



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

电磁场与电磁波

焦其祥 主编

顾畹仪 主审

 科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
中国科学院电子信息与通信系列规划教材

电磁场与电磁波

焦其祥 主编

李书芳 李 莉 编
张阳安 高泽华

顾皖仪 主审

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要讲述了电磁场与电磁波的基本理论和计算方法,共分11章。内容丰富,重点突出,在叙述上由浅入深、循序渐进,强调数学与物理概念的结合,思路清晰,适应面广,对一些典型问题和例题采用不同的分析方法,强调分析思路的多样性。书中配有近百道例题,以帮助学生分析问题,引导学生自学。

本书可作为高等院校无线电、电子、通信以及微波专业本科生的教材,也可作为相关教学和工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波/焦其祥主编. —北京:科学出版社,2007
(普通高等教育“十一五”国家级规划教材·中国科学院电子信息与通信系列规划教材)

ISBN 978-7-03-019503-6

I. 电… II. 焦… III. ①电磁场—高等学校—教材②电磁波—高等学校—教材 IV. O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 117324 号

责任编辑:匡 敏 余 江 / 责任校对:包志虹
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007年8月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2007年8月第一次印刷 印张:28 1/4

印数:1—3 000 字数:546 000

定价:32.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(文林))

《中国科学院电子信息与通信系列规划教材》 编委会

顾问：保 铮 中国科学院院士 西安电子科技大学
刘永坦 两院院士 哈尔滨工业大学
陈俊亮 两院院士 北京邮电大学

主任：谈振辉 教授 北京交通大学

副主任：任晓敏 教授 北京邮电大学
梁昌洪 教授 西安电子科技大学
冯正和 教授 清华大学
张文军 教授 上海交通大学
林 鹏 编审 科学出版社

委员：（按姓氏汉语拼音排序）

段哲民 教授 西北工业大学
顾学迈 教授 哈尔滨工业大学
洪 伟 教授 东南大学
焦李成 教授 西安电子科技大学
李少谦 教授 电子科技大学
毛军发 教授 上海交通大学
沈连丰 教授 东南大学
唐朝京 教授 国防科技大学
王成华 教授 南京航空航天大学
王文博 教授 北京邮电大学
徐安士 教授 北京大学
严国萍 教授 华中科技大学
杨建宇 教授 电子科技大学
姚 彦 教授 清华大学
张宏科 教授 北京交通大学
张晓林 教授 北京航空航天大学

秘 书：段博原 编辑 科学出版社

从 书 序

信息技术的高速发展及其广泛应用,使信息技术成为当今国际竞争中最重要
的战略技术。信息技术对经济建设、社会变革乃至国家安全起着关键性的作用,
它是经济发展的“倍增器”和社会进步的“催化剂”,是体现综合国力的重要标
志。在人类历史上,没有一种技术像信息技术这样引起社会如此广泛、深刻的变
革。在 20 世纪末和 21 世纪前半叶,信息技术乃是社会发展最重要的技术驱动
力,可以说,21 世纪人类已经步入了信息时代。信息产业在世界范围内正在由
先导产业逐步变为主导产业。从微观上看,表现为单位产品的价格构成中,能源
和材料的消耗减少而信息技术和信息服务的比重上升;从宏观上看,表现为国民
生产总值(GDP)中信息产业所占的比重增加。一个国家信息产业的发展水平
将是衡量该国社会经济总体发展和现代化程度的重要标志之一。

目前,信息科学已成为世界各国最优先发展的科学之一。党的十六大提出了
“加速发展信息产业,大力推进信息化,以信息化带动工业化”的发展战略,以
及“优先发展信息产业,在经济和社会领域广泛应用信息技术”的基本国策,使
我国信息产业得到了前所未有的重视,信息产业呈现出飞速发展的势头。信息
产业的发展离不开信息化人才,信息化人才建设将是信息产业可持续发展的关键。
然而,有关调查表明,我国国家信息化指数为 38.46,而信息化人才资源指数仅
为 13.43。据权威机构预测,从 2005 年到 2009 年,中国信息行业将以 18.5%
的年复合增长率高速增长,中国信息市场将迎来又一个“黄金年代”。

为了适应新世纪信息学科尤其是电子信息与通信学科的长足发展,在规模
上、素质上更好地满足我国信息产业和信息科学技术的发展需要,更好地实现电
子信息与通信学科专业人才的培养目标,推进国内信息产业的发展,中国科学院
教材建设专家委员会和科学出版社组织电子信息与通信领域的院士、专家、教学
指导委员会成员、国家级教学名师及电子信息与通信学科院校的相关领导等组
成编委会,共同组织编写这套《中国科学院电子信息与通信系列规划教材》。

本套教材主要面向全国范围内综合性院校电子信息工程、通信工程、信息工
程等相关专业的本科生。本套教材的编委会成员具有国内电子信息与通信方面
的较高学术水平,他们负责对本套教材的编写大纲及内容进行审定,可使本套教
材的质量得以保证。

本套教材主要有以下几方面的特点:

1. 适应多层次的需要。依据最新专业规范,系列教材主要根据教育部最新

公布的电子信息与通信学科相关专业的“学科专业规范”和“基础课程教学基本要求”进行教材内容的安排与设置。同时,根据各类型高校学生的实际需要,编写不同层次的教材。

2. 结构体系完备。本套教材覆盖本科、研究生教学层次,各门课程的知识之间相互衔接,以便完整掌握学科基本概念、基本理论,了解学科整体发展趋势。

3. 作者水平较高。我们将邀请设有电子、通信国家重点学科的院校,以及国家级、省级教学名师或国家级、省级精品课程负责人编写教材。

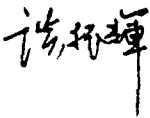
4. 借鉴国外优秀教材。编委会为每门课程推荐一本国外相关的经典原版教材,作为教师编写的参考书。

5. 理论与实际相结合,加强实践教学。教材编写注重案例和实践环节,着力于学生实际动手能力的培养。

6. 教材形式多样。本套教材除主教材外,还配套有辅导书、教师参考书、多媒体课件、习题库及网络课程等。

根据电子信息与通信学科专业发展的战略要求,我们将对本套系列教材不断更新,以保持教材的先进性和适用性。热忱欢迎全国同行以及关注电子信息与通信领域教育及教材建设的广大有识之士对我们的工作提出宝贵意见和建议。

北京交通大学校长



2005年10月

前 言

电磁场与电磁波是一门重要的专业基础学科。它深刻地揭示了电磁现象的基本规律，其理论性强、逻辑严谨、概念抽象。学习这门课程不仅能深化对电磁规律的理解，而且有助于培养正确的思维方式，提高分析问题的能力。

就培养分析问题的能力而论，本书强调了“分析方法的多样性”。科学的分析方法是工科大学教学的重要内容。“分析方法的多样性”是指对一些问题的分析，既有从物理概念入手的“简明扼要”的分析方法，又有“较多借助数学”的更为严谨的分析方法，或者是从不同角度、不同概念形成的分析方法。这样做可以为学生提供进一步探索的空间，而对于不同专业、不同学时的授课而言，在分析方法和内容上也为教师提供了较多的选择余地。

就知识结构而论，电磁场理论应该是电子、通信、信息类专业的大学生所必备的、不可或缺的部分。科学技术的不断发展，将会进一步显示它的重要性。

电磁场与电磁波是微波技术、天线、电波传播、光纤传输等专门学科的基本理论，这是大家所熟知的。实际上电磁场的应用已远远超出了这个范围。

接触过高频电路的人都知道，所用电阻、电感、电容的引线越短越好。因为这些引线会引入分布电感、电容、电阻，从而改变元件参量，损害电路指标。这种“分布参量”的问题，要用电磁场理论去分析、处理。

在集成电路中，尤其在高速集成电路中更是充满了电磁场问题。诸如电路之间的耦合、与地之间的耦合，材料的损耗和色散，以及插接件、连接线、转弯、过孔等不连续问题所引起的反射，都将改变电路参量，损害信号完整性，分析处理这些问题，电磁场理论是必不可少的。

电磁场与电磁波作为学科交叉点，衍生出众多的学科门类，诸如电子类、通信类、生物医学等学科。通信类学科又有移动通信、卫星通信、光纤通信等。除通信之外还有雷达、无线广播、电视等学科，它们都是以电磁波携带信息的方式来实现的。

就培养创新能力而论，作为一名合格的电子、通信、信息工程类专业的大学生，应该学好电磁场理论，以处理本专业中出现的最基本的电磁场问题。又因为这门课处于学科交叉点，学习它有助于提高学生对交叉边缘学科的介入和开创

能力。

本书的内容是参照国家教育部电磁场理论指导组制定的教学大纲，参考国内外的优秀教材，以及作者多年的教学经验而确定的。书中配有不少例题，以期帮助读者提高分析问题的能力。

全书共分 11 章。第 1、9、10、11 章依次由高泽华、张阳安、李书芳、李莉编写，习题和答案由王亚峰、张欣编写，以上六位都是具有博士学位的中青年教授、副教授；第 2~8 章由焦其祥编写。全书由焦其祥主编和统稿。全书承博士生导师顾毓仪教授审阅，在此表示衷心的感谢；感谢王华芝、章茂林教授对本书架构和内容所提出的宝贵意见；感谢在读博士、硕士和本科的同学在书稿整理、绘图等工作中所给予的大力支持；感谢北京邮电大学电信工程学院的领导、无线通信中心、光通信中心的领导和同行们所给予的帮助和支持。

感谢科学出版社匡敏、余江编辑为保证本书质量所付出的辛勤劳动。

与本书配套的《电磁场与电磁波习题精解》一书已由科学出版社同期出版。本书电子课件的制作已经完成，使用本教材的教师可直接向科学出版社免费索取。与本书相关的网上资源地址为：www.freshsky.net/micro/。读者对本书内容有何意见，也可直接与作者联系（wangyf@bupt.edu.cn，lili@bupt.edu.cn，zhang@bupt.edu.cn）。

作 者

主要符号、常用参量及梯度、散度、旋度表示式

主要符号

符号	名称	单位
E	电场强度	V/m (伏特/米)
H	磁场强度	A/m (安培/米)
D	电位移 (电通量密度)	C/m ² (库仑/米 ²)
B	磁感应强度 (磁通量密度)	T (特斯拉)
φ	电位	V (伏特)
Ψ_e	电通量	C (库仑)
Φ	磁通量	Wb (韦伯)
A	矢量磁位	Wb/m (韦伯/米)
ρ_l	线电荷密度	C/m (库仑/米)
ρ_s	面电荷密度	C/m ² (库仑/米 ²)
ρ	体电荷密度	C/m ³ (库仑/米 ³)
n	折射率	
R	反射系数	
T	传输系数、折射系数	
C_0	单位长度电容	F/m (法拉/米)
L_0	单位长度电感	H/m (亨利/米)
F	力	N (牛顿)
T	力矩	N·m (牛顿·米)
w_e	电场能量密度	J/m ³ (焦耳/米 ³)
w_m	磁场能量密度	J/m ³ (焦耳/米 ³)
S	功率密度 (坡印廷矢量)	W/m ² (瓦特/米 ²)
J_s	面电流密度	A/m (安培/米)
J	电流密度	A/m ² (安培/米 ²)
γ	传播常数	1/m (1/米)
α	衰减常数	Np/m, dB/m (奈培/米, 分贝/米)
β	相移常数	rad/m (弧度/米)
k	波数, TEM 相移常数	rad/m (弧度/米)
η	TEM 波波阻抗	Ω (欧姆)
η_0	真空中 TEM 波波阻抗	Ω (欧姆)
$Z_{W(TE)}$	TE 波波阻抗	Ω (欧姆)

续表

符 号	名 称	单 位
$Z_{W(TM)}$	TM 波波阻抗	Ω (欧姆)
Z_C	特性阻抗	Ω (欧姆)
Z_S	表面阻抗	Ω (欧姆)
R_S	表面电阻	Ω (欧姆)
X_S	表面电抗	Ω (欧姆)
R_r	辐射电阻	Ω (欧姆)
λ	波长	m (米)
λ_0	真空中波长	m (米)
λ_g	波导波长	m (米)
λ_c	截止波长	m (米)
ϵ^f	复数介电常数	
p	电偶极矩	C·m (库伦·米)
m	磁偶极矩	A·m ² (安培·米 ²)

常用参量

$c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$	光速 (真空)
$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F/m}$	介电常量 (真空)
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$	磁导率 (真空)
$\sigma_{\text{银}} = 6.17 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (银)
$\sigma_{\text{铜}} = 5.80 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (铜)
$\sigma_{\text{金}} = 4.10 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (金)
$\sigma_{\text{铝}} = 3.54 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (铝)
$\sigma_{\text{黄铜}} = 1.57 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (黄铜)
$\sigma_{\text{铁}} = 1.00 \times 10^7 \text{ S/m}$	电导率 (铁)
$e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	电子的电荷量
$m_e = 9.107 \times 10^{-31} \text{ kg}$	电子的静止质量
$R_e = 2.81 \times 10^{-15} \text{ m}$	电子半径
$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$	质子的静止质量
$6.6237 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (焦·秒)	普朗克常数
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ (焦/开)	玻尔兹曼常数

梯度、散度、旋度及拉普拉斯方程 在三种常用坐标系中的表示式

直角坐标系 (x, y, z)

$$\nabla\varphi = e_x \frac{\partial\varphi}{\partial x} + e_y \frac{\partial\varphi}{\partial y} + e_z \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{a} = e_x \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) + e_y \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + e_z \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

圆柱坐标系 (r, ϕ, z)

$$\nabla\varphi = e_r \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{e_\phi}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi} + e_z \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ra_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{a} = e_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial\phi} - \frac{\partial a_\phi}{\partial z} \right) + e_\phi \left(\frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \right) + e_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ra_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial\phi} \right)$$

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

球坐标系 (r, θ, ϕ)

$$\nabla\varphi = e_r \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} + \frac{e_\phi}{r\sin\theta} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 a_r) + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta a_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial a_\phi}{\partial\phi}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{a} = & e_r \left(\frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta a_\phi) - \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial a_\theta}{\partial\phi} \right) + e_\theta \left(\frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial a_r}{\partial\phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ra_\phi) \right) \\ & + e_\phi \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ra_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial\theta} \right) \end{aligned}$$

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial\phi^2}$$

目 录

丛书序

前言

主要符号、常用参量及梯度、散度、旋度表示式

第 1 章 矢量分析	1
1.1 标量场与矢量场	1
1.2 矢量的运算 (加法、点乘、叉乘)	3
1.3 矢量的通量、散度	7
1.4 高斯定理.....	10
1.5 矢量的环流量、旋度.....	11
1.6 斯托克斯定理.....	14
1.7 标量场的梯度.....	15
1.8 亥姆霍兹定理.....	17
习题	18
第 2 章 静电场	21
2.1 静电场的散度方程及旋度方程.....	21
2.2 电位及电位梯度.....	31
2.3 拉普拉斯方程及泊松方程.....	34
2.4 电偶极子.....	35
2.5 静电场中的导体.....	38
2.6 静电场中的介质.....	40
2.7 静电场的边界条件.....	44
2.8 导体系统的电容.....	48
2.9 静电场能量与静电力.....	53
2.10 δ 函数及其相关性质	61

习题	63
第3章 恒定磁场	67
3.1 恒定磁场的散度方程及旋度方程	67
3.2 矢量磁位 \mathbf{A} 与标量磁位 φ_m	75
3.3 磁偶极子	78
3.4 恒定磁场中的介质	80
3.5 恒定磁场的边界条件	83
3.6 自电感和互电感	86
3.7 磁场能量和磁场力	91
习题	96
第4章 恒定电场	101
4.1 电流密度	101
4.2 电流连续性方程	102
4.3 导电媒质中的恒定电场	103
4.4 导电媒质中的能量损耗	105
4.5 恒定电场的边界条件	106
4.6 恒定电场与静电场的比拟	106
4.7 考虑介质损耗的电容器	111
习题	112
第5章 静态场边值型问题的解法	114
5.1 静电场的边值型问题	114
5.2 唯一性定理	114
5.3 直接积分求解一维场	117
5.4 分离变量法求解二维、三维场的拉普拉斯方程	120
5.5 镜像法	144
5.6 保角变换法	160
5.7 有限差分法——数值算法	169
5.8 格林函数及格林第一、第二恒等式	171
习题	173

第 6 章 交变电磁场	178
6.1 关于麦克斯韦方程	178
6.2 电磁感应定律与麦克斯韦第二方程	178
6.3 安培环路定律与麦克斯韦第一方程	180
6.4 高斯定律与麦克斯韦第三方程	184
6.5 麦克斯韦第四方程	184
6.6 麦克斯韦方程组和辅助方程	186
6.7 复数形式的麦克斯韦方程	187
6.8 边界条件	190
6.9 坡印廷定理及坡印廷矢量	194
6.10 交变场的位与场.....	202
6.11 关于洛伦兹规范.....	205
习题.....	207
第 7 章 平面波在无界媒质中的传播	210
7.1 波动方程及其解	210
7.2 理想介质中的平面波	214
7.3 电磁波的极化 (偏振)	223
7.4 导电媒质中的平面波	228
7.5 损耗角正切 $\tan\delta$ 与媒质分类	232
7.6 良介质中的平面波	233
7.7 良导体中的平面波	235
7.8 趋肤效应	238
7.9 良导体的表面阻抗	239
7.10 导电媒质的损耗功率.....	244
7.11 色散媒质、色散失真及正常色散、反常色散.....	245
7.12 铁氧体中的电磁波.....	249
习题.....	256
第 8 章 电磁波的反射与折射	260
8.1 平面波垂直入射到理想导体表面	260

8.2	平面波垂直入射到理想介质分界面	263
8.3	平面波斜射到理想导体表面	269
8.4	平面波斜射到理想介质分界面	274
8.5	导电媒质分界面上波的反射和折射	296
8.6	平面波垂直入射到多层介质分界面	299
8.7	关于菲涅耳公式 (R 、 T) 定义的多样性	301
	习题	306
第 9 章	双导体传输线——TEM 波传输系统	310
9.1	引言	310
9.2	TEM 波波动方程的特点	311
9.3	平行导体板传输系统	312
9.4	双线传输线	317
9.5	同轴线	337
9.6	有损耗传输线中的“伪”TEM 波	341
	习题	342
第 10 章	波导——TE 波、TM 波传输系统	345
10.1	矩形波导	345
10.2	圆波导	366
10.3	同轴线中的高次模	378
	习题	380
第 11 章	电磁波辐射	384
11.1	交变场的滞后位	384
11.2	电偶极子	390
11.3	磁偶极子	401
11.4	对偶定理	405
	习题	410
	参考文献	414
	附录 常用公式	415
	习题答案	420

第 1 章 矢量分析

本章介绍了电磁场与电磁波中所用到的矢量分析理论,内容包括标量、矢量及标量场、矢量场的概念,矢量的运算,矢量的通量、散度,高斯定理,矢量的环流量、旋度,斯托克斯定理,标量场的梯度,最后介绍了亥姆霍兹定理。

1.1 标量场与矢量场

1.1.1 标量

仅由数量确定的物理量,或由一个具有实数值的、空间一点的函数所确定的物理量,称为标量。若标量与坐标系的选择无关,则称为绝对标量。如任何实数、质量、长度、面积、时间、温度、电压、电荷量、电流、能量等。

1.1.2 矢量

用数值(大小)和方向表示的物理量称为矢量(或向量)。矢量用黑体 \mathbf{a} 表示(也可用有向线段 \overrightarrow{OA} 来表示),数值大小用 a 表示,称为矢量 \mathbf{a} 的模,记为

$$|\mathbf{a}| = a$$

矢量 \mathbf{a} 可以用三维空间中有方向的线段表示(如图 1.1),有向线段的长度表示矢量 \mathbf{a} 的模,箭头指向表示矢量 \mathbf{a} 的方向。

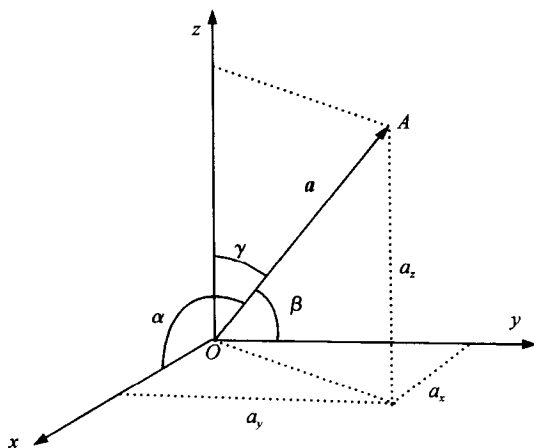


图 1.1 直角坐标系中的矢量 \mathbf{a}

由图 1.1 看出矢量 \boldsymbol{a} 的模为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

矢量 \boldsymbol{a} 与 x 轴、 y 轴、 z 轴的正向所成的夹角 α 、 β 、 γ 称为矢量 \boldsymbol{a} 的方向角, 方向角的余弦 $\cos\alpha$ 、 $\cos\beta$ 、 $\cos\gamma$ 称为矢量 \boldsymbol{a} 的方向余弦, 由图可见

$$a_x = |\boldsymbol{a}| \cos\alpha, \quad a_y = |\boldsymbol{a}| \cos\beta, \quad a_z = |\boldsymbol{a}| \cos\gamma \quad (1.1)$$

因此方向余弦满足

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \quad (1.2)$$

模为 1 的矢量称为单位矢量, 单位矢量用 \boldsymbol{e} 来表示。此处“1”含有 1 单位的意思, 也就是说, 给定单位(如米)后, “1”就是 1 单位(1 米)。与模 $a \neq 0$ 矢量 \boldsymbol{a} 的方向相同的单位矢量记为

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{a}/a \quad (1.3)$$

与直角坐标系中 x 、 y 、 z 轴的正方向一致的单位矢量称为基本单位矢量, 分别用 \boldsymbol{e}_x 、 \boldsymbol{e}_y 、 \boldsymbol{e}_z 表示。矢量 \boldsymbol{a} 还可按基本单位矢量分解为

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{e}_x + a_y \boldsymbol{e}_y + a_z \boldsymbol{e}_z$$

起点和终点重合的矢量称为零矢量, 零矢量长度为零, 方向是任意的。如果两个矢量模相等方向相反, 这两个矢量互称相反矢量。矢量 \boldsymbol{a} 的相反矢量记为 $-\boldsymbol{a}$ 。

两个矢量如果满足: ①位于同一直线上或相互平行, 并且方向相同; ②模的大小相等, 则这两个矢量即为相等的矢量。

1.1.3 标量场

如果某个标量 φ 是空间位置和时间的函数, 即它可以用函数 $\varphi(x, y, z, t)$ 表示, 其中 x 、 y 、 z 表示空间位置, t 表示时间。若标量函数的值域是一个无穷集合, 这个无穷集合即表示这个标量的场(简称标量场)。例如, 空间中温度分布是一个温度场 $T(x, y, z, t)$, 电位分布是一个电位场 $\varphi(x, y, z, t)$ 。

如果标量场与时间无关, 则 $\varphi(x, y, z)$ 表示静态场或稳态场, 如果标量场与时间有关, 则 $\varphi(x, y, z, t)$ 表示动态场或时变场。

1.1.4 矢量场

如果某个矢量 \boldsymbol{F} 是空间位置和时间的函数, 即它可以用函数 $\boldsymbol{F}(x, y, z, t)$ 表示, 其中 x 、 y 、 z 表示空间位置矢量, t 表示时间。若矢量函数的值域是一个无穷集合, 这个无穷集合即表示这个矢量的场(简称矢量场)。例如, 空间中电场强度分布是一个电场矢量 $\boldsymbol{E}(x, y, z, t)$ 。

在三维空间中一个矢量可以用三维坐标的三个分量表示, 这三个分量去掉方向即为三个标量, 因此一个矢量场可以分解为三个分量场(标量场)表示。矢量可以写为