



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

北京大学物理学丛书

高等量子力学

第三版

杨泽森 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

北京大学物理学丛书

高等量子力学

第三版

杨泽森 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等量子力学/杨泽森著. —3 版. —北京:北京大学出版社,
2007.5

(北京大学物理学丛书)

ISBN 978-7-301-02922-0

I. 高… II. 杨… III. 量子力学 N. O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 057895 号

书 名: 高等量子力学(第三版)

著作责任者: 杨泽森 著

责任编辑: 顾卫宇

标准书号: ISBN 978-7-301-02922-0/O · 0364

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021

出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

850 mm × 1168 mm 32 开本 20.75 印张 530 千字

1991 年 7 月第 1 版

2007 年 5 月第 3 版 2007 年 5 月第 1 次印刷

印 数: 0001—5000 册

定 价: 33.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

内 容 简 介

本书旨在帮助学完大学量子力学课程的读者加强理论基础和掌握基本方法。前八章中的基本部分从 1962 年在北京大学物理系开设高等量子力学课程以来，即以讲义形式被许多院校采用。作者根据长期教学实践的经验 and 学科的发展，对书稿进行了多次修改，内容和章节也有所增加，本版又增加了量子电动力学一章。全书共十一章，内容充实，立论严谨，对于原理、概念和方法的讲解都特别注重准确性和系统性，对于量子化理论，从最基本的内容直到 Dirac 方法和路径积分，作了系统的讲解，阐明其一般原则以及在粒子系统和场中的具体运用。

物理类研究生、理论物理青年科学研究人员和量子力学教师均可用本书作为学习量子力学、量子电动力学或进修提高的参考书。第一至第八章的基本部分可作为高等量子力学课程的教材。

前 言

物理学是自然科学的基础,是探讨物质结构和运动基本规律的前沿学科.几十年来,在生产技术发展的要求和推动下,人们对物理现象和物理学规律的探索研究不断取得新的突破.物理学的各分支学科有着突飞猛进的发展,丰富了人们对物质世界物理运动基本规律的认识和掌握,促进了许多和物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的进步.物理学的发展是许多新兴学科、交叉学科和新技术学科产生、成长和发展的基础和前导.

为适应现代化建设的需要,为推动国内物理学的研究、提高物理教学水平,我们决定推出《北京大学物理学丛书》,请在物理学前沿进行科学研究和教学工作的著名物理学家和教授对现代物理学各分支领域的前沿发展做系统、全面的介绍,为广大物理学工作者和物理系的学生进一步开展物理学各分支领域的探索研究和学习,开展与物理学紧密相关的交叉学科和技术学科的研究和学习提供研究参考书、教学参考书和教材.

本丛书分两个层次.第一个层次是物理系本科生的基础课教材,这一教材系列,将几十年来几代教师,特别是在北京大学教师的教学实践和教学经验积累的基础上,力求深入浅出、删繁就简,以适于全国大多数院校的物理系使用.它既吸收以往经典的物理教材的精华,尽可

能系统地、完整地、准确地讲解有关的物理学基本知识、基本概念、基本规律、基本方法；同时又注入科技发展的新观点和方法，介绍物理学的现代发展，使学生不仅能掌握物理学的基础知识，还能了解本学科的前沿课题和研究动向，提高学生的科学素质。第二个层次是研究生教材、研究生教学参考书和专题学术著作。这一系列将集中于一些发展迅速、已有开拓性进展、国际上活跃的学科方向和专题，介绍该学科方向的基本内容，力求充分反映该学科方向国内外前沿最新进展和研究成果。学术专著首先着眼于物理学的各分支学科，然后再扩展到与物理学紧密相关的交叉学科。

愿这套丛书的出版既能使国内著名物理学家和教授有机会将他们的累累硕果奉献给广大读者，又能对物理的教学和科学研究起到促进和推动作用。

《北京大学物理学丛书》编辑委员会

1997年3月

第三版前言

本版增加了篇幅较大的第十一章，同时对第一至第十章的内容作了一些修改，并且重新进行了校对。以前采用的的几率一词已改为概率。在第二版前言中已经说明，本书在阐述量子力学的原理和概念时，是以 P.A.M.Dirac 的《量子力学原理》为依据的，但从教学的观点考虑，在第一至第三章中，关于状态的描述采取了从位形空间的波函数到态矢量空间的途径；关于波函数的统计诠释、叠加原理和力学量的算符等方面，在讲法上着重参考了 L.D.Landau 和 E.M.Lifshitz 合著的《量子力学》。

第十一章的主题是针对电子场 - 电磁场系统讲述电动力学理论的量子化和重整化的方法和概念。我们根据 Bogoliubov-Parasiuk 定理论证理论的可重整性。在构造散射矩阵方面，也着重参考了 Bogoliubov 及其合作者的著作，但是仍然以原始的拉氏函数和量子化方法为依据，以及在表达方式上顾及通常的习惯。在理论方法和基本工具的讲解以及实际演算的各个有关部分还参考了 Lifshitz-Pitaevskii、C.Itzkson-J.B.Zuber、J.D.Bjorken-D.Drell、朱洪元、杨炳麟、戴元本等人的场论著作以及一些作者原来的论文。关于基本论点的选择，在正文中有明确的陈述，该章的引言也有扼要的说明，这里略提如下一事：为了便于采用适当的重整化的场函数作为基本变量来定义散射过程的初末态和构造散射矩阵，从而也不求助于传统的渐近理论的某些假设，我们阐明了如何利用“重整化”格林函数生成泛函的路径积分来构成一种以重整化的场函数作为基本变量的算符描述，其中重整化场函数的算符满足通常的等时对易 - 反对易关系式，而且相应的哈密顿量算符保证重整化场函数的海森伯算符的时序积在真空态的平

均值代表“重整化”的格林函数。此外，要用算符方法进行重整化，也宜于采用以重整化的场函数作为基本变量的算符描述。需要注意，代表重整化场函数的算符和以未重整化场函数为基本变量的算符描述中的场算符，不满足未重整化场函数与重整化场函数之间的比例关系，而且这两类描述中的算符作用于不同的态矢量空间。在基于质壳减除的重整化方案下，我们根据以重整化场函数为基本变量的算符描述确定的总哈密顿量算符 H 和自由哈密顿量 H_0 以及相应的相互作用绘景的时间演化算符 $U(t, t_0)$ 构造散射矩阵。即是用 H_0 的物理本征态描述初-末态粒子，而散射矩阵实质上是算符 $U(\infty, -\infty)$ 在由 H_0 的物理本征态形成的基下的矩阵。

本版仍然用 L^AT_EX 系统排版，Feynman 图的 Tex 文件是用作图软件 AXODRAW 编写的。作者的同事邓卫真、吴崇试、程檀生、朱世琳、程希有以及本版责任编辑顾卫宇女士给予了多方面的帮助，使此项工作顺利完成。理论物理专业博士生未微、王丰林为本书第二版进行了比较细致的勘误工作，使本版避免了这些错误。作者在此一并致谢。还要再次感谢第二版的责任编辑周月梅老师和参与排版的同事们，这次对第一至第十章的修改正是借助该版的 CTX 文件完成的。

杨 泽 森

2007 年 2 月于北京大学

第二版前言

这是作者的《高等量子力学》一书的修订和扩充。读者对象主要是物理教师、青年科学研究人员和研究生。第一至第八章可作为研究生课程的教材。北京大学物理系从1962年起为六年制理论物理学生开设高等量子力学，这八章中最基本的内容即包含在作者当时为本课程编写的讲义中。随着开设本门课程的兄弟院校的不断增多，该讲义被十分广泛地用作教材和参考书，并从中得到改进。从1978年以来又作了多次修改和扩充。本书在内容选择上，旨在帮助学完了大学量子力学课程的读者加强理论基础和掌握基本方法。在讲课和初次自学时，宜于在前八章内进行选择，可根据教学或自学的要求，删除较困难的部分，集中精力于基本内容。由于认定读者已经具备量子力学的一般基础知识，所选应用范例比较少，应根据正文动手运算和多加思考。

本书在阐述量子力学的原理和概念时，是以 P.A.M.Dirac 的《量子力学原理》为依据的，但从教学的观点改变了某些内容的表达形式，这种作法在 L.D.Landau 和 E.M.Lifshitz 合著的《量子力学》中已有很好的范例。在本书第一至第三章中，关于状态的描述采取了从位形空间的波函数到态矢量空间的途径；在讲述波函数的统计诠释，叠加原理和力学量的算符等方面，着重参考了 L.D.Landau 和 E.M.Lifshitz 的上述著作。

本书对于量子化的一般原则和方法有比较系统的讲解，针对粒子系统和场的情形，对于通常的正则量子化的基本内容和处理受约束系统的狄拉克方法以及路径积分方法，作了充分的阐述。

本版是在责任编辑周月梅女士负责下由作者的同事和助手们用 $\text{\LaTeX}$ 系统进行排版的，作者本人也参加了一部分工作，并

且校阅了全书的源文件. 这样既节省了时间, 又能够使公式和符号准确和美观. 在此谨向周月梅女士和担任排版工作的王玉成博士, 卢兰春博士等多位朋友, 朱世琳等博士研究生以及帮助作者完成加工和整理等项工作的周治宁, 邓卫真, 张建玮等同事们表示诚挚的感谢. 本书用 $\text{\LaTeX}$ 系统进行排版, 是作者的女儿杨槟和她的同事张玉志博士积极建议的结果, 他们还在工作条件和汉字自动录入等方面提供了重要的帮助, 使此项工作能够顺利完成. 中国科学院科技期刊编辑培训部承担了胶片的制作. 作者也在此一并致谢.

根据全国自然科学名词审定委员会公布的物理名词的译名, 本书暂且把刁矢量和刃矢量改成左矢量和右矢量. 关于几率一词, 不作改动, 可与概率并用. 至于测不准关系一词, 本来很合适, 而且多年来已广泛采用, 故在本书中也不改动. 至于在公式中频繁出现的符号, 除了作特别处理的以外, 一般都遵守用 $\text{\LaTeX}$ 系统排版的物理杂志《The Physical Review》中的规则.

杨 泽 森

1995 年 4 月于北京大学

目 录

第一章 波函数的统计诠释和叠加原理	1
§ 1 状态与波函数. 波函数的统计诠释	1
§ 2 叠加原理	4
§ 3 力学量的算符和本征值方程	9
§ 4 相容力学量及其完整组	13
§ 5 坐标作为完整力学量	18
§ 6 分立谱和连续谱本征函数的归一化. 波函数概念的扩充	19
参考文献	22
第二章 态矢量空间	23
§ 1 态矢量空间和它的对偶空间	23
§ 2 力学量的线性算符	25
§ 3 表象及表象变换	30
参考文献	32
第三章 运动方程和量子条件	33
§ 1 运动方程	33
§ 2 在笛卡儿坐标下的动量算符和量子条件	36
§ 3 角动量、自旋和哈密顿量算符	42
§ 4 坐标动量测不准关系和能量测不准关系	51
§ 5 由算符 $\{a_j^\dagger a_j\}$ 代表的完整力学量	57
§ 6 量子条件的一般形式 (一)(正则变量对应于态 矢量空间的算符的情形)	63
§ 7 量子条件的一般形式 (二)(坐标是连续实变量 时的动量算子)	68

§ 8	量子化中的广义协变性条件, 位形空间弯曲 情形的哈密顿量算符	77
§ 9	海森伯绘景和相互作用绘景	84
§ 10	混合态的统计算符和运动方程	89
§ 11	向经典力学极限的过渡	98
	参考文献	104
第四章	玻色统计法与费米统计法, 二次量子化理论	105
§ 1	玻色统计法与费米统计法	105
§ 2	相同玻色子系统的二次量子化理论	108
§ 3	相同费米子系统的二次量子化理论	123
§ 4	波场量子化的观点	135
	参考文献	141
第五章	时空对称性	142
§ 1	逆过程和 Wigner 定理	142
§ 2	时间平移, 空间平移和空间转动	150
§ 3	空间反射	155
§ 4	时间反演	160
	参考文献	169
第六章	角动量理论	170
§ 1	角动量算符的本征值和本征态, $\mathcal{D}^j(g)$ 矩阵	170
§ 2	两个角动量的耦合, Clebsch-Gordan 系数	177
§ 3	$\mathcal{D}^j(g)$ 矩阵的性质	186
§ 4	三个角动量的耦合, Racah 系数	207
§ 5	不可约张量	213
	参考文献	224
第七章	形式散射理论	225
§ 1	散射问题的初值方法, 波算符	225
§ 2	散射截面公式	231

§ 3	散射矩阵	235
	参考文献	243
第八章	Dirac 方程	244
§ 1	Klein-Gordon 方程与 Dirac 方程	244
§ 2	Dirac 方程在正常洛伦兹变换下的协变性	250
§ 3	空间轴的转动与 Dirac 粒子的自旋	258
§ 4	空间反射	260
§ 5	由 $\psi(x)$, $\bar{\psi}(x)$ 及 γ^μ 组成的张量	262
§ 6	时间反演	263
§ 7	平面波解. 库仑中心场中的电子态. 负能态问题	267
§ 8	电荷共轭 (正反粒子共轭)	278
§ 9	低能近似	279
§ 10	标量场的量子化	285
§ 11	Dirac 场的量子化	295
	参考文献	305
第九章	具有奇异拉格朗日函数的系统的正则方程 及其量子化	306
§ 1	约束条件. 从拉格朗日方程到正则方程的过渡	306
§ 2	Dirac 括号	313
§ 3	量子化	315
§ 4	具有奇异拉格朗日函数的场	318
§ 5	Dirac 方法对自由电磁场的应用	324
§ 6	Dirac 方法对 SU_3 规范场的应用	335
§ 7	将 Dirac 方法用于光前坐标下的 Dirac 场	345
	参考文献	353
第十章	路径积分	354
§ 1	在有限维位形空间的路径积分. 虚时间方法	355

§ 2	在有限维相空间的路径积分	382
§ 3	在 a^* 表象的路径积分	389
§ 4	在非相对论二次量子化理论中的玻色 Φ 场的路径积分	403
§ 5	对 C 数费米变量的积分	405
§ 6	相同费米子系统的 b^* 表象	410
§ 7	在非相对论二次量子化理论中的费米 Φ 场的路径积分	414
§ 8	自由电子场格林函数生成泛函的路径积分	418
§ 9	自由电磁场格林函数生成泛函的路径积分	423
§ 10	旋量电动力学格林函数生成泛函的路径积分	432
§ 11	色动力学格林函数生成泛函的路径积分	436
	参考文献	447

第十一章 量子电动力学 448

§ 1	有效拉氏函数, 经典场的能量动量和角动量	451
§ 2	正则动量与量子条件	459
§ 3	格林函数	463
§ 4	Feynman 图	480
§ 5	正规图形和正规顶角函数	496
§ 6	重整化	518
§ 7	Pauli-Villars 正规化和维数正规化	554
§ 8	散射矩阵	581
§ 9	表示散射矩阵元的 Feynman 图	588
§ 10	场算符和态矢量的 $\mathcal{C}, \mathcal{P}, \mathcal{T}$ 变换	600
§ 11	电子的反常磁矩	610
§ 12	红外发散的消除	615
§ 13	类氢原子能级的 Lamb 移位	624
§ 14	重整化群简述	629
	参考文献	644

第一章 波函数的统计诠释和叠加原理

§ 1 状态与波函数. 波函数的统计诠释

本书前七章以及后面的部分内容属于非相对论量子力学的范围. 非相对论性条件是指光速可看成无限大的速度, 因此粒子之间的相互作用可认为是瞬时传播的, 而且相互作用不引起粒子的消失或新粒子的产生, 故在描述粒子系统的运动时, 只涉及该系统的力学量. 不过, 描述微观现象的量子力学包含着特有的原理和观念, 使力学量和状态的概念具有与经典力学不同的含义.

考虑含有 N 个粒子的系统, 暂假定各粒子只有空间自由度并且是互不相同的. 按照经典力学, 每个粒子在一定时刻总是处在一定的地点和具有一定的动量, 系统中全部粒子的坐标和动量是描述其状态的一组完整力学量. 系统在一初始时刻的坐标动量值既决定了它在该时刻所有力学量的值, 也决定了在自然发展中达到的其他时刻的坐标和动量值. 任何一组与坐标动量有一一对应关系的力学量, 也构成一组完整力学量. 在系统的一定状态下进行坐标、动量以及其他力学量的测量时, 所获结果总是代表各力学量在该状态下的值. 由一组这样的完整力学量来描述状态的方式称为纯力学描述. 除了纯力学描述, 还有所谓统计描述. 在这种描述中, 说到系统处在一定状态, 意思是处在这样一组物理条件之下, 根据这组物理条件通常不足以确定全部粒子的坐标和动量. 因此在这样的状态下重复测量一个力学量时, 各次获得的结果可能很不一致, 当然重复测量多次获得各种结果的分布是确定的, 这取决于所说的物理条件. 这种状态是用分布函数代表的, 系统在一初始时刻的分布函数也决定在自然发展中达到的其

他时刻的分布函数.

在量子力学中假定可以借助遵从叠加原理的波函数给出状态的完整描述. 为了叙述的方便, 这里首先说明状态和波函数的含义, 在引用叠加原理时, 暂不作解释. 不论描述方式上有何特点, 一种状态总是可以通过控制一组物理条件来实现, 一种力学量总是 (至少在理论上说来) 可以通过测量而获得它的各种值 (实数). 以粒子的坐标为例, 如果重复地在一个状态下测量某个坐标每次都得到同一个值 x_0 , 就说这个状态是该坐标具有确定值 x_0 的状态. 由于系统在一定时刻的不同波函数叠加之后仍然代表在该时刻可以实现的状态 (见下节), 可以推知, 不是每个状态都是坐标具有确定值的状态. 所以在一般的状态下重复测量某个坐标时 (每次测量都在该状态下进行), 一般不是得出同一种值. 能够作为某个坐标的测量结果的每个值都称为该坐标的一个允许值, 一个坐标的允许值的集合称为该坐标的值谱. 显然, 在一个不是坐标具有确定值的状态下测量坐标时, 每次获得的结果都不能认为是原状态的坐标值, 只有重复测量多次所得出的各种允许值的分布才与原来的状态有密切的联系. 从经典对应的考虑, 一个系统也应具有像动量、角动量和能量等力学量, 此外还可以具有经典力学中没有的力学量, 每一种力学量都可按上述观点来解释. 如果在系统的某个状态下重复测量力学量 F 时, 每次都得出同一种值 f_0 , 就说这个状态是 F 具有确定值 f_0 的状态. 由叠加原理可推知, 不是每一个状态都是 F 具有确定值的状态. 所以在一般的状态下重复测量 F 时, 各次得到的结果可以很不一致. 能够作为 F 的测量结果的每个值都称为 F 的一个允许值, F 的允许值的集合称为 F 的值谱. 在一个不是 F 具有确定值的状态下测量 F 时, 每次获得的结果都不能认为是原状态的 F 值, 只有重复测量多次所得的各种允许值的分布 (简称为 F 值的分布) 才与原来的状态有密切的联系. 所以, 系统的一定状态不是表明它的各种力学量都有一定的值, 而是意味着在重复测量下应该得

到的各种力学量的允许值的一定分布。所谓可以借助波函数给出状态的完整描述，意思就是可根据波函数决定在该状态下重复测量每一种力学量时应该得出的允许值分布。

由一定波函数代表的状态称为纯粹态，使力学量 F 取确定值的纯粹态将称为 F 的本征态， F 在它的一个本征态下的值也称为在该状态的本征值。使一组力学量中每一个都取确定值的纯粹态称为这组力学量的共同本征态。从完整描述的意义上说，纯粹态的概念对应着经典力学中纯力学状态的概念，不过由叠加原理知道，系统在一定时刻不一定处在某个纯粹态。是否对应于每个力学量的每一个允许值，都存在使该力学量确定地取这个值的纯粹态？在量子力学中假定如此。关于坐标，还有进一步的假定：每个笛卡儿坐标的值谱都是全体实数，而且对于任何 $3N$ 个实数，都存在使全体笛卡儿坐标具有这组值的纯粹态。与经典力学的统计描述中的状态概念相应，在量子力学中有混合态的概念。所谓系统处在一定的混合态，即是处在—组通常不足以确定一个纯粹态的物理条件之下，因此在一定混合态下重复测量一个力学量获得各种结果的分布虽然也是确定的（取决于所说的物理条件），但是一般都不能用系统的一个波函数表示出来。一定的混合态可以看成—组适当的纯粹态的一定分布，并且引用类似于分布函数的量来描写。纯粹态是混合态的特殊形式。这个关于纯粹态的分布的概念与经典统计物理中分布函数的概念是相似的，都是对应着—组就所属的力学而言可以实现而一般是不完整的物理条件，但必须注意不同的力学造成的差别。特别是，在使用纯粹态的一定分布这个术语时，需要确切地规定它的含义。混合态的表述及其遵从的运动方程将在第三章 §10 给出。在本书中用到状态这一术语时，除了无须注明或可从上下文看出是何种状态的情形，都是指纯粹态。

波函数的概念来源于德布罗意的物质波概念，对于它的物理意义的诠释（玻恩统计诠释）是量子力学的基本原理之一。对