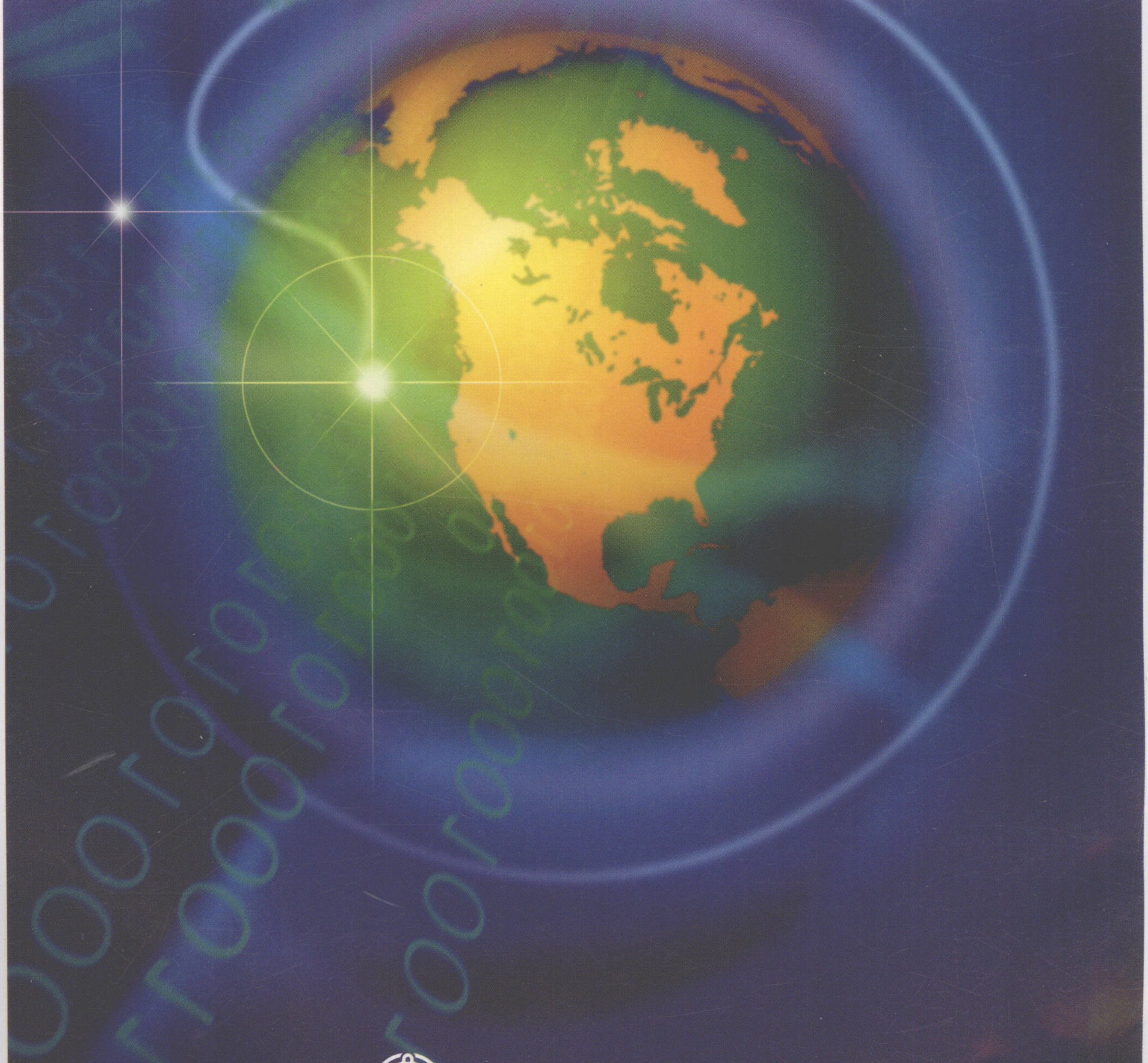
经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

（选修2-3）

SHUXUE



北京师范大学出版社

经全国中小学教材审定委员会2006年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学（选修2-3）

SHUXUE

主　　编　严士健　王尚志

副 主 编　张饴慈　李延林　张思明

本册主编　张饴慈　吴江媛

编写人员　（按 姓 氏 笔 画 排 序）

王建波　关　键　吴江媛

张　丹　张饴慈　袁京生

北京师范大学出版社

·北 京·

市场营销部电话　010－58808015　58804236
教材发展部电话　010－58802783
教材服务部电话　010－58802814
邮 购 科 电 话　010－58808083
传　　　　　真　010－58802838
编 辑 部 电 话　010－58802811　58802833
电 子 邮 箱　shuxue3@bnup. com. cn

北京师范大学出版社出版发行
（北京新街口外大街 19 号　邮政编码：100875）
http://www. bnup. com. cn
出版人：赖德胜
唐山市润丰印务有限公司印刷　全国新华书店经销
开本：210 mm×297 mm　印张：7.5　字数：190 千字
2006 年 10 月第 1 版　2006 年 11 月第 1 次印刷
定价：5.95 元

前言

你们将进入更加丰富多彩的数学世界.

你们将学到更多重要和有趣的数学知识、技能及应用.

你们将更多地感受到深刻的数学思想和方法.

你们将进一步体会数学对发展自己思维能力的作用，体会数学对推动社会进步和科学发展的意义，体会数学的文化价值.

你们正在长大，需要考虑自己未来的发展. 要学习的东西很多，高中数学的内容都是基础的，时间有限，选择能力是很重要的，你们需要抓紧时间选择发展的方向，选择自己感兴趣的专题，这是一种锻炼.

在高中阶段，学习内容是很有限的. 中国古代有这样的说法：“授之以鱼，不如授之以渔”，学会打鱼的方法比得到鱼更重要. 希望同学们不仅关注别人给予你们的知识，更应该关注如何获得知识. 数学是提高“自学能力”最好的载体之一.

在数学中，什么是重要的（What is the key in Mathematics）？20世纪六七十年代，在很多国家都讨论了这个问题. 大部分人的意见是：问题是关键（The problem is the key in Mathematics）. 问题是思考的结果，是深入思考的开始，“有问题”也是创造的开始. 在高中数学的学习中，同学们不仅应提高解决别人给出问题的能力，提高思考问题的能力，还应保持永不满足的好奇心，大胆地发现问题、提出问题，养成“问题意识”和交流的习惯，这对你们将来的发展是非常重要的.

在学习数学中，有时会遇到一些困难，树立信心是最重要的. 不要着急，要有耐心，把基本的东西想清楚，逐步培养自己对数学的兴趣，你会慢慢地喜欢数学，她会给你带来乐趣.

本套教材由26册书组成：必修教材有5册；选修系列1有2册，选修系列2有3册，它们体现了发展的基本方向；选修系列3有6册，选修系列4有10册，同学们可以根据自己的兴趣选修其中部分专题. 习题分为三类：一类是可供课堂教学使用的“练习”；一类是课后的“习题”，分为A，B两组；还有一类是复习题，分为A，B，C三组.

研究性学习是我们特别提倡的. 在教材中强调了问题提出，抽象概括，分析理

解，思考交流等研究性学习过程. 另外，还专门安排了“课题学习”和“探究活动”.

“课题学习”引导同学们递进地思考问题，充分动手实践，是需要完成的部分.

在高中阶段，根据课程标准的要求，学生需要至少完成一次数学探究活动，在必修课程的每一册书中，我们为同学们提供的“探究活动”案例，同学们在教师的引导下选做一个，有兴趣也可以多做几个，我们更希望同学们自己提出问题、解决问题，这是一件很有趣的工作.

同学们一定会感受到，信息技术发展得非常快，日新月异，计算机、数学软件、计算器、图形计算器、网络都是很好的工具和学习资源，在条件允许的情况下，希望同学们多用，“技不压身”. 它们能帮助我们更好地理解一些数学的内容和思想. 教材中有“信息技术建议”，为同学们使用信息技术帮助学习提出了一些具体的建议; 还有“信息技术应用”栏目，我们选取了一些能较好体现信息技术应用的例子，帮助同学们加深对数学的理解. 在使用信息技术条件暂时不够成熟的地方，我们建议同学们认真阅读这些材料，对相应的内容能有所了解. 教材中信息技术的内容不是必学的，仅供参考.

另外，我们还为同学们编写了一些阅读材料，供同学们在课外学习，希望同学们不仅有坚实的知识基础，而且有开阔的视野，能从数学历史的发展足迹中获取营养和动力，全面地感受数学的科学价值、应用价值和文化价值.

我们祝愿同学们在高中数学的学习中获得成功.

严士健 王尚志

目录

第一章　计数原理 …… (1)

§1　分类加法计数原理和分步乘法计数原理 …… (3)

1.1　分类加法计数原理 …… (3)

1.2　分步乘法计数原理 …… (4)

习题 1—1 …… (6)

§2　排列 …… (7)

习题 1—2 …… (11)

§3　组合 …… (13)

习题 1—3 …… (18)

§4　简单计数问题 …… (20)

习题 1—4 …… (24)

§5　二项式定理 …… (26)

5.1　二项式定理 …… (26)

5.2　二项式系数的性质 …… (29)

阅读材料　杨辉 …… (31)

习题 1—5 …… (31)

本章小结建议 …… (33)

复习题一 …… (34)

第二章　概率 …… (35)

§1　离散型随机变量及其分布列 …… (37)

习题 2—1 …… (42)

§2　超几何分布 …… (43)

阅读材料　彩票中的概率 …… (46)

习题 2—2 …… (47)

§3　条件概率与独立事件 …… (48)

阅读材料　概率与法庭 …… (51)
习题 2—3 …… (52)
§4　二项分布 …… (54)
阅读材料　需要多少条外线 …… (61)
习题 2—4 …… (62)
§5　离散型随机变量的均值与方差 …… (64)
习题 2—5 …… (69)
*§6　正态分布 …… (71)
6.1　连续型随机变量 …… (71)
6.2　正态分布 …… (72)
阅读材料　正态分布小史及其他 …… (74)
本章小结建议 …… (76)
复习题二 …… (77)

第三章　统计案例 …… (79)
§1　回归分析 …… (81)
1.1　回归分析 …… (81)
1.2　相关系数 …… (84)
1.3　可线性化的回归分析 …… (87)
阅读材料 …… (92)
习题 3—1 …… (93)
§2　独立性检验 …… (95)
2.1　独立性检验 …… (95)
2.2　独立性检验的基本思想 …… (98)
2.3　独立性检验的应用 …… (99)
习题 3—2 …… (102)
统计活动　学习成绩与视力之间的关系 …… (103)
本章小结建议 …… (107)
复习题三 …… (108)

附录 1　模拟“投掷一枚均匀的硬币 100 次”试验的程序 …… (110)

附录 2　部分数学专业词汇中英文对照表 …… (112)

附录 3　信息检索网址导引 …… (113)

第一章 计数原理

在日常的生产、生活中，我们常常会遇到一些需要计数的问题. 例如，2004 年中国足球协会超级联赛有 12 个球队参加，每个球队要和其余的 11 个球队进行比赛，而且在主场和客场各赛一次，那么，这次联赛一共要安排多少场比赛呢？

我国许多地区的电话号码，都由 6 位升至 8 位，此时电话号码增加了多少？

回答这些问题，就会用到本章将要学习的计数知识.

本章主要介绍分类加法计数原理和分步乘法计数原理，我们将利用这两个原理，讨论排列、组合等简单计数问题，并得到重要的二项式定理.

§1 分类加法计数原理和分步乘法计数原理

1.1 分类加法计数原理

1.2 分步乘法计数原理

§2 排列

§3 组合

§4 简单计数问题

§5 二项式定理

5.1 二项式定理

5.2 二项式系数的性质

§1　分类加法计数原理和分步乘法计数原理

1.1　分类加法计数原理

实例分析

问题 1　从天津到大连，可以乘飞机，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘轮船．

每天有 2 个航班的飞机，有 4 个班次的火车，有 2 个班次的轮船，有 1 个班次的汽车．那么，乘坐以上交通工具从天津到大连，在一天中一共有多少种选择呢？

分析　如图 1-1，从天津到大连，共有乘飞机、火车、轮船、汽车 4 类办法，每类办法中分别又有 2，4，2，1 种方法，共有 $2+4+2+1=9$ 种方法．

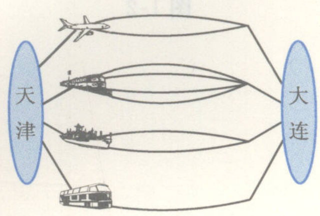


图 1-1

以上问题的特点是：

(1) 完成一件事有若干不同方法，这些方法可以分成 n 类；

(2) 用每一类中的每一种方法都可以完成这件事；

(3) 把每一类的方法数相加，就可以得到完成这件事的所有方法数．

抽象概括

一般地，有如下原理：

分类加法计数原理　**完成一件事，可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种方法，在第二类办法中有 m_2 种方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种方法．那么，完成这件事共有**

$$N=m_1+m_2+\cdots+m_n$$

种方法．(也称加法原理)

例 1　在 1，2，3，…，200 中，能够被 5 整除的数共有多少个？

解 能够被 5 整除的数，末位数字是 0 或 5，因此，我们把 1，2，3，…，200 中能够被 5 整除的数分成两类来计数：

第一类：末位数字是 0 的数，一共有 20 个.

第二类：末位数字是 5 的数，一共有 20 个.

根据加法原理，在1，2，3，…，200中，能够被5整除的数共有 $20+20=40$ 个.

1.2 分步乘法计数原理

实例分析

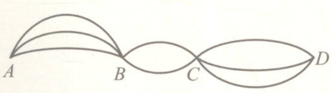


图 1-2

问题 2 从 A 村去 B 村的道路有 3 条，从 B 村去 C 村的道路有 2 条，从 C 村去 D 村的道路有 3 条(如图 1-2 所示). 李明要从 A 村先到 B 村，再经过 C 村，最后到 D 村，一共有多少条线路可以选择?

分析 整个行程必须通过 3 个步骤：先从 A 村到 B 村，再从 B 村到 C 村，然后从 C 村到 D 村.

从 A 村到 B 村有 3 条路，选择这 3 条路中的任意一条路到达 B 村，再从 B 村到 C 村又有 2 条路. 因此，从 A 村经 B 村到 C 村一共有：$3\times2=6$ 种路可以选择.

对于这 6 条路中的每一条路，再从 C 村到 D 村又有 3 条路. 因此，整个行程一共有：$3\times2\times3=18$ 条线路可以选择.

以上问题的特点是：

(1) 完成一件事需要经过 n 个步骤，缺一不可；

(2) 完成每一步有若干方法；

(3) 把每一步的方法数相乘，就可以得到完成这件事的所有方法数.

抽象概括

一般地，有如下原理：

分步乘法计数原理 **完成一件事需要经过 n 个步骤，缺一不可，做第一步有 m_1 种方法，做第二步有 m_2 种方法，……，做第 n 步有 m_n 种方法. 那么，完成这件事共有**

$$N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$$

种方法.(也称乘法原理)

例 2 有一项活动,需在 3 名教师、8 名男生和 5 名女生中选人参加.

(1) 若只需 1 人参加,有多少种选法?

(2) 若需教师、男生、女生各 1 人参加,有多少种选法?

解 (1) 只要选出 1 人就可以完成这件事,而选出的 1 人有三种不同类型,即教师、男生或女生,因此要分类相加.

第一类:选出的是教师,有 3 种选法.

第二类:选出的是男生,有 8 种选法.

第三类:选出的是女生,有 5 种选法.

根据加法原理,共有 $N=3+8+5=16$ 种选法.

(2) 完成这件事需要分别选出 1 名教师、1 名男生和 1 名女生,可以先选教师,再选男生,最后选女生,因此要分步相乘.

第一步:选 1 名教师,有 3 种选法.

第二步:选 1 名男生,有 8 种选法.

第三步:选 1 名女生,有 5 种选法.

根据乘法原理,共有 $N=3\times8\times5=120$ 种选法.

练 习

1. 完成一件工作,有两种方法,有 5 个人只会用第一种方法,另外有 4 个人只会用第二种方法,从这 9 个人中选 1 人完成这件工作,一共有多少种选法?
2. 有 10 本不同的数学书,9 本不同的语文书,8 本不同的英语书,从中取出数学、语文、英语各一本,共有多少种取法?

习 题 1—1

A 组

1. 在 1,2,3,…,200 中,被 5 除余 1 的数一共有多少个?
2. 在所有的两位数中,个位数字比十位数字大的两位数有多少个?
3. 高二(1)班有学生 56 人,其中男生 38 人,从中选取 1 名男生和 1 名女生做代表,参加学校组织的调查团,问选取代表的方法有几种.
4. 一个口袋内装有 5 个小球,另一个口袋内装有 4 个小球,所有这些小球的颜色互不相同,从两个口袋内分别取 1 个小球,有多少种取法?
5. 在平面直角坐标系中,确定若干点,点的横坐标取自集合 $P=\{1,2,3\}$,点的纵坐标取自集合 $Q=\{1,4,5,6\}$,这样的点有多少个?
6. 商店里有 15 种上衣,18 种裤子,某人要买一件上衣或一条裤子,共有多少种选法?要买上衣、裤子各一件,共有多少种选法?

B 组

"渐升数"是指每一位数字比其左边的数字大的正整数(如 236),那么三位渐升数有多少个?其中比 516 大的三位渐升数有多少个?

§2　排　列

问题提出

在日常生活中我们经常遇到下面一些问题，这些问题有什么共同特征呢？

问题 1　三名同学排成一行照相，有多少种排法？

方法 1　（枚举法）

把三名同学用 A,B,C 作为代号，于是有以下 6 种排法：

$$ABC \qquad BCA \qquad CAB$$
$$ACB \qquad BAC \qquad CBA$$

方法 2　（分步计数）

A,B,C 三人排成一行，可以看作将字母 A,B,C 顺次排入图1-3的方格中.

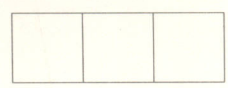


图 1-3

首先排第一个位置：从 A,B,C 中任选 1 人，有 3 种方法.

其次排第二个位置：从剩下的 2 个人中任选 1 人，有 2 种方法.

最后排第三个位置：只有 1 种方法.

根据乘法原理，三名同学排成一行照相，共有 $3\times2\times1=6$ 种排法.

问题 2　北京、广州、南京、天津四个城市相互通航，应该有多少种机票？

方法 1　（枚举法）

列出每一个起点和终点情况，如图 1-4 所示：

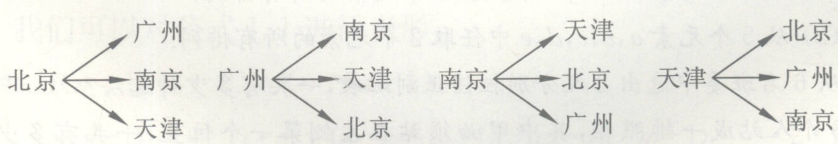


图 1-4

所以一共有 12 种机票.

方法 2 （分步计数）

我们按起始站、终点站的顺序进行排列：

第一步：先确定起始站，起始站有 4 种选择方法.

第二步：再确定终点站，对应于起始站的每一种选择，终点站都有 3 种选择方法.

根据乘法原理，共有 $4\times3=12$ 种机票.

问题 3 从四面不同颜色的旗子中，选出三面排成一排作为一种信号，能组成多少种信号？

分析 解决这个问题可以分为三步进行.

第一步：先选第 1 面旗子，有 4 种选择方法.

第二步：在剩下的 3 种颜色中，再选第 2 面旗子，有 3 种选法.

第三步：在剩下的 2 种颜色中，选最后一面旗子，有 2 种选法.

根据乘法原理，共有 $4\times3\times2=24$ 种选法. 而每种选法对应一种信号，故共能组成 24 种信号.

抽象概括

一般地，从 n 个不同的元素中取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素，按照一定顺序排成一列，叫作从 n 个不同的元素中任意取出 m 个元素的一个**排列**. 我们把有关求排列的个数问题叫作**排列问题**.

在上面讨论的问题中，问题 1 是从 3 个不同元素中取出 3 个元素的排列问题. 问题 2 是从 4 个不同元素中取出 2 个元素的排列问题. 问题 3 是从 4 个不同元素中取出 3 个元素的排列问题.

练 习 1

1. 写出：

   (1) 从 4 个元素 a,b,c,d 中任取 3 个元素的所有排列；

   (2) 从 5 个元素 a,b,c,d,e 中任取 2 个元素的所有排列.

2. 从 6 名班委中选出 2 人分别担任正副班长，一共有多少种选法？

3. 9 个人站成一排照相，其中甲必须站在左侧第一个位置，一共有多少种排法？

在前面的问题中，我们计算了几个排列问题，那么，对于一般的排列问题如何计算所有排列的个数呢？

我们把从 n 个不同的元素中任意取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素的排列，看成从 n 个不同的球中选出 m 个球，放入排好的 m 个盒子中，每个盒子里放一个球，我们用乘法原理排列这些球(见表 1-1)：

表 1-1

盒子	1	2	3	…	m
方法数	n	$n-1$	$n-2$	…	$n-(m-1)$

第 1 步：从全体 n 个球中选出一个放入第 1 个盒子，有 n 种选法.

第 2 步：从剩下的 $n-1$ 个球中选出一个放入第 2 个盒子，有 $n-1$ 种选法.

第 3 步：从剩下的 $n-2$ 个球中选出一个放入第 3 个盒子，有 $n-2$ 种选法.

……

第 m 步：从剩下的 $n-(m-1)$ 个球中选出一个放入第 m 个盒子，有 $n-(m-1)$ 种选法.

根据乘法原理，一共有 $n(n-1)(n-2)\cdots(n-(m-1))$ 种放法.

这样，我们得到：从 n 个不同的元素中任意取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素的排列一共有 $n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$ 种.

我们把从 n 个不同元素中取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素所有排列的个数，叫作从 n 个不同元素中取出 m 个元素的**排列数**，记作 A_n^m.

$$\boxed{\mathrm{A}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1).}\qquad(公式 1.1)$$

规定 $\mathrm{A}_n^0=1$. 当 $m=n$ 时，$\mathrm{A}_n^n=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\cdots\cdot2\times1$.

我们把 $n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\cdots\cdot2\cdot1$ 记作 $\boldsymbol{n!}$，读作：n 的阶乘. 我们规定 $0!=1$.

我们可以对公式 1.1 进行变形：

$$\begin{aligned}\mathrm{A}_n^m&=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)\\&=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\cdots\cdot(n-m+1)\cdot(n-m)\cdot(n-m-1)\cdot\cdots\cdot2\cdot1}{(n-m)\cdot(n-m-1)\cdot\cdots\cdot2\cdot1}\\&=\frac{n!}{(n-m)!}.\end{aligned}$$

$$A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}.\qquad（公式 1.2）$$

例 1 计算下列排列数：

（1）A_{50}^3；　（2）A_{15}^3；　（3）A_5^5；　（4）A_6^6.

解 利用公式 1.1 可以计算得：

（1）$A_{50}^3=50\times49\times48=117\ 600$；

（2）$A_{15}^3=15\times14\times13=2\ 730$；

（3）$A_5^5=5!=120$；

（4）$A_6^6=6!=720$.

例 2 利用 1,2,3,4 这四个数字，可以组成多少个没有重复数字的三位数？

解 这是从 1,2,3,4 四个数字中，任意选出三个数字排成一排，有多少种排法的排列问题. 故有 $A_4^3=4\times3\times2=24$ 种排法.

所以，用 1,2,3,4 这四个数字，可以组成 24 个没有重复数字的三位数.

例 3 从某班 50 名学生中选出 6 名学生分别担任 6 个小组的组长，有多少种可能？

解 从 50 名学生中选出 6 名学生担任 6 个小组的组长，相当于从 50 个不同元素中任选 6 个元素进行排列的问题.

所以，一共有 $A_{50}^6=50\times49\times48\times47\times46\times45=11\ 441\ 304\ 000$ 种可能.

例 4 有红黄蓝 3 种颜色的旗子各一面，如果用它们其中的若干面，挂在一个旗杆上发出信号，那么一共可以组成多少种信号？

分析 旗杆上可以挂 1 面旗子，也可以挂 2 面、3 面旗子，因此，需要分类计数. 由于挂出的旗子顺序不同表示的信号也不同，因此，这是一个排列问题.

解 第一类：旗杆上挂 1 面旗子，可以组成 A_3^1 种信号.

第二类：旗杆上挂 2 面旗子，可以组成 A_3^2 种信号.

第三类：旗杆上挂 3 面旗子，可以组成 A_3^3 种信号.

根据加法原理，一共可以组成

$$A_3^1+A_3^2+A_3^3=3+3\times2+3\times2\times1=15$$