

■ 傅兰英 主编

新课标中考题库

XINKEBIAO
ZHONGKAO TIKU

数 学



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

科学

新课标中考题库

丛书主编 王盛之

本册主编 王盛之 周显良

编 委 王盛之 周显良 徐 珺 金国祥

章丽萍 宁少波 姚松如 姚卫玲

邓敬东 吴利明



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

编写说明

习题配备、习题选择是一个重要的课题。题海战术不仅加重了学生的课业负担,而且会使学生迷失学习方向;难题、偏题不仅达不到训练的效果,还会误导学生,甚至贻误学生的学业。但学习任何一门学科,适量的习题训练都是必要的,也是必须的。学生通过习题,体验学科的逻辑体系,知识的内在关联和融合,从而达到牢固掌握知识、技能,培养综合素养的目的。尤其是好的习题,往往能够起到举一反三的效果。

初中新课程标准实施以来,各地中考涌现了一批体现新课程标准理念的优秀试题。毋庸置疑,这些试题无论是对指导教师教学、理解新课程标准,还是指导学生的学习都是大有裨益的。受浙江大学出版社之托,为其组织编写一套“新课标中考题库丛书”。我欣然接受了这个任务。我以为,一方面丛书是中考的真题汇编,试题不会有科学性错误,经得起推敲,把这些优秀的试题汇编起来作为学生的课外训练无疑是最合适不过的;另一方面,这些中考真题也体现了新课改的动态,对广大教师教学具有相当的指导作用,客观上为新课程改革做了一件有益的事情。

我们聘请了一批一线高级教师和一批中考试题研究专家担任编写任务,编写的原则:一是精,就是严格控制总量,不搞题海战术,对同类的试题,选择最具有代表性的、最典型的,不选怪题、偏题;二是新,就是所选择的试题不仅要学科背景新颖,而且有一定的创新,充分体现新课标的理念。

我们编写的态度是认真严谨的,期望得到市场的认可,不足之处请读者不吝赐教。

王盛之

2007年10月

目 录

CONTENTS

一、数与代数 / 1

- (一) 有理数 / 1
- (二) 实数 / 5
- (三) 整式 / 8
- (四) 分式 / 12
- (五) 代数式 / 15
- (六) 方程与方程组 / 21
- (七) 不等式与不等式组 / 26
- (八) 函数 / 31
- (九) 一次函数 / 36
- (十) 反比例函数 / 44
- (十一) 二次函数 / 49

二、空间与图形 / 56

- (一) 点、线、面 / 56
- (二) 角 / 59
- (三) 相交线、平行线 / 62
- (四) 三角形 / 65
- (五) 四边形 / 69
- (六) 圆 / 73

- (七) 尺规作图 / 77
- (八) 视图与投影 / 81
- (九) 图形的轴对称 / 85
- (十) 图形的平移 / 89
- (十一) 图形的旋转 / 93
- (十二) 比例与相似 / 99
- (十三) 锐角三角函数 / 104
- (十四) 图形与坐标 / 108
- (十五) 命题与证明 / 112

三、概率与统计 / 117

- (一) 数据的收集与整理 / 117
- (二) 数据的描述与处理 / 124
- (三) 统计的应用 / 132
- (四) 概率的计算与应用 / 139

四、课题学习 / 145

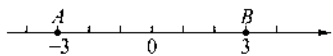
- 中考模拟考试数学试题(一) / 153
- 中考模拟考试数学试题(二) / 157
- 参考答案 / 161

一、数与代数

(一) 有理数

一、考题例析

例1 [06 济南] 如图, 数轴上 A, B 两点所表示的两数的 ()



- A. 和为正数 B. 和为负数
C. 积为正数 D. 积为负数

解析 本题主要考查有理数的加、乘运算, 并巧妙设计了数形结合的思想方法. 考生从图中, 获知 A 点表示的数为 -3 , B 点表示的数为 3 , 两数之和为 0 , 两数之积为 -9 , 故应选 D.

例2 已知两数 a, b , 如果 a 比 b 大, 试判断 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小.

解析 将两数 a, b 用数轴上的点表示出来, 则表示数 a 的点 A 在表示数 b 的点 B 的右边, 要比较 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小, 实际上就是比较点 A 、点 B 到原点 O 的距离的大小. 换言之, 就是讨论原点 O 与点 A, B 的几种不同的位置关系.

在数轴上表示数 a 的点 A 在表示数 b 的点 B 的右边, 当点 B 在原点的右边时, $0 < b < a$, 则 $|a| > |b|$.

当点 A 在原点的左边时, $b < a < 0$, 则 $|a| < |b|$.

当点 A, B 分别在原点的右、左两侧时, $b < 0 < a$, 这时无法判断 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小关系.

当点 A 正好在原点位置时, $b < a = 0$, 则 $|b| > |a|$. 当点 B 正好在原点位置时, $0 = b < a$, 则 $|a| > |b|$.

例3 [05 山西] 现有四个有理数 $3, 4, -6, 10$, 将这四个数(每个数用且只用一次)进行加减乘除四则运算(允许用括号), 使其结果等于 24 . 请你写出一个符合条件的算式_____.

解析 以数学游戏为背景来考查基础知识与基本技能是今后评价方式的重大变化. “24 点”游戏实质体现了有理数的混合运算的应用技能, 应注意运算的顺序与运算结果的关系. 由于本题结果的开放性, 因此在多种计算方案中, 只需任选一种填入即可, 例如 $4 - 10 \times (-6) \div 3 = 24$; $3 \times (10 + 4 - 6) = 24$; $(10 - 4) - (-6) \times 3 = 24$.

二、考题精选

A 组

1. [05 宁波] -3 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

2. [05 丽水] -2 的绝对值是 ()

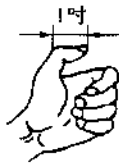
- A. 2 B. -2
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

3. [05 北京] 据国家环保总局通报, 北京市是“十五”水污染防治计划完成最好的城市. 预计今年年底, 北京市污水处理能力可以达到每日 1684000 吨, 将 1684000 吨用科学记数法表示为 ()

- A. 1.684×10^6 吨 B. 1.684×10^5 吨
C. 0.1684×10^7 吨 D. 16.84×10^5 吨

4. [06 绍兴] 吋是电视机常用规格之一, 1 吋约为拇指上面一节的长, 则 7 吋长相当于 ()

- A. 课本的宽度





- B. 课桌的宽度
C. 黑板的高度
D. 粉笔的长度

5. [06 南京] 某地今年1月1日至4日每天的最高气温与最低气温如下表:

日期	1月1日	1月2日	1月3日	1月4日
最高气温	5℃	4℃	0℃	4℃
最低气温	0℃	-2℃	-4℃	-3℃

其中温差最大的是 ()

- A. 1月1日 B. 1月2日
C. 1月3日 D. 1月4日

6. [06 临安] 如果 a 与 -2 互为相反数, 那么 a 等于 ()

- A. -2 B. 2
C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

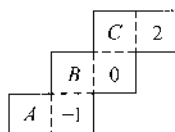
7. [06 绍兴] 冬季的一天, 室内温度是 8°C , 室外温度是 -2°C , 则室内外温度相差 ()

- A. 1°C B. 6°C
C. 10°C D. 16°C

8. [06 内江] $\frac{1}{2006}$ 的倒数是 ()

- A. -2006 B. 2006
C. $-\frac{1}{2006}$ D. $\frac{1}{2006}$

9. [06 福州] 右图是一个正方体包装盒的表面展开图, 若在其中的三个正方形 A、B、C 内分别填上适当的数, 使得将



这个表面展开图沿虚线折成正方体后, 相对面上的两个数互为相反数, 则填在 A、B、C 内的三个数依次是 ()

- A. $0, -2, 1$ B. $0, 1, -2$
C. $1, 0, -2$ D. $-2, 0, 1$

10. [06 绵阳] 我们常用的数是十进制的数, 而计算机程序处理中使用的是只有数码 0 和 1 的二进制数. 这两者可以相互换算, 如将

二进制 1101 换算成十进制数应为 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$, 按此方式, 则将十进制数 25 换算成二进制数应为 _____.

11. [06 辽宁] 小刚学习了有理数运算法则后, 编了一个计算程序. 当他输入任意一个有理数时, 显示屏上出现的结果总等于所输入的有理数的平方与 1 的和. 当他第一次输入 -2 , 然后又将所得的结果再次输入后, 显示屏上出现的结果应是 ()

- A. -8 B. 5
C. -24 D. 26

12. [05 河北] 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的, 后面的就改用手势了. 下面两个图框是使用法国“小九九”计算 7×8 和 8×9 的两个示例. 若用法国的“小九九”计算 7×9 , 左、右手依次伸出手指的个数是 ()

$7 \times 8 = ?$

左手

右手

∵ 两手伸出的手指数的和为 5,
未伸出的手指数的积为 6
∴ $7 \times 8 = 56$.
($7 \times 8 = 10 \times (2 + 3) + 3 \times 2 = 56$)

$8 \times 9 = ?$

左手

右手

∵ 两手伸出的手指数的和为 7,
未伸出的手指数的积为 2,
∴ $8 \times 9 = 72$.
($8 \times 9 = 10 \times (3 + 4) + 2 \times 1 = 72$)

- A. $2, 3$ B. $3, 3$
C. $2, 4$ D. $3, 4$

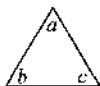
13. 已知 3 个空的啤酒瓶可以换 1 瓶啤酒, 现有 20 个空的啤酒瓶, 若不花钱, 最多可以喝到啤酒 ()

- A. 8 瓶 B. 9 瓶

C. 10 瓶

D. 11 瓶

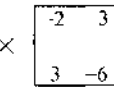
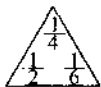
14. 若“三角”

表示运算 $a - b +$

c, “方框”

表示运算 $x - y + z + w$,

求:



表示的运算, 并计

算结果.

15. [05 浙江] 据了解, 火车票价按“ $\frac{\text{全程参考价} \times \text{实际乘车里程数}}{\text{总里程数}}$ ”的方法来确定. 已知 A 站至 H 站总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

确定. 已知 A 站至 H 站总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

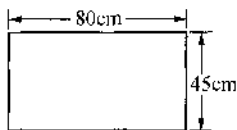
车站名	A	B	C	D	E	F	G	H
各站至 H 站的里程数 (单位: 千米)	1500	1130	910	622	402	219	72	0

例如, 要确定从 B 站至 E 站火车票价, 其票价为 $\frac{180 \times (1130 - 402)}{1500} = 87.36 \approx 87$ (元).

(1) 求 A 站至 F 站的火车票价 (结果精确到 1 元);

(2) 旅客王大妈乘火车去女儿家, 上车过两站后拿着火车票问乘务员: 我快到站了吗? 乘务员看到王大妈手中票价是 66 元, 马上说下一站就到了. 请问王大妈是在哪一站下车的? (要求写出解答过程).

16. 蓝天希望学校正准备建一个多媒体教室, 计划做长 120cm, 宽 30cm 的长条形桌面. 现只有长 80cm, 宽 45cm 的木板, 请你为该校设计不同的拼接方案, 使拼起来的桌面符合要求. (只要求画出裁剪、拼接图形, 并标上尺寸)



17. [05 大连] 在数学活动中, 小明为了求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值 (结果用 n 表示), 设计如图 17-1 所示的几何图形.

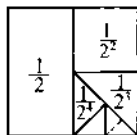


图 17-1



图 17-2

(1) 请你利用这个几何图形求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值为_____.

(2) 请你利用图 17-2, 再设计一个能求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值的几何图形.

B 组

1. [06 浙江] 计算 $1 - 2$ 的结果是 ()

- A. -1 B. 1
C. -2 D. 3

2. [06 金华] 我省各级人民政府非常关注“三农问题”. 截至 2005 年底, 我省农村居民人均纯收入已连续 21 年位居全国各省区首位, 据省统计局公布的数据, 2005 年我省农村居民人均纯收入约为 6660 元, 用科学记数法应记为 ()

- A. 0.6660×10^4 元
B. 6.660×10^3 元
C. 66.60×10^2 元
D. 6.660×10^4 元

3. [06 枣庄] $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$
C. 2 D. $\frac{1}{2}$

4. [05 扬州] 润扬长江公路大桥的建设创造了多项国内第一, 综合体现了目前我国公路桥梁建设的最高水平. 据统计, 其混凝土浇灌量为 1060000m^3 , 用科学记数法表示这个数为

()



A. $1.06 \times 10^1 \text{ m}^3$

B. $1.06 \times 10^2 \text{ m}^3$

C. $1.06 \times 10^4 \text{ m}^3$

D. $10.6 \times 10^4 \text{ m}^3$

5. 一根1米长的绳子,第一次剪去一半,第二次剪去剩下的一半,如此剪下去,第六次剪后剩下的绳子的长度为 ()

A. $(\frac{1}{2})^3$ B. $(\frac{1}{2})^5$

C. $(\frac{1}{2})^6$ D. $(\frac{1}{2})^{-2}$

6. [05 无锡] 比较 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 的大小,下列结果正确的是 ()

A. $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < -\frac{1}{3}$

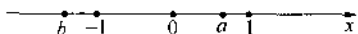
C. $\frac{1}{4} < -\frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$

7. 已知实数 a 、 b 在数轴上对应的点如图所示,则下列式子正确的是 ()

A. $ab > 0$ B. $|a| > |b|$

C. $a - b > 0$ D. $a + b > 0$



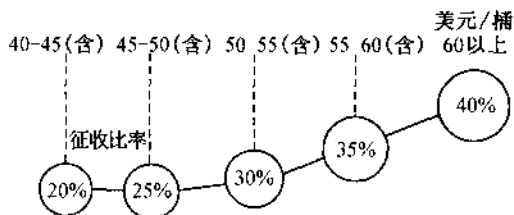
8. 计算 $0.04^{2007} \times [(-5)^{2007}]^2$ 得 ()

A. 1 B. -1

C. $\frac{1}{5^{2007}}$ D. $-\frac{1}{5^{2007}}$

9. [06 浙江] 自2006年3月26日起,国家对石油开采企业销售国产石油因价格超过一定水平(每桶40美元)所获得超额收入,将按比例征收收益金(征收比率及算法举例如下面的图和表).有人预测中国石油公司2006年第3季度将销售200百万桶石油,售价为每桶53美元,那么按该季度估算中国石油公司应向国家缴纳的特别收益金将达到人民币(按1美元兑换8元人民币的汇率计算)

石油特别收益金征收比率



石油特别收益金计算举例

石油价格 (美元/桶)	石油特别收益金 (美元/桶)
40	0
45	$5 \times 20\%$
48	$5 \times 20\% + 3 \times 25\% = 1.75$
55	3.75
...	...

A. 62.4 亿元

B. 58.4 亿元

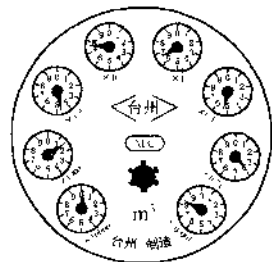
C. 50.4 亿元

D. 0.504 亿元

10. [06 舟山] 小刚中午放学回家自己煮面条吃,有下面几道工序:①洗锅盛水2分钟;②洗菜3分钟;③准备面条及佐料2分钟;④用锅把水烧开7分钟;⑤用烧开的水煮面条和菜要3分钟.以上各道工序,除④外,一次只能进行一道工序,小刚要将面条煮好,最少需用_____分钟.

11. 依法纳税是公民应尽的义务.《个人所得税法》规定:每月总收入减去1600元后的余额为应纳税所得额,应纳税所得额不超过500元的部分按5%纳税;超过500元但不超过2000元的部分按10%纳税,若职工小王某月税前总收入为2000元,则该月他应纳税_____元.

12. [05 台州] 小舒家的水表如图所示,则该水表的读数为_____ m^3 (精确到0.1 m^3).



13. (1) 比较下列各式的大小:

$$| -2 | + | 3 | \quad | -2 + 3 |;$$

$$\left| -\frac{1}{2} \right| + \left| -\frac{1}{3} \right| \quad \left| -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right|;$$

$$| 0 | + | -5 | \quad | 0 - 5 |;$$

.....

(2) 通过(1)的比较,请你分析归纳出当 a, b 为有理数时, $|a| + |b|$ 与 $|a+b|$ 的大小关系.

(3) 根据(2)中你得出的结论,求当 $|x| + 5 = |x - 5|$ 时,求 x 的取值范围.

14. 某风景区对 5 个景点的门票价格进行了调整,据统计,调价前后各景点的游客人数基本不变.有关数据如下表所示:

景 点	A	B	C	D	E
原价(元)	10	10	15	20	25
现价(元)	5	5	15	25	30
平均日人数(千人)	1	1	2	3	2

(1) 该风景区称调整前后这 5 个景点门票的平均收费不变,平均日总收入持平,问风景区是怎样计算的?

(2) 另一方面,游客认为调整收费后风景区的平均日总收入相对于调价前,实际上增加了约 9.1%.问游客是怎样计算的?

(3) 你认为风景区和游客中,哪一个的说法较能反映整体实际?

15. 图 1 是由若干个小圆圈堆成的一个形如正三角形的图案,最上面一层有一个圆圈,以下各层均比上一层多一个圆圈,一共堆了 n 层.将图 1 倒置后与原图 1 拼成图 2 的形状,这样我们可以算出图 1 中所有圆圈的个数为 $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

第 1 层

第 2 层

.....

第 n 层

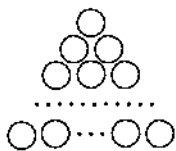


图 1

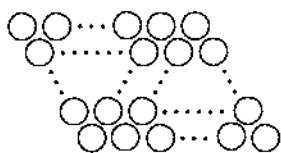


图 2

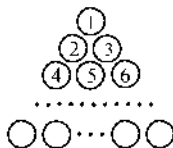


图 3

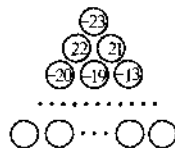


图 4

如果图 1 中的圆圈共有 12 层, (1) 我们自上往下,在每个圆圈中都按图 3 的方式填上一串连续的正整数 $1, 2, 3, 4, \dots$, 则最底层最左边这个圆圈中的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$; (2) 我们自上往下,在每个圆圈中都按图 4 的方式填上一串连续的整数 $-23, -22, -21, \dots$, 求图 4 中所有圆圈中各数的绝对值之和.

(二) 实 数

一、考题例析

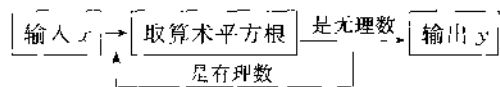
例 1 [06 扬州] 大家都知道 $\sqrt{5}$ 是一个无理数, 那么 $\sqrt{5} - 1$ 在哪两个数之间 ()

- A. 1 与 2 B. 2 与 3
C. 3 与 4 D. 4 与 5

解析 对于无理数作近似估算是新课标的要求, 同学们必须掌握“估算法”这种解题方法, 以便在具体的实际问题中作出快速的处理.

$\sqrt{1} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$, 即 $2 < \sqrt{5} < 3$, 所以 $1 < \sqrt{5} - 1 < 2$, 故选 A.

例 2 [06 荆州] 有一个数值转换器, 如图所示. 当输入的 x 为 64 时, 输出的 y 是 ()

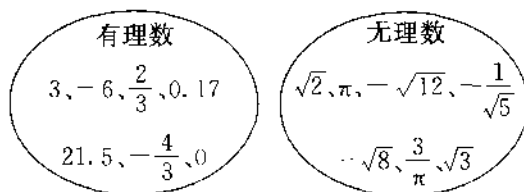


例 2 题图

- A. 8 B. $2\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

解析 因为 $\sqrt{64} = 8$, 即 64 的算术平方根是 8, 是个有理数, 所以应将 8 再输入, 得 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 即 8 的算术平方根是 $2\sqrt{2}$, 是个无理数, 所以当输入的 x 为 64 时, 输出的 y 是 $2\sqrt{2}$, 故应选 B.

例 3 [06 杭州] 在下面两个集合中各有一些实数, 请你分别从中选出 2 个有理数和 2 个无理数, 再用“+、-、 $\times$ 、 $\div$ ”中的 3 种符号将选出的 4 个数进行 3 次运算, 使得运算的结果是一个正整数.



(例 3 图)

解析 本题答案不唯一: 例如, 可以取:

$$-\sqrt{12}, \sqrt{3}, -6, -\frac{4}{3};$$

进行下面的运算:

$$(-\sqrt{12} \div \sqrt{3}) + [-6 \times (-\frac{4}{3})] = -2 + 8 = 6.$$

点评 本题是对无理数和有理数的理解, 以及实数的基本运算的考查, 类似于我们古代的 24 点游戏.

二、考题精选

A 组

1. [05 武汉] 若 $a \leq 1$, 则 $\sqrt{(1-a)^3}$ 化简后为 ()

- A. $(a-1)\sqrt{a-1}$ B. $(1-a)\sqrt{1-a}$
C. $(a-1)\sqrt{1-a}$ D. $(1-a)\sqrt{a-1}$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 有理数都是实数
B. 实数都是有理数
C. 带根号的数都是无理数
D. 无理数都是开方开不尽的数

3. [06 连云港] 能使等式 $\sqrt{\frac{x}{x-2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ 成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 0$
C. $x > 2$ D. $x \geq 2$

4. [05 杭州] 设 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2 - \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5} - 2$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

5. [05 黄冈] 已知 x, y 为实数, 且 $\sqrt{x-1} + 3(y-2)^2 = 0$, 则 $x-y$ 的值为 ()

- A. 3 B. -3
C. 1 D. -1

6. 已知实数 a 满足 $|2006-a| + \sqrt{a-2007} = a$, 那么 $a-2006^2 =$ _____.

7. [06 海淀] 已知实数 x, y 满足 $|x-5| + \sqrt{y+4} = 0$, 求代数式 $(x+y)^{2006}$ 的值.

8. [06 内江] 对于题目“化简求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$, 其中 $a = \frac{1}{5}$ ”甲、乙两人的解答不同.

甲的解答是: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} - a)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5};$

乙的解答是: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} + a)^2} - 2 = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + a - a = \frac{2}{a};$

谁的解答是错误的, 为什么?

9. [06 海淀] 计算: $|\sqrt{2}| + (\cos 60^\circ - \tan 30^\circ)^0 + \sqrt{8}.$

10. [06 泉州] 先化简下列代数式, 再求值: $(\frac{x^2}{x-3} - \frac{2x}{x-3}) \div \frac{x}{x-3}$, 其中 $x = \sqrt{7} + 1$ (结果精确到 0.01).

11. [05 台州]我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”，即已知三角形的三边长，求它的面积.用现代式子表示即为：

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \dots\dots ①$$

(其中 a, b, c 为三角形的三边长, S 为面积).

而另一个文明古国古希腊也有求三角形面积的海伦公式：

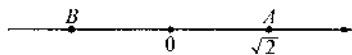
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \dots\dots ②$$

(其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$).

(1) 若已知三角形的三边长分别为 5、7、8, 试分别运用公式①和公式②, 计算该三角形的面积 S ;

(2) 你能否由公式①推导出公式②? 请试试.

12. [06 新疆]如图, 数轴上点 A 表示 $\sqrt{2}$, 点 A 关于原点的对称点为 B , 设点 B 所表示的数为 x , 求 $(x \cdot \sqrt{2})^0 + \sqrt{2}x$ 的值.



B 组

1. [05 杭州]若化简 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ 的结果为 $2x-5$, 则 x 的取值范围是 ()

- A. x 为任意实数
- B. $1 \leq x \leq 4$
- C. $x \geq 1$
- D. $x \leq 4$

2. [05 绍兴]化简 $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - (\sqrt{2x-3})^2$ 得 ()

- A. 2
- B. $-4x+4$
- C. 2
- D. $4x-4$

3. [05 金华]二次根式 $\sqrt{a-1}$ 中, 字母 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 1$
- B. $a \leq 1$
- C. $a \geq 1$
- D. $a > 1$

4. [05 南通]已知 $x < 2$, 则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果是 ()

- A. $x-2$
- B. $x+2$
- C. $-x-2$
- D. $2-x$

5. [06 海淀]下列根式中能与 $\sqrt{3}$ 合并的二次根式为 ()

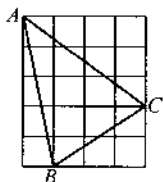
- A. $\sqrt{24}$
- B. $\sqrt{12}$
- C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- D. $\sqrt{18}$

6. 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 则在网格上的三角形 ABC 中, 边长为无理数的边数是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

7. [06 山西]下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- B. $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- C. $a^6 \div a^3 = a^2$
- D. $(-2ab^2)^3 = -8a^3b^6$



8. [06 淄博]下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$
- B. $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{3} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 1$
- C. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 1$
- D. $\frac{6 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

9. [06 南通]式子 $\frac{x}{\sqrt{2-x}}$ 有意义的 x 取值范围是_____.

10. $\sqrt{81}$ 的平方根是多少?

11. 请写出大于 $-\sqrt{11}$, 小于 $\sqrt{11}$ 的所有整数.

12. 在实数 $\sqrt{2}$, 0.31 , $\frac{\pi}{2}$, $\frac{22}{7}$, $0.8010800, \dots$, 1.414 , $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$ 中, 无理数有几个?

13. [06 新疆]试用举反例的方法说明下列命题是假命题.



举例：如果 $ab < 0$ ，那么 $a + b < 0$ ；

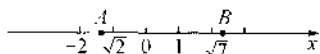
反例：设 $a = 1$ ， $b = -3$ ， $ab = 1 \times (-3) = -3 < 0$ ，而 $a + b = 1 + (-3) = -2 < 0$ ，所以，这个命题是假命题。

(1) 如果 $a + b > 0$ ，那么 $ab > 0$ ；

反例：

(2) 如果 a 是无理数， b 是有理数，那么 $a + b$ 是无理数。

14. 如图，在数轴上的点 A 、点 B 之间表示整数的点有 _____ 个。



15. 全球气候变暖导致一些冰川融化并消失。在冰川消失 12 年后，一种低等植物苔藓，就开始在岩石上生长。每一个苔藓都会长成近似的圆形，苔藓的直径和其生长年限近似地满足如下的关系式： $d = 7\sqrt{t - 12}$ ($t \geq 12$)，其中 d 表示苔藓的直径，单位是厘米， t 代表冰川消失的时间(单位：年)。

(1) 计算：当 $t = 16$ 时求 d 的直径；

(2) 如果测得一些苔藓的直径是 35 厘米，问冰川约是在多少年前消失的？

(三) 整 式

一、考题例析

例 1 判断下列各代数式是否是单项式。如果不是，请简要说明理由；如果是，请指出它的系数和次数：

(1) $a - 2$ (2) $\frac{1}{x}$ (3) πr^2

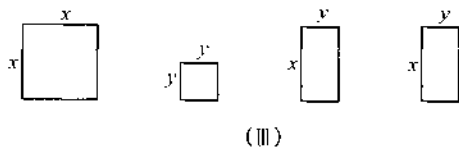
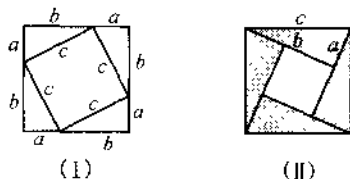
(4) $-\frac{3}{2}a^2b$ (5) m (6) $-3 \times 10^3 t$

解析 要弄清题中涉及的几个概念，即：数与字母的乘积组成的代数式叫做单项式(单独一个数或一个字母也是单项式)；单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数；单项式中所有字母的指数和叫做这个单项式的次数。

答案 (1) 不是，因为原代数式中出现了加法运算。(2) 不是，因为原代数式是 1 与 x 的商。(3) 是，它的系数是 π ，次数是 2。(4) 是，它的系数是 $-\frac{3}{2}$ ，次数是 3。(5) 是，它的系数是 1，次数是 1。(6) 是，它的系数是 -3×10^3 ，次数是 1。

注意 圆周率 π 是常数；当一个单项式的系数是 1 或 -1 ，次数是 1 时，“1”通常省略不写；单项式的系数是带分数时，通常写成假分数，如(1)中 $-\frac{3}{2}a^2b$ 。

例 2 在学习勾股定理时，我们学会运用图(1)验证它的正确性：图中大正方形的面积可表示为 $(a + b)^2$ ，也可表示为 $c^2 + 4 \cdot (\frac{1}{2}ab)$ ，即 $(a + b)^2 = c^2 + 4 \cdot (\frac{1}{2}ab)$ ，由此推出勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ ，这种根据图形可以极简单地直观推论或验证数学规律和公式的方法，简称“无字证明”。



(1) 请你用图(II)(2002 年国际数学家大会会标)的面积表达式验证勾股定理(其中四个直角三角形全等)。

(2) 请你用图(III)提供的图形进行组合，用组合图形的面积表达式验证：

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

(3) 请你自己设计图形的组合，用其面积表达式验证：

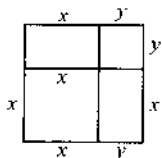
$$\begin{aligned} (x + p)(x + q) &= x^2 + px + qx + pq \\ &= x^2 + (p + q)x + pq \end{aligned}$$

解析 (1) 大正方形的面积为： c^2 ，中间

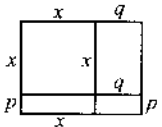
空白部分正方形面积为: $(b-a)^2$; 四个阴影部分直角三角形面积和为: $4 \times \frac{1}{2}ab$; 由图形关系可知: 大正方形面积 = 空白正方形面积 + 四个直角三角形面积, 即有:

$$\begin{aligned} c^2 &= (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab \\ &= b^2 - 2ab + a^2 + 2ab \\ &= a^2 + b^2. \end{aligned}$$

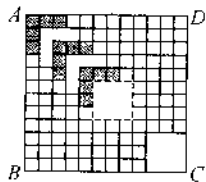
(2) 如图示: 大正方形边长为 $(x+y)$, 所以它的面积为 $(x+y)^2$, 其面积也等于两个边长分别为 x, y 的正方形和两个长为 x 宽为 y 的矩形面积之和, 即 $x^2 + 2xy + y^2$, 所以有: $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ 成立.



(3) 如图示: 大矩形的长、宽分别为 $(x+p)$ 、 $(x+q)$, 则其面积为: $(x+p)(x+q)$. 从图形关系上可得大矩形是由一个边长为 x 的正方形和三个小矩形构成的, 其面积又可表示为: $x^2 + px + qx + pq$, 则有: $(x+p)(x+q) = x^2 + px + qx + pq = x^2 + (p+q)x + pq$.



例3 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 12, 划分成 12×12 个小正方形. 将边长为 n (n 为整数, 且 $2 \leq n \leq 11$) 的黑白两色正方形纸片按图中的方式黑白相间地摆放, 第一张 $n \times n$ 的纸片正好盖住正方形 $ABCD$ 左上角的 $n \times n$ 个小正方形格, 第二张纸片盖住第一张纸片的部分恰好为 $(n-1) \times (n-1)$ 的正方形. 如此摆放下去, 最后直到纸片盖住正方形 $ABCD$ 的右下角为止. 请你认真观察思考后回答下列问题:



(1) 由于正方形纸片边长 n 的取值不同, 完成摆放时所使用正方形纸片的张数也不同, 请填写下表:

纸片的边长 n	2	3	4	5	6
使用的纸片张数					

(2) 设正方形 $ABCD$ 被纸片盖住的面积 (重合部分只计一次) 为 S_1 , 未被盖住的面积为 S_2 .

① 当 $n=2$ 时, 求 $S_1 : S_2$ 的值;

② 是否存在使得 $S_1 = S_2$ 的 n 值? 若存在, 请求出这样的 n 值; 若不存在, 请说明理由.

解析 (1) 依此为 11, 10, 9, 8, 7.

$$\begin{aligned} (2) S_1 &= n^2 + (12-n)[n^2 - (n-1)^2] \\ &= n^2 + 25n - 12. \end{aligned}$$

① 当 $n=2$ 时, $S_1 = 34$, $S_2 = 110$.

$$\therefore S_1 : S_2 = 17 : 55;$$

② 若 $S_1 = S_2$, 则有 $-n^2 + 25n - 12 = \frac{1}{2} \times 12^2$, 即 $n^2 - 25n + 84 = 0$, 解得 $n_1 = 4$, $n_2 = 21$ (舍去).

$\therefore$ 当 $n=4$ 时, $S_1 = S_2$, $\therefore$ 这样的 n 值是存在的.

二、考题精选

A 组

1. [06 河北] 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $a + a = a^2$
- B. $a \cdot a^2 = a^2$
- C. $(2a)^2 = 2a^2$
- D. $a + 2a = 3a$

2. [06 北京] 把代数式 $xy^2 - 9x$ 分解因式, 结果正确的是 ()

- A. $x(y^2 - 9)$
- B. $x(y+3)^2$
- C. $x(y+3)(y-3)$
- D. $x(y+9)(y-9)$

3. [05 茂名] 下列各式由左边到右边的变形中, 是分解因式的为 ()

- A. $a(x+y) = ax + ay$
- B. $x^2 - 4x + 4 = x(x-4) + 4$



C. $10x^2 + 5x = 5x(2x + 1)$

D. $x^2 - 16 + 3x = (x + 4)(x - 4) + 3x$

4. [05 广东]两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为5cm、4cm、3cm,把它们叠放在一起组成一个新的长方体,在这些新长方体中,表面积最大是 ()

A. 158cm^2

B. 164cm^2

C. 176cm^2

D. 188cm^2

5. [05 浙江]在日常生活中如取款、上网等都需要密码.有一种用“因式分解”法产生的密码,方便记忆.原理是:如对于多项式 $x^3 - y^3$,因式分解的结果是 $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$.若取 $x = 9, y = 9$ 时,则各个因式的值是: $(x - y) = 0, (x + y) = 18, (x^2 + y^2) = 162$,于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码.对于多项式 $4x^3 - xy^2$,取 $x = 10, y = 10$ 时,用上述方法产生的密码是: (写出一个即可).

6. [05 河南]观察下列单项式: $0, 3x^2, 8x^3, 15x^4, 24x^5, \dots$, 按此规律写出第13个单项式是_____.

7. [06 江西]计算: $(x - y)^2 - (x + y)(x - y)$.

8. [05 绍兴]在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图1),把余下的部分拼成一个矩形 (如图2),根据两个图形中阴影部分的面积相等,可以验证 ()

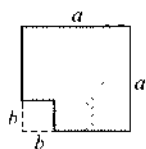


图1

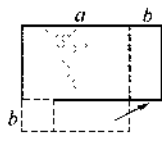


图2

A. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

D. $(a + 2b)(a - b) = a^2 + ab - 2b^2$

9. 请写出 $-2ab^3c^2$ 的两个同类项_____. 你还能写多少个?_____. 它本身是自己的同类项吗?_____. 当 $m =$ _____. 单项式 $3.8a^{m+1}b^2c^2$ 是它的同类项.

10. 如果关于字母 x 的二次多项式 $-3x^2 + mx + nx^2 - x + 3$ 的值与 x 无关,求 m, n 的值.

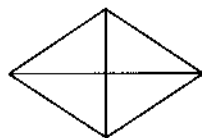
11. 已知 $a = 3 - 2\sqrt{2}, b = (\sqrt{2} + 1)^2$, 求 $a' - b^2$ 的值.

12. [05 丰台]分解因式: $a^2 - b^2 - 2a + 1$.

13. [05 北京]分解因式: $m^2 - n^2 + 2m - 2n$.

14. [06 成都]先化简,再求值: $(3x + 2)(3x - 2) - 5x(x - 1) - (2x - 1)^2$, 其中 $x = -\frac{1}{3}$.

15. [06 新疆]如图,已知菱形的两条对角线长为 a, b ,你能将菱形沿对角线分割后拼接成矩形吗?画图说明(拼出一种图形即可);在此过程中,你能发现菱形的面积与 a, b 的关系吗?



16. [06 济南]请你从下列各式中,任选两式作差,并将得到的式子进行因式分解: $4a^2, (x + y)^2, 1, 9b^2$.

B组

1. [06 安徽]计算 $(-\frac{1}{2}a^2b)^3$ 的结果正确的是 ()

A. $\frac{1}{4}a^3b^2$

B. $\frac{1}{8}a^6b^3$

C. $\frac{1}{8}a^6b^3$

D. $-\frac{1}{8}a^3b^3$

2. [06 黄冈]下列运算正确的是 ()

A. $2x^3 - 3x^3 = -x^3$

B. $2\sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{5}$

C. $(-x)^3 \cdot (-x^2) = -x^5$

D. $(3a^6x^5 - 9ax^5) \div (-3ax^4) = 3x^2 - a^5$

3. [06 沈阳]下列计算中,正确的是 ()

A. $(a^3)^4 = a^7$

B. $a^4 + a^5 = a^9$

C. $(-a)^2 \cdot (-a)^3 = a^5$

D. $a^4 \div a^4 = a^2$

4. [06 重庆]计算 $2x^2 \cdot (-3x^3)$ 的结果是 ()

- A. $6x$ B. $6x^3$
C. $2x^3$ D. $2x^6$

5. [05 杭州]“ x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的和”用代数式可以表示为 ()

- A. $\frac{1}{2}(x+y)$ B. $x + \frac{1}{2} + y$
C. $x + \frac{1}{2}y$ D. $\frac{1}{2}x + y$

6. [05 福州]小马虎在下面的计算中只做对了一道题,他做对的题目是 ()

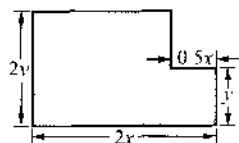
- A. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
B. $(-2a)^3 = -4a^3$
C. $a^3 + a^2 = 2a^5$
D. $-(a-1) = -a-1$

7. [06 四川]把 $a^2 + ab^2 - 2a^2b$ 分解因式的结果是_____.

8. [05 福州]如果 $x^2 + x - 1 = 0$,那么代数式 $x^3 + 2x^2 - 7$ 的值为 ()

- A. 6 B. 8 C. -6 D. -8

9. [06 长春]如图,阴影部分的面积是 ()



- A. $\frac{7}{2}xy$ B. $\frac{9}{2}xy$
C. $4xy$ D. $2xy$

10. [05 盐城]现规定一种新的运算“ $*$ ”:
 $a * b = a^b$.如 $3 * 2 = 3^2 = 9$ 则 $\frac{1}{2} * 3 =$ ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. 8 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{2}$

11. [06 嘉兴]一次课堂练习,小敏同学做了如下4道因式分解题,你认为小敏做得不够完整的一题是 ()

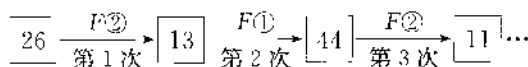
- A. $x^2 - x = x(x^2 - 1)$
B. $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$
C. $x^2y - xy^2 = xy(x-y)$
D. $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

12. [05 锦州]如图,边长为 a, b 的矩形,它的周长为14,面积为10,则 $a^2b + ab^2$ 的值为_____.



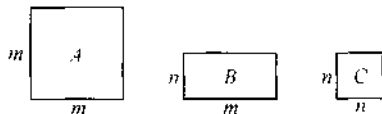
13. [06 荆门]多项式 $x^2 + px + 12$ 可分解为两个一次因式的积,整数 p 的值是_____ (写出一个即可)

14. [06 嘉兴]定义一种对正整数 n 的“ F 运算”: ①当 n 为奇数时,结果为 $3n+5$; ②当 n 为偶数时,结果为 $\frac{n}{2^k}$ (其中 k 是使 $\frac{n}{2^k}$ 为奇数的正整数),并且运算重复进行.例如,取 $n=26$,则:

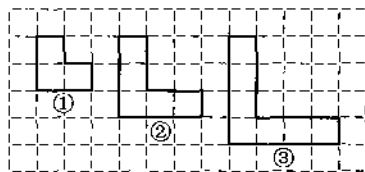


若 $n=449$,则第449次“ F 运算”的结果是_____.

15. [06 杭州]三种不同类型的矩形地砖长宽如图所示,若现有A类4块,B类4块,C类2块,要拼成一个正方形,则应多出1块_____型地砖;这样的地砖拼法表示了一个两数和的平方的几何意义,这个两数和的平方是_____.

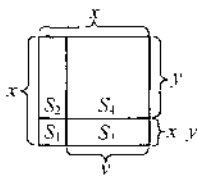


16. [06 温州]在边长为1的正方形网格中,按下列方式得到“L”形图形,第1个“L”形图形的周长是8,第2个“L”形图形的周长是12,则第 n 个“L”形图形的周长是_____.





17. 请你观察图形的面积关系,不需要添加辅助线,便可得到一个你非常熟悉的公式,这个公式是什么?



18. 先化简,再求值:

$$-(a^2 - 6ab - 9) + 2(a^2 - 1ab + 4.5), \text{ 其中}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = 6.$$

19. [06 茂名] 已知 $A = (a+2)(a-2)$,

$$B = 2(6 - \frac{1}{2}a^2), \text{ 求 } A - B.$$

(四) 分 式

一、考题例析

例1 填空(1) 当 x _____ 时,分式 $\frac{2x+3}{3x+5}$ 有意义,当 x _____ 时,分式 $\frac{2x+3}{3x+5}$ 无意义.

(2) 当 x _____ 时,分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零.

(3) 当 x _____ 时,分式 $\frac{1}{2-x}$ 的值为正.

(4) 分式 $\frac{a-2}{a+b+3}$ 的值为零,则 $a =$ _____, $b \neq$ _____.

解析 分式 $\frac{A}{B}$ 有意义的条件: $B \neq 0$; 分式 $\frac{A}{B}$ 无意义的条件: $B = 0$; 分式 $\frac{A}{B}$ 值为零的条件: $A = 0$ 且 $B \neq 0$; 分式 $\frac{A}{B}$ 值为正的条件: A 、 B 同号; 分式 $\frac{A}{B}$ 值为负的条件: A 、 B 异号.

(1) 由 $3x+5 \neq 0$ 得 $x \neq -\frac{5}{3}$, $\therefore$ 当 $x \neq$

$-\frac{5}{3}$ 时,分式 $\frac{2x+3}{3x+5}$ 有意义.

由 $3x+5=0$ 得 $x = -\frac{5}{3}$, $\therefore$ 当 $x = -\frac{5}{3}$

时,分式 $\frac{2x+3}{3x+5}$ 无意义.

(2) 由 $|x|-1=0$ 得 $x = \pm 1$,

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时,分母 $x+1=0$.

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时,分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零.

(3) $\because 1 > 0$, 要求 $2-x > 0$, $\therefore$ 当 $x < 2$ 时,分式 $\frac{1}{2-x}$ 的值为正.

(4) 由 $a+2=0$ 和 $a+b+3 \neq 0$ 得, $a = -2$, $b \neq -1$.

例2 指出下列有理式哪些是整式,哪些是分式?

$$-2x, \frac{2}{x}, \frac{x+y}{4}, 0.5xy, \frac{x^2-1}{x+1}, \frac{1}{3\pi}, \frac{2}{a+3}, \frac{m}{3-\pi}, \frac{2p+q}{7}$$

解析 区别整式与分式,关键是看它们的分母是否含有字母.

$-2x, \frac{x+y}{4}, 0.5xy, \frac{1}{3\pi}, \frac{m}{3-\pi}, \frac{2p+q}{7}$ 是整式.

$\frac{2}{x}, \frac{x^2-1}{x+1}, \frac{2}{a+3}$ 是分式.

说明 判断一个代数式是分式还是整式,不能看化简后的结果.如 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 化简为 $x-1$ 的结果是整式,但原式是分式; π 是常数,不是字母.

例3 [06 常德] 先化简代数式: $(\frac{x-1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1}) \div \frac{1}{x^2-1}$, 然后选取一个使原式有意义的 x 的值代入求值.

$$\begin{aligned} \text{解析 } & \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} \right) \div \frac{1}{x^2-1} \\ &= \left(\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{x^2-1} \right) \div \frac{1}{x^2-1} \\ &= \frac{x^2-1}{x^2-1} \times (x^2-1) \end{aligned}$$

$=x^2+1$, 当 $x=0$ 时, 原式的值为 1.

说明 注意代入的数值不能使原分式分母为零, 否则无意义.

要求 $x \neq \pm 1$, 且代入求值正确.

二、考题精选

A 组

1. [06 天津] 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$, 则 $\frac{a+2ab-b}{2a-2b+7ab}$ 的值等于 ()

A. 6 B. -6

C. $\frac{2}{15}$ D. $-\frac{2}{7}$

2. [05 大连] 若分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 中的 x 、 y 的值都变为原来的 3 倍, 则此分式的值 ()

A. 不变
B. 是原来的 3 倍

C. 是原来的 $\frac{1}{3}$

D. 是原来的 $\frac{1}{6}$

3. [06 宁波] 实数 a , b 满足 $ab=1$, 记 $M = \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b}$, $N = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}$, 则 M , N 的大小关系是 ()

A. $M > N$ B. $M = N$

C. $M < N$ D. $M = 2N$

4. 已知 x , y , z 满足 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = \frac{5}{x+y+z}$, 则 $\frac{5x+y}{y+2z}$ 的值为 ()

A. 1 B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 若 $|a-\sqrt{2}| + \sqrt{b+1} = 0$, 求 $(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a}) \div \frac{a+b}{ab}$ 的值.

6. [06 南山] 有这样的一道题: “计算: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x$ 的值, 其中 $x =$

2006.”甲同学把“ $x=2006$ ”错抄成“ $x=2060$ ”, 但他的计算结果也是正确的. 你说这是怎么回事?

7. [05 枣庄] 已知 $x = \sqrt{2} - 1$, 求 $(\frac{x+1}{x^2} - \frac{x}{x^2-2x+1}) \div \frac{1}{x}$ 的值.

8. [05 海淀] 先化简, 再求值: $\frac{m}{m+3} - \frac{6}{m^2-9} \div \frac{2}{m-3}$, 其中 $m = 2$.

9. [05 扬州] 为进一步落实《中华人民共和国民办教育促进法》, 某市教育局拿出了 b 元资金建立民办教育发展基金会, 其中一部分作为奖金发给了 n 所民办学校. 奖金分配方案如下: 首先将 n 所民办学校按去年完成教育、教学工作业绩 (假设工作业绩均不相同) 从高到低, 由 1 到 n 排序, 第 1 所民办学校得奖金 $\frac{b}{n}$ 元, 然后再将余额除以 n 发给第 2 所民办学校, 按此方法将奖金逐一发给了 n 所民办学校.

(1) 请用 n 、 b 分别表示第 2 所、第 3 所民办学校得到的奖金;

(2) 设第 k 所民办学校所得到的奖金为 a_k 元 ($1 \leq k \leq n$), 试用 k 、 n 和 b 表示 a_k (不必证明);

(3) 比较 a_k 和 a_{k+1} 的大小 ($k=1, 2, \dots, n-1$), 并解释此结果.

10. [06 苏州] 化简: $\left[\frac{(a-1)(a-2)}{a^2-4a+4} - \frac{a}{a^2-2a} \right] \div \frac{a}{a-2}$.

11. [05 绍兴] 已知 $P = \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$, $Q = (x+y)^2 - 2y(x+y)$, 小敏、小聪两人在 $x-2, y=-1$ 的条件下分别计算了 P 和 Q 的值. 小敏说 P 的值比 Q 大, 小聪说 Q 的值比 P 大. 请你判断谁的结论正确, 并说明理由.

12. [06 长沙] 先化简再求值: $\frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-2a-1} \div \frac{1}{a^2-1}$, 其中 a 满足 $a^2+a=0$.