑动面处于极限状态,而在滑动面两侧的土体处于稳定状态,但要求极限荷载或安全系数取极值,一般可归结为一个变分(条件极值)问题。

1.3.3 极限分析的基本方法

寻求极限平衡问题或条件极值问题的解题方法并获得具有实用价值的解,是极限分析理论的主要工作。

由于极限分析的基本方程中含有非线性的偏微分方程,即便是均质土地基,要获得极限荷载(或安全系数)精确的解析表达式,是十分困难的。到目前为止,只有少数特殊的情况得出了精确解,如不考虑墙土之间摩擦作用的朗金(Rankine)土压力公式和无重土条件下的普兰德尔(Plandtl)极限荷载公式^[17]等。要在一般条件下(如工程中的非均质土)获得满足方程及边界条件的应力场、滑动面(族)、速度场及极限荷载(或安全系数)精确解,至少在目前尚有困难。所以研究工作不得不转向寻求近似解或数值解。

极限分析的方法有两类,一类是直接求解极限平衡问题,获得应力场和滑动面(族),在此基础上获得极限荷载,主要的方法有求数值解的特征线法和求近似解的应力场法等。另一类是避开求应力场的困难,直接求极限荷载或安全系数。这类方法都要在假定滑动面的条件下进行,得出的是近似解。主要有基于滑动面上力与力矩平衡的极限平衡法、基于极值定理的上限解法、基于虚功方程或沿滑动面应力方程的广义极限平衡法等。

特征线法是将静力平衡方程和屈服准则,变换成在两组特征线上成立的应力方程。这样就可以应用数学上成熟的特征线法,求出两组特征线交点处的应力分量,进而得出应力场和极限荷载。该法可谓构思巧妙,因为可以证明其中的一组特征线就是滑移线(即滑动面(族))。

特征线法要求滑动体内的土体处于极限状态(满足屈服准则),滑动体外的土体处于稳定状态(不违背屈服准则),获得的是场破坏模式的数值解,如果特征线网较密并计算高阶解,计算结果会接近于精确解。应用特征线法可以获得极限荷载,在计算的高精度极限荷载基础上,获得的地基极限承载力方法得到了工程的应用^[18~19]。

对求解极限平衡问题而言,最好的方法是能够获得应力场的解析表达式,即使是近似的应

力场。因为有了应力场,不但容易得出极限荷载的近似值,而且容易判定土体所处的状态。只是应力场的确定较难,目前应用应力场方法还较少。事实上,下限解法也属于应力场方法的范畴,只是要求构造的应力场是稳定状态的应力场而已。

传统的极限平衡法认为土体的破坏是在滑动面上发生的,土体沿滑动面满足屈服条件。假定滑动面的形式已知,如平面、圆弧面、对数螺旋面或其他的不规则面,通过考虑滑动体内每一隔离体的静力平衡与力矩平衡,确定出沿滑动面土体处于极限状态时的极限荷载或安全系数。

极限平衡法讨论的主要是面破坏模式解题方法,所能获得的一般只是面破坏模式的近似解。因为即便是选取很多的滑动面进行计算,并取极限荷载或安全系数的最小者为计算结果,但由于对每个滑动面都是相互独立的分别计算,也不能使由滑动面与表面所包围的土体同时处于极限状态。当然极限平衡法也可以用来求解地基承载力问题和土压力问题。还可以获得场破坏模式的计算结果,只是要求在滑动面族同时取遍基础底面(承载力问题)的每一点的条件下解题。

上、下限解法的基础是极限分析的极值定理^[1~4],即上、下限定理。

上限定理可表述为:所有满足流动法则及运动边界条件的速度场(或位移率)所对应的边界面上荷载,均不小于真正的极限荷载;或可用应力场表述为^[20]所有使土体处于破坏状态的应力场所对应的边界面上荷载,均不小于真正的极限荷载。求上限解的关键是要确定一个包括假定滑动面在内的速度场(可动速度场)。

下限定理可表述为:所有使土体处于稳定状态的应力场所对应的边界面上荷载,均不大于真正的极限荷载。求下限解的关键是要构造一个包括假定滑动面在内的使土体处于稳定状态的应力场(静力许可的应力场、可静应力场)。

一般而言,构造满足流动法则及运动边界条件的速度场较容易,而构造使土体处于稳定状态的应力场较难,所以上限解较下限解更容易获得。而如果能构造出应力场(近似的),则用应力场就直接可以得出所需的极限荷载。目前应用上限解法通常选取过一点(承载力问题的基础后趾、土压力问题的墙底面)的曲面作为可能的滑动面,获得的是面破坏模式的近似解。

广义极限平衡法是在将屈服函数的极值条件作为极限分析的基本方程之一的基础上,提出的一种新的极限分析方法。其特点是只要知道了滑动面,就可以由速度方程解出速度场。基于虚功方程的广义极限平衡法可以获得场破坏模式的近似解。基于力矩方程和沿滑动面应力方程的广义极限平衡法可以获得面破坏模式的近似解。要使获得的解更接近于精确解的关键问题在于滑动面的选取。计算实例表明,只要选取的滑动面接近于真正的滑动面,所获得的近似解就接近于精确解。

1.4 本书的主要特点

1.4.1 建立数学模型方面

众所周知,屈服函数就是建立在可能的滑动面(族)上,屈服准则的确切意义有两层:一是土体沿滑动面处于极限状态;二是沿其他的曲面处于稳定状态。

应用曲面(即可能的滑动面)的切线斜率,可以获得沿曲面的法、切应力与正应力分量的关系^[21]。这一关系式在通常的静力学教科书中早有介绍^[22],只是一般是用曲面的法向方向角表示而已。这样,以法、切向应力表示的屈服函数就可以用正向应力分量、滑动面(族)表示;且可以将屈服准则这两层意义用数学方程式表示出来,这就是屈服条件和屈服函数的极值条件^[23]。

事实上,屈服函数的极值条件就在极限摩尔(Mohr)圆中,只是人们尚没有将其作为一个独立的方程。以曲面的切线斜率所表示的法、切向应力与正向应力分量的关系,并将屈服函数的极值条件作为极限分析的基本方程之一,这是本书的特点之一。

对场破坏模式,在平面应变条件下,包括滑动面族在内的极限分析基本方程个数与未知量个数是相同的,对荷载边界条件的问题,这已经构成了一个完备的极限平衡问题。这样就使滑动面族有了明确的定义,即用数学方程式明确的表示出极限状态的应力场与滑动面族的关系,使滑动面的确定有了依据。

根据最大剪应力的方向与能量耗散条件,建立了速度场与滑动面族关系的速度方程,这是本书的另一个特点。这样,对包含运动边界条件的问题,同样是基本方程个数与未知量个数相同,也构成了一个完备的极限平衡问题。

对面破坏模式,应用静力平衡方程、屈服条件和屈服函数的极值条件,可以获得沿滑动面的应力方程。这是一个以滑动面和法向应力表示的常微分方程,如果滑动面确定了,就可以获得应力场。这样就可以应用力矩平衡方程和沿滑动面的应力方程,建立极限荷载问题和边坡稳定问题的自变量为滑动面的泛函,这就构成了一个变分问题。

1.4.2 极限分析方法方面

提出了两种新的极限分析方法:应力场方法和广义极限平衡法。

应用沿滑动面的应力方程,如果滑动面确定了,就可以获得应力场。这就容易获得极限荷载和极限土压力的计算公式。

对极限荷载和边坡稳定问题,应用虚功方程能够对上、下限定理给出严密的证明。进一步地可以建立极限分析问题的广义极限平衡法。

应用力矩方程和沿滑动面的应力方程,可以证明极限荷载问题和边坡稳定问题的变分原理;对极限荷载问题,屈服函数的极值条件与极限荷载的极值条件是等价的;对边坡稳定问题,屈服函数的极值条件与安全系数的极值条件是等价的。进一步地可以建立基于力矩平衡方程的广义极限平衡法。

均质土条件下,应用上述的极限分析方法,可以获得没有任何其他假定或简化的极限荷载、土压力和边坡稳定的安全系数计算公式。如果选择的滑动面接近于真实的滑动面,就可以获得具有足够精度的极限荷载、土压力和边坡稳定的安全系数。

1.4.3 寻求可用于工程分析计算的具体方法方面

对非均质土地基的一般情况,应用广义极限平衡法可以获得相应于不同滑动面的极限荷载计算公式。在此基础上考虑表面边界荷载情况,就可以获得地基承载力计算方法。

同样,对非均质土的一般边坡,应用广义极限平衡法,能够获得没有任何受力假定的、适用

任意滑动面的边坡稳定性的分析方法。

工程实例的计算结果表明,所获得方法具有广泛的应用意义。

1.5 本书的主要内容

第二章讨论了土体或地基的破坏模式和基本方程,这是土体极限分析理论最基本的核心问题。其中作为基本方程之一的屈服函数极值条件的建立,使得极限分析理论有了一套完整、统一的基本方程,是与现有极限分析理论的主要区别,或者说是现有极限分析理论的一个发展。

在完整、统一的极限分析基本方程的基础上去研究极限分析问题的求解方法,是第三章~第七章讨论的内容。其中:

在第三章中,对特征线法,根据边界条件的特点,提出了一种逐条滑移线求解的双向递推迭代计算过程,使得计算过程更为方便,更容易计算高精度的极限荷载数值解。

在第四章中,假定滑动面后,平衡方程和屈服条件都是线性方程,容易获得应力场。应用沿滑动面(族)的应力方程,对任意一种函数形式的滑动面,均可获得相应的应力场。如果选择的滑动面接近于真实的滑动面,应力场会接近于极限状态的应力场。应用所获得的应力场,容易获得极限荷载的近似解析表达式。如果滑动面选择适当,计算的极限荷载与特征线法非常接近。

在第五章中,应用基本方程来建立滑动面上的力与力矩方程,并指出:滑动面上水平力平衡方程与力矩平衡方程不是相互独立的两个方程,这是以划分若干隔离体进行受力分析为基本思想的传统极限平衡法所不易发现的,应用上应该注意。对某些形式的滑动面,极限平衡法与上限解法是完全相同的,这是可以得到证明的事实。

在第六章中,对极限荷载的上限定理、下限定理给出了严格的证明。由于速度方程(组)仅与滑动面族有关,而与应力场无关。所以,只要知道了滑动面,就可以由速度方程解出速度场。代入虚功方程后,就可以由虚功方程计算极限荷载。只要选择的滑动面接近于真实滑动面,就可以得出接近于真解的极限荷载。

由于上、下限定理只是一个狭义的定理,如果选择的滑动面不是真实滑动面,所计算的极限荷载不能证明一定就是上限解,所以称上述的求解方法为广义极限平衡法。

第七章讨论的是面破坏模式的求解方法,应用沿滑动面的应力方程,就可以消去力矩平衡方程中的未知应力;这样就可以在没有任何其他假定或简化的情况下,建立极限荷载问题和边坡稳定问题的求解方法,称这种求解方法为面破坏模式的广义极限平衡法。极限荷载问题和边坡稳定问题的变分原理,为面破坏模式的广义极限平衡法奠定了理论基础。

众所周知,土力学界对地基极限荷载的研究已有很久的历史,但对非均质土地基情况,至今尚没有较好的计算方法。这是工程中需要解决的问题,第八章对此进行了讨论。应用面破坏模式的广义极限平衡法,容易建立非均质土地基的极限荷载计算模式,采用对数螺旋面、螺旋面—螺旋面—平面等计算模式,计算了许多种情况,其目的在于能对非均质土地基极限荷载的计算方法有较多的了解,为地基承载力计算问题提供有效的方法。

第九章讨论了地基承载力计算问题。地基承载力的计算一般按两步进行:第一步是计算