



邓建国 等编著
enti cailiao

粉体材料



电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

粉体材料 / 邓建国等编著. —成都: 电子科技大学出版社,
2007. 8

ISBN 978-7-81114-521-2

I. 粉… II. 邓… III. 粉末技术—材料科学—高等学校—
教材 IV. TB383 TF12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 121578 号

粉体材料

邓建国 等编著

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 曾 艺

责任编辑: 周 岚

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 成都金龙印务有限责任公司

成品尺寸: 185mm×260mm 印张 12.75 字数 317 千字

版 次: 2007 年 8 月第一版

印 次: 2007 年 8 月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-81114-521-2

定 价: 25.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 邮购本书请与本社发行部联系。电话: (028) 83202323, 83256027
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。
- ◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。

前 言

本教材以粉体的性质、制备和处理为主线，系统介绍粉体的几何、填充、流变、力学等基本性质；破碎与粉磨、分级与分离、混合、输送与计量等粉体制备和处理中各种单元操作的基本理论。同时介绍相关机械设备的构造、工作原理等。对粉体材料领域中最新理论成果及发展动态也作了研究和探索。

基于上述内容本教材主要从以下几个方面进行编写：

1. 根据科学技术发展的最新动态和我国高等学校学科归并的现实需求，坚持了加强基础、拓宽专业面、更新教材内容的基本原则。

2. 反映当代粉体科学技术的新概念、新知识、新理论、新技术、新工艺，突出反映教材内容的现代化。

3. 坚持体现教材内容的深广度适中，够用为原则，增强实用性。

全书共分十二章，其中第一章颗粒几何形态学、第二章填充层的结构与粉体静力学、第三章粉体动力学、第四章粉体流体系统及第九章粉体颗粒的分散和第十章粉体表面改性由邓建国老师编写，第七章均化、第十一章纳米粉体和第十二章粉尘爆炸由刘东亮老师编写，第五章粉碎和第八章分级与分离由何成老师编写，第六章粒化由李春林老师编写。

全书由邓建国老师统稿，陈建教授主审，李新跃老师对粉体颗粒的分散和粉体的表面改性两章进行了审定。

由于编著者水平有限，书中不足之处，敬请读者批评指正。

编者

2007年4月

目 录

绪论.....	1
第一章 颗粒几何形态学.....	4
1.1 粒径与粒度.....	4
1.1.1 单个颗粒的单一粒径.....	4
1.1.2 颗粒群体的平均粒径.....	7
1.2 粉体粒度分布.....	8
1.2.1 正态分布.....	9
1.2.2 对数正态分布.....	10
1.2.3 罗辛-拉姆勒(Rosin-Rammler)分布.....	12
1.3 颗粒形状.....	13
1.3.1 形状指数.....	13
1.3.2 形状系数.....	15
1.3.3 颗粒的粗糙度系数.....	16
1.4 颗粒粒度和形状的测定.....	17
1.4.1 试样的采集与缩分.....	17
1.4.2 粒度测定方法.....	20
1.4.3 颗粒形状的测定.....	23
1.4.4 测定方法的选择.....	24
第二章 填充层的结构与粉体静力学.....	25
2.1 颗粒层填充结构.....	25
2.1.1 均一球形颗粒群的规则填充.....	26
2.1.2 均一球形颗粒群的实际填充结构.....	28
2.1.3 异径球形颗粒的规则填充——最密填充理论.....	29
2.1.4 影响颗粒填充的因素.....	32
2.1.5 填充理论的应用举例.....	35
2.2 粉体层静力学.....	36
2.2.1 内摩擦角.....	36
2.2.2 安息角.....	42
2.2.3 壁摩擦角和滑动摩擦角.....	42
2.2.4 运动摩擦角.....	42
2.2.5 空隙率对粉体摩擦特性的影响.....	43
2.2.6 粉体的被动和主动侧压力系数.....	44
2.3 粉体压力计算.....	45
2.3.1 詹森公式.....	45
2.3.2 料斗的压力分布.....	47
2.4 粉体贮仓的容量计算.....	48

第三章 粉体动力学	50
3.1 重力流动	50
3.1.1 流动型式	50
3.1.2 动态压力	51
3.1.3 孔口流出	52
3.1.4 偏析现象	54
3.2 质量流料仓设计原理	56
3.2.1 开放屈服强度和粉体的流动函数	56
3.2.2 有效屈服轨迹和有效内摩擦角	58
3.2.3 料斗流动因数	58
3.2.4 料仓卸料口径的确定	59
3.2.5 粉体拱的类型及防拱措施	60
3.3 压缩流动	61
3.3.1 压力分布	61
3.3.2 压缩率	62
第四章 粉体流体系统	64
4.1 湿颗粒群特性	64
4.1.1 填充层内的静态液相	64
4.1.2 液桥	64
4.1.3 颗粒间持液量	66
4.1.4 抽吸势	68
4.1.5 液体在粉体层毛细管中的上升高度	70
4.2 透过流动现象	73
4.2.1 层流状态	73
4.2.2 湍流状态	77
4.3 颗粒悬浮	80
4.3.1 流化床	80
4.3.2 气力输送	83
第五章 粉碎	86
5.1 粉碎概述	86
5.1.1 定义与意义	86
5.1.2 方法与分类	86
5.1.3 粉碎比	87
5.1.4 粉碎系统	88
5.1.5 物料的易碎性	89
5.2 粉碎理论	89
第六章 粒化	93
6.1 粒化目的	93
6.2 颗粒群的凝聚	94

6.2.1	由于物质本身的架桥	94
6.2.2	液体架桥和毛细管吸引压力	94
6.2.3	黏结剂的附着力	94
6.2.4	范德华力和静电吸引力	94
6.2.5	颗粒表面不平滑引起的机械咬合力	95
6.3	造粒方法	95
6.3.1	压缩造粒	95
6.3.2	挤出造粒	96
6.3.3	滚动造粒	97
6.3.4	喷浆造粒	98
6.3.5	流化造粒	100
6.3.6	造粒方法的选择	102
第七章	均化	104
7.1	概述	104
7.2	均化原理	104
7.2.1	均化过程机理	104
7.2.2	均化过程	105
7.2.3	影响均化的因素	106
7.3	评价均化效果的理论	107
7.3.1	样品的合格率	107
7.3.2	标准偏差的含义及应用	107
7.3.3	均化程度	108
7.4	均化设备	109
7.4.1	原料预均化设备	109
7.4.2	生料均化设备	112
第八章	分离与分级	116
8.1	分离概述	116
8.1.1	分离意义	116
8.1.2	分离定义	116
8.1.3	分离效率	116
8.1.4	分离类型	117
8.2	重力分离	118
8.2.1	沉降原理与沉降速度	118
8.2.2	阻力系数	120
8.2.3	沉降速度的计算	121
8.3	离心分离	122
8.3.1	惯性离心作用下的沉降速度	122
8.3.2	离心分离器的特点及类型	123
8.3.3	旋风分离器	124

8.4 过滤分离.....	127
8.4.1 过滤原理.....	127
8.4.2 过滤收尘器.....	127
8.4.3 过滤式脱水设备.....	129
8.5 电磁分离.....	130
8.5.1 电场分离.....	130
8.5.2 磁性分离.....	131
8.6 分级概述.....	132
8.6.1 定义与意义.....	132
8.6.2 分级效率.....	132
8.7 机械分级.....	133
8.7.1 概述.....	133
8.7.2 筛面与筛制.....	134
8.7.3 筛分过程及效率.....	135
第九章 粉体的分散.....	138
9.1 工业生产中的粉体分散.....	138
9.1.1 颗粒悬浮体分散的重要性.....	138
9.1.2 颗粒悬浮体的极限悬浮粒度.....	138
9.1.3 颗粒的流体动力学悬浮.....	139
9.2 固体颗粒在空气中的分散.....	140
9.2.1 分子作用力是颗粒黏结的根本原因.....	140
9.2.2 空气中颗粒黏结的其他原因.....	140
9.2.3 颗粒在空气中的分散途径.....	142
9.3 固体颗粒在液体中的分散.....	144
9.3.1 固体颗粒的浸湿.....	144
9.3.2 固体颗粒在液体中的聚集状态.....	146
9.3.3 颗粒在液体中的分散调控.....	149
9.3.4 颗粒的聚集状态与颗粒粒度的关系.....	154
第十章 矿物粉体表面改性.....	156
10.1 矿物粉体表面改性的作用.....	156
10.2 改性方法.....	156
10.2.1 包覆处理改性.....	157
10.2.2 沉淀反应改性.....	157
10.2.3 表面化学改性.....	157
10.2.4 机械力化学改性.....	157
10.2.5 高能处理改性.....	158
10.2.6 胶囊化改性.....	158
10.2.7 改性装置与设备.....	158
10.3 表面改性剂.....	160

10.3.1	偶联剂	160
10.3.2	高级脂肪酸及其盐	163
10.3.3	不饱和有机酸	163
10.3.4	有机硅	163
10.3.5	聚烯烃低聚合物	163
10.4	改性机理	164
10.4.1	改性剂与矿物表面的相互作用	164
10.4.2	改性填料与有机基体之间的相互作用	165
10.5	改性效果的预先评价	167
10.5.1	药剂吸附量评价法	167
10.5.2	表面自由能评价法	167
10.5.3	表面润湿性评价法	167
10.6	实践与应用举例	170
10.6.1	高岭土	170
10.6.2	碳酸钙	170
10.6.3	云母	171
10.6.4	硅灰石	172
10.6.5	其他	172
第十一章 纳米粉末		174
11.1	纳米微粒的特性	175
11.1.1	量子尺寸效应	175
11.1.2	宏观量子隧道效应	175
11.1.3	表面效应	175
11.1.4	小尺寸效应	176
11.2	纳米粉体的制备	176
11.2.1	气相法制备纳米颗粒	177
11.2.2	液相法制备纳米颗粒	178
11.2.3	固相法制备纳米颗粒	179
11.3	纳米粉末的应用	181
11.3.1	润滑油添加剂	181
11.3.2	陶瓷材料中的应用	181
11.3.3	催化剂材料中的应用	181
11.3.4	磁性材料中的应用	181
11.3.5	在医学及生物工程上的应用	181
第十二章 粉尘爆炸		183
12.1	粉尘爆炸的基本概念	183
12.1.1	燃烧及其条件	183
12.1.2	粉尘爆炸条件	183
12.1.3	一次爆炸和二次爆炸	184

12.1.4 粉尘爆炸特点	184
12.1.5 可燃粉尘的分类	185
12.2 粉尘爆炸机理	185
12.2.1 爆炸性混合物的爆炸机理	186
12.2.2 热爆炸理论	186
12.3 粉尘爆炸特性	187
12.3.1 爆炸界限	187
12.3.2 相对可燃性	188
12.3.3 爆炸的压力和粉体粒度	188
12.3.4 粉尘的爆炸和添加物	189
12.3.5 氧气量的影响	189
12.3.6 爆炸特性的表征	190
12.4 粉尘爆炸的预防和防护	190
12.4.1 粉尘爆炸的预防	190
12.4.2 粉尘爆炸的防护	191
参考文献	193

绪 论

一、粉体工程学的历史与展望

粉体工程学亦称颗粒学，是一门新兴的综合性技术科学。由于其跨学科、跨技术的交叉性和基础理论的概括性，因此，它既与若干基础科学相毗邻，又与工程应用广泛相联系。粉体作业有着数千年的历史，如粉碎和混合等。但是作为专门的科学体系还只有短短的近 50 年。最早可追溯到 1948 年美国 J. M. DALLAVALLE 所著的《尘粒学》一书，其中包括有细颗粒技术方面的内容。1956 年日本成立了粉体工程学研究会，其会志创刊于 1964 年。1960 年英国 H. E. ROSE 开设了粉体技术的大学课程。我国也于 1988 年成立了粉体工程学会，这表明我国对粉体研究的重视。同时各大学的化工、无机材料工程与机械等专业中也相继开设了有关粉体工程的课程和实验。至今粉体工程已成为一门重要的工程基础学科。

目前，粉体工程各方面的研究正在深入进行，20 世纪 80 年代以来，随着世界范围内新技术、高技术的突飞猛进，新材料层出不穷。例如，现在人们创造的超硬、超强、超导、超纯、超塑等材料，使科学发展到了利用极端参数的阶段。要使材料达到极端状态，则往往要改变材料原有属性，而改变属性的方法之一就是使材料粒度细化至微细或超微细状态后再行组合。因此，近年来，在颗粒学中超细颗粒成为最引人入胜的研究课题。显然，材料科学与工程领域高新技术的开发大大推动了颗粒学的发展，丰富了颗粒学的内容。有关颗粒学中许多课题的研究日益表明，它已成为新兴产业和高新技术发展的关键。随着现代化科学技术的发展，粉体工程——这门新兴的学科也必将得到迅速的发展。

二、粉体的定义与粉体工程的内容

一般说来，粉体或粉粒体是同种或多种物质颗粒的聚集体或堆积体，它属于颗粒学的范畴。但通常是指固体的颗粒。从颗粒学角度看，广义的颗粒还包括其他颗粒，如气体中的液体，固体中的气泡即所谓的气体颗粒等。

粉体颗粒的定义还不很统一，有的认为是指直径为 $100\mu\text{m}$ 以下的为粉体；也有的认为是直径小于 $1000\mu\text{m}$ 的粉体。多数学者认为粉体是一类离散物体的集合，每个颗粒是大量分子的聚集体，并没有明确的上限尺寸；但与其所参考的周围空间来说必须是足够小的。由此可见，地球、太阳相对于宇宙来说也是粉体。

由上述粉体的定义，我们可以知道粉体工程所研究的内容极为广泛。对一般工程而言，从粉体的生成到粉体的操作和实际应用主要包括以下内容：

1. 颗粒的形成及物化过程，如粉碎、沉淀、磨损等。
2. 颗粒之间以及颗粒与其他物质间的相互作用的基本理论，它包括粉体力学、粉体化学等，这些性质表现在各种过程中，如内摩擦、流动性、分散、悬浮等。
3. 颗粒形态及亚微观特性，如粒度分布、形状、比表面积、孔结构以及颗粒群的填充性等。

4. 实际单元操作特性, 如储存、输送、混合、干燥、流态化、分级、均化以及过程控制等。

粉体工程理论及技术涉及的领域非常广泛, 在化工、冶金、机械、电子、食品等工业以及能源、交通、建筑、医药、环境保护、原子能、宇宙开发等行业都占有十分重要的地位。表 0-1 是几种自然界和工业粉体一览表。

表 0-1 几种自然界和工业粉体一览表

颗粒直径[μm]										
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
顾过性病毒			细 菌		毛 发		种 子			
烟			尘							
粘土,			微砂, 细砂,		粗砂,		碎石, 团矿			
碳			黑		水泥		焦炉煤		一次破碎料	
			杀虫剂		氧化铝		铸造砂			
			油漆涂料				海 滨 砂			
			消 石 灰				二次粉碎物			
			重质碳酸钙							

三、粉体的特性及物性参数

粉体作为许多领域研究的基本对象, 具有许多共同的特性, 综合起来有几个方面:

1. 具有大量的不连续断面。由于连续断面被切断而产生新的界面, 因而性质也发生变化, 不连续面越多, 表面现象对它的影响也越显著, 颗粒的内部性质在某些方面被掩盖或改变了。这使得不同物质形成的粉体具有一定的通性。不连续界面的增加包含有两个方面的内容: 一是它的不连续性, 这使得构成粉体的颗粒性质呈现出一定的周期性; 另一方面, 界面的增加, 使表面能大量地增加, 表现出吸附、吸湿、光散射等性质, 具有特殊的凝聚、流变、爆炸等现象。

2. 形成独特的集合态。粒子的大小、表面形态、颗粒分布及填充状态对物性有很微妙的影响, 其电、热、光、声等物理性质均有较大的变化。

3. 颗粒内部结晶构造缺陷多, 由此使其化学性质发生变化, 反应活性增加。如对粉体中的固相反应这种物理活化是重要的影响因素。

4. 各种现象表现出一定的统计特性。

5. 测定困难。粉体的性质及性能影响因素非常多, 不但表现在当时的测定条件本身, 还要考虑粉体形成的历史。因此实测的数据变化很大, 有时甚至表现为完全相反的另一性能。粉体的这些特性与气液固三态都不同, 因此有人把粉体称为“第四物态”。

粉体的基本物性参数主要有: 密度、粒径、形状、颗粒分布、堆积构造、表面状态等。在实际粉体工程中产生的一些现象都是这些物性参数的复杂组合。因此, 在很多情况下不能用单一粒子的特性及理想模型来说明; 也就是说, 颗粒群的性质并不是每个粒子性质的简单组合。有时颗粒群的性质与单一粒子的性质有本质的差别。

目前，大部分粉体的性质是从粒子的粒径、形状、分布、密度等来推测的，和实际情况有较大的差别。为此，将粉体物性分成几类，使粉体物性的测量系统化是非常重要的，实际上，许多研究者已经进行了这种尝试。图 0-1 即是一种较好的分类方法，它将粉体的物性分为三类，粉体的基本物性作为一次物性，在操作过程中的物性作为三次物性，处于两者之间的为二次物性。

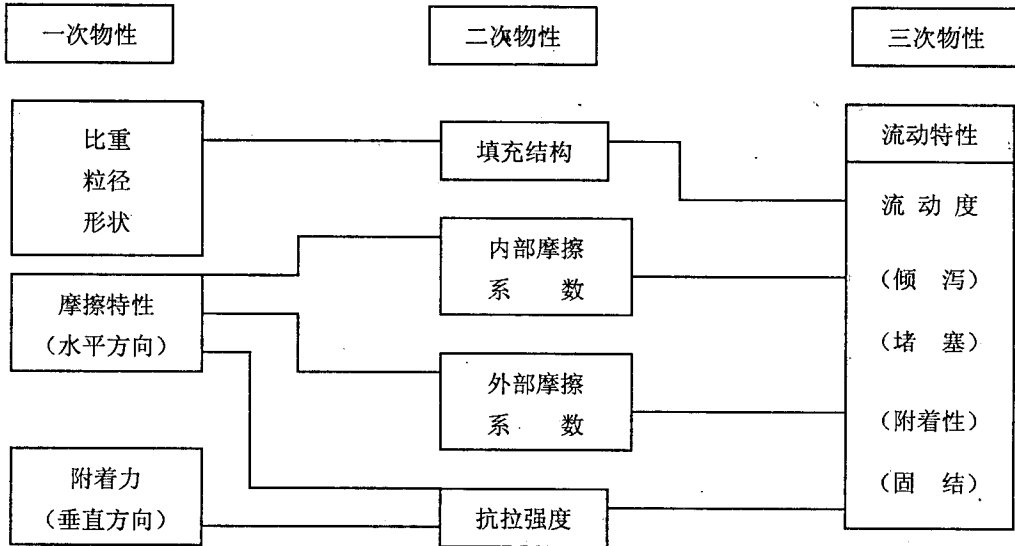


图 0-1 粉体物性分类方法

粉体工程学就是研究粉体物性及它们的联系，这对实际的工程设计和操作是十分重要的；现代工业技术的发展也促进了粉体工程的发展。

第一章 颗粒几何形态学

1.1 粒径与粒度

粒径一般是指单个颗粒的尺寸大小，它是粉体诸性质中最重要和最基本的物性参数。多颗粒系统是由大量的单颗粒所组成，其中包括粉体、雾滴和气泡群。在多颗粒系统中，一般将颗粒的平均大小称为粒度。习惯上可将粒径和粒度二词通用。

粒径的定义和表示方法由于颗粒的形状、大小和组成的不同而不同，同时，又与颗粒的形成过程、测试方法和工业用途有密切联系。通常将粒径分为单个颗粒的单一粒径和颗粒群体的平均粒径。

1.1.1 单个颗粒的单一粒径

对于单一的球形颗粒，其直径即为粒径。但对于大多数情况中的非球形单颗粒，可由该颗粒不同方向上的不同尺寸按照一定的计算方法加以平均，得到单颗粒的平均直径，或是在同一物理现象中与之有相同效果的球形颗粒直径来表示，即等当量径。有些规定的粒度并不是相当球或圆的直径，也可统称为颗粒的粒径。

设一个颗粒以最大稳定度（重心最低）置于一个水平面上，此时颗粒的水平投影像如图 1-1 (b) 所示。在显微镜载物片上的颗粒往往是这种情况。如另一水平面与此水平面恰好夹住此颗粒，则定义这两水平面之间的距离为颗粒的厚度 h ，如图 1-1 (a) 所示。

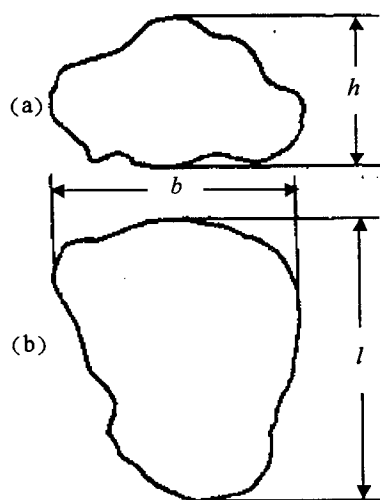
按 Heywood 规定，颗粒的宽度 b 定义为夹住颗粒投影像的相距最近两平行线间的距离。与宽度垂直、能夹住此投影像的两平行线间的距离定义为颗粒长度 l 。颗粒投影像的周长和面积分别用 L 和 a 表示。颗粒的表面积和体积分别用 S 和 V 表示。可以根据这些几何量 b 、 l 、 h 、 L 、 a 、 S 、 V 来定义颗粒的粒度或相当直径。

1. 三轴径

以颗粒的长度 l 、宽度 b 、高度 h 定义的粒度平均值称为三轴平均径，其计算式及物理意义列于表 1-1。这种取定方法，对于必须强调长形颗粒存在的情况较适用。

2. 球当量径

无论从几何学还是物理学的角度来看，球是最容易处理的。因此，往往以球为基础，把颗粒看做相当的球。与颗粒同体积的球的直径称为等体积球当量径，即：



(a) 垂直平面上的投影像

(b) 水平面上投影像

图 1-1 颗粒投影像

$$d_v = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \quad (1-1)$$

与颗粒等表面积的球的直径称为等表面积球当量径，即：

$$d_s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (1-2)$$

与颗粒具有相同的表面积对体积之比，即具有相同的体积比表面 S_v 的球的直径称为比表面积球当量径，即：

$$d_{sv} = \frac{6V}{S} = \frac{6}{S_v} = \frac{d_v^3}{d_s^2} \quad (1-3)$$

表 1-1 由三轴径计算的各种平均

序号	计算式	名称	物理意义
1	$\frac{l+b}{2}$	二轴平均径	平面图形上的算术平均
2	$\frac{l+b+h}{3}$	三轴平均径	算术平均
3	$\frac{3}{\frac{1}{l} + \frac{1}{b} + \frac{1}{h}}$	三轴调和平均径*	同外接长方体有相同比表面积的球的直径
4	\sqrt{lb}	二轴几何平均径	平面图形上的几何平均
5	$\sqrt[3]{lbh}$	三轴几何平均径	同外接长方体有相同体积的立方体的一条边
6	$\sqrt{\frac{2lb+2bh+2lh}{6}}$	三轴等表面积平均径	同外接长方体有相同表面积的立方体的一条边

*长方体比表面积 $S_w = 2(lb+lh+bh)/(\rho_p lbh) = b/(\rho_p d)$ ，解之可求 d 。

3. 圆当量径

与颗粒投影轮廓性质相同的圆的直径表示粒度。与颗粒投影面积相等的圆的直径称为投影圆当量径（亦称 Heywood 径）。如图 1-2 (d) 所示。

$$d_a = \sqrt{\frac{4a}{\pi}} \quad (1-4)$$

与颗粒投影图形周长相等的圆的直径称为等周长圆当量径，即：

$$d_L = \frac{L}{\pi} \quad (1-5)$$

4. 统计平均径

它是平行于一定方向（用显微镜观察）测得的线度，所以又称为定向径。

(1) 定方向径 (Ferret) d_f 沿一定方向测颗粒投影像的两平行线间的距离。对于一个颗粒，随方向而异，可取其按所有方向的平均值。但对于取向随机的颗粒群，可沿一定方向，如图 1-2 (a) 所示。

(2) 定方向等分径 (Martin 径) d_M 沿一定方向将颗粒投影像面积等分的线段长度。

如图 1-2 (b) 所示。

(3) 定向最大径 沿一定方向测定颗粒投影像，所得最大宽度的线段长度。如图 1-2 (c) 所示。

一般有这样的关系：Feret 径 > 投影圆当量径 > Martin 径，如表 1-2 所示。若长短径比小，用 Martin 径代替投影圆当量径偏差不会太大，但细长颗粒的偏差则较大。

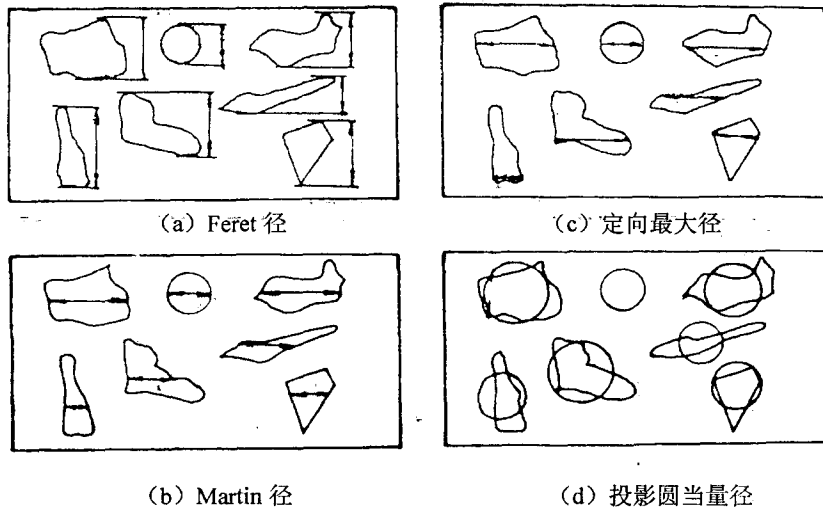


图 1-2 投影粒径的种类

表 1-2 椭圆形颗粒的 Martin 径与 Feret 径的比较(Heywood)

长短径比(l:b)	与投影圆当量径比的偏差%	
	Martin 径	Feret 径
1	0	0
1.5	-1.01	+3.10
2	-2.83	+9.83
3	-7.04	+22.80
4	-10.80	+36.50
10	-25.70	+104.50

上述各种粒度是根据颗粒的几何量而规定的。其中一部分是用显微镜或图像分析仪直接测量的。

5. 其他径

作为粒度的表示，还有除几何量规定以外的几种相当球的直径。阻力直径 d_d ，它是与颗粒在同样介质中以相同速度运动时呈现相同阻力的球的直径；自由沉降直径 d_f 是与颗粒有相同密度且在同样介质中有相同自由沉降速度的球的直径；Stokes 直径 d_{st} 是在层流区的自由沉降直径。可以证明：

$$d_{st}^2 = \frac{d_v^3}{d_a} \quad (\text{当雷诺数 } Re \text{ 很小时, } d_d \approx d_s) \quad (1-6)$$

1.1.2 颗粒群体的平均粒径

颗粒群可以认为是由许多个粒度间隔不大的粒级构成。假设 $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ 个颗粒的平均粒度为 d , 总质量为 W , 用 f_n 表示平均粒度 d 所占总数的个数分数; 用 f_w 表示平均粒度 d 所占总质量的质量分数。就 d 的测量而言, 它可以是 d_F 、 d_M 或 d_a 等。当然, 在按一定方向测量 d_F 或 d_M 时, 测量颗粒的个数必须足够多。

以个数为基准的平均径表达式为:

$$D = \left(\frac{\sum nd^\alpha}{\sum nd^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} = \left(\frac{\sum f_n d^\alpha}{\sum f_n d^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad (1-7)$$

以质量 (体积) 为基准的平均径表达式为:

$$D = \left(\frac{\sum f_w d^{\alpha-3}}{\sum f_w d^{\beta-3}} \right)^{\frac{1}{\alpha-\beta}} \quad (1-8)$$

由个数为基准和质量为基准的平均径计算公式列于表 1-3 中。

表 1-3 颗粒群平均径计算公式

序号	平均径名称	符号	个数基准	质量基准
加权平均径	1 个数长度平均径	D_{nL}	$\frac{\sum(nd)}{\sum n}$	$\frac{\sum(W/d^2)}{\sum(W/d^3)}$
	2 长度表面积平均径	D_{LS}	$\frac{\sum(nd^2)}{\sum(nd)}$	$\frac{\sum(W/d)}{\sum(W/d^2)}$
	3 表面积体积平均径	D_{SV}	$\frac{\sum(nd^3)}{\sum(nd^2)}$	$\frac{\sum(W)}{\sum(W/d)}$
	4 体积四次矩平均径	D_{VM}	$\frac{\sum(nd^4)}{\sum(nd^3)}$	$\frac{\sum(Wd)}{\sum(W)}$
5	个数表面积平均径	D_{ns}	$\sqrt{\frac{\sum(nd^2)}{\sum n}}$	$\sqrt{\frac{\sum(W/d)}{\sum(W/d^3)}}$
6	个数体积平均径	D_{nv}	$\sqrt[3]{\frac{\sum(nd^3)}{\sum n}}$	$\sqrt[3]{\frac{\sum W}{\sum(\sum/d^3)}}$
7	长度体积平均径	D_{LV}	$\sqrt{\frac{\sum(nd^3)}{\sum(nd)}}$	$\sqrt{\frac{\sum W}{\sum(W/d^2)}}$
8		D_w	$\sqrt[4]{\frac{\sum(nd^4)}{\sum n}}$	$\sqrt[4]{\frac{\sum(Wd)}{\sum(W/d^3)}}$
9	调和平均径	D_h	$\frac{\sum n}{\sum(n/d)}$	$\frac{\sum(W/d^2)}{\sum(W/d^4)}$

下面我们通过例题理解何谓平均径？

[例 1.1] 已知直径为 3cm 的球，边长为 2cm 的立方体和 1cm×1cm×4cm 的长方体各一个，试求由这 3 个颗粒组成颗粒群的 6 种个数基准平均径。

解 取颗粒群的 Feret 径计算：

$$D_{nL} = \frac{\sum(nd)}{\sum n} = (1 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 1) / (1 + 1 + 1) = 2.00$$

同理： $D_{LS} = \frac{\sum(nd^2)}{\sum(nd)} = 2.33$ $D_{SV} = \frac{\sum(nd^3)}{\sum(nd^2)} = 2.57$

$$D_{VM} = \frac{\sum(nd^4)}{\sum(nd^3)} = 2.72$$

$$D_{nS} = \sqrt{\frac{\sum(nd^2)}{\sum n}} = 2.16$$

$$D_{nV} = \sqrt[3]{\frac{\sum(nd^3)}{\sum n}} = 2.29$$

另外，安德列耶夫还提出用定义函数来求平均粒径。设有由粒径为 d_1, d_2, d_3, \dots 的颗粒组成的颗粒群，该颗粒群有以粒径函数表示的某物理特性 $f(d)$ ，则粒径函数具有加和性质，即：

$$f(d) = f(d_1) + f(d_2) + f(d_3) + \dots \quad (1-9)$$

$f(d)$ 即称为定义函数。

对于由粒径为 d_1, d_2, d_3, \dots 的颗粒组成的实际颗粒群，若以直径为 D 的等径球形颗粒所组成的假想颗粒群与其相对应，如双方颗粒群的有关物理特性完全相等，则下式成立：

$$f(d) = f(D) \quad (1-10)$$

也就是说，双方颗粒群具有相同的物理性质，这是基本式。如 D 可求解，则它就是求平均粒径的公式。

举实例说明如下：

[例 1.2] 设颗粒群由粒径为 d_1, d_2, \dots, d_n 的颗粒组成，每种颗粒的个数分别为 n_1, n_2, \dots, n_n 。试由颗粒总长这一特性推导其平均粒径。

解 颗粒群的总长可表示成：

$$n_1 d_1 + n_2 d_2 + \dots + n_n d_n = \sum(nd) = f(d)$$

将全部颗粒视为粒径为 D 的均一颗粒，上式中的 d 由 D 代替，则：

$$n_1 D + n_2 D + \dots + n_n D = \sum(nD) = D \sum n = f(D)$$

解得：

$$D = \frac{\sum(nd)}{\sum n}$$

此粒径称为个数平均径。

1.2 粉体粒度分布

对于颗粒群，除了平均粒径指标外，我们通常更关心的是其中大小不同的颗粒所占的分