新课程 全能学练

课时达标

分课时训练教案 百分百同步知识点覆盖 以练助学
按课节检测整合 点到面同步重难点突破 一节一测

练与测

每单元综合验收 立体化互动达标

数学

北师大版

九年级[下]

总主编 黎启阳

全能学练
刮开涂层输入防伪码
博思蓝海

正版标贴防伪
免费电话核查

华东师范大学出版社

编写说明

伴随新课标的深入实施和新教材的全面推广，一场以培养学生综合素质和创新能力为核心的教育教学改革浪潮正席卷中华大地。在这场大变革中，怎样体现新课标的精神？如何教好、学好新教材？这是广大师生面临的首要问题。为解决这一难题，我们特组织了全国最先使用新教材的名校名师，编写了这套《课时达标·练与测》丛书。

编写宗旨

突出教育新理念，紧扣教学新课标，把握教改新动向，体现教研新成果，坚持科学、权威、新颖、实用的原则，精心设计，全程优化，达到科学性、系统性、示范性、实用性高度统一，全面构建讲、练、测三维体系，打造全新的教辅精品。

编写体例

本丛书是一套同步到每课时的，兼具讲、练、自测、考查与培优的教与学训练辅导用书。各科均设置五个板块："名师讲坛·点睛导航"，对应课时知识点、重难点，归纳总结，典例精析，点拨思路技巧；"课时达标·以练助学"，双栏对应，专项训练，由易到难，各个击破；"一课（节）一测·自主反馈"，以知识点和各类题型设置梯度，由课内向课外延伸，并配以"中考链接"和"拓展思维"等拔高培优习题，提高学生创新能力；单元（章）达标检测试卷，为阶段性的综合测试；期中、期末达标检测试卷，完全按统一考试标准格式命制，既可作为复习训练卷使用，亦可作为正规考试卷使用。

丛书特色

1. **科学性强**：讲、练、测、辅导、复习一体化，注重基础，培养能力，侧重练与测，使之讲完练完，练完学完，学完达标，做到一步到位，一本通达，全方位解决问题。

2. **目的性强**：紧扣教学环节，体现教学程序，以每课时为基本单位，循序渐进，严格与教学同步，详尽指导其过程和方法，稳步提高教学质量。

3. **实用性强**：单元（章）、期中、期末达标检测试卷、参考答案及点拨均用八开活页装订，测试范围、时间、分值、内容、题型等清晰明了，全真演练，训练与测试方便、灵活。

4. **针对性强**：内容和形式、思路和技巧、训练和测试、感悟和拓展环环紧扣，准确模拟各教学环节，并链接中考，提升智能，体现新课标综合、应用、创新理念。

5. **功能性强**：本丛书具有备课参考本、课堂笔记本、作业练习本、专项（阶段）及综合测试等五大功能，且题型新颖，题量、难易适度，减轻师生过重负担，使教与学更轻松愉快。

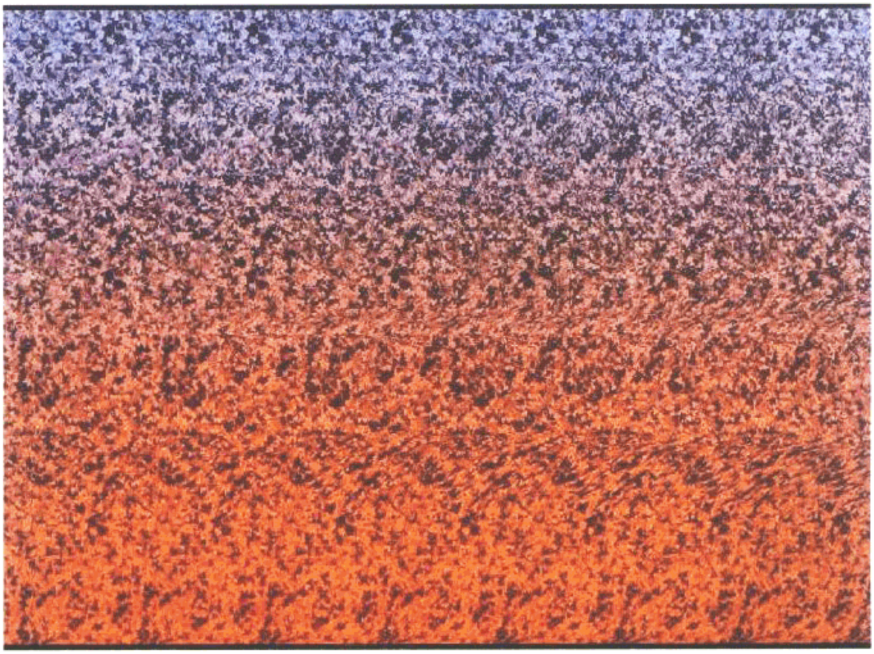
总之，《课时达标·练与测》是一套与新教材真正同步的全程辅导丛书。丛书在策划、编写、出版的过程中，专家、名师和编辑竭诚努力，处处把关，倾情奉献，但疏漏之处在所难免，敬请广大师生批评指正，以便我们再版时做得更好。

黎启阳
2006 年 10 月

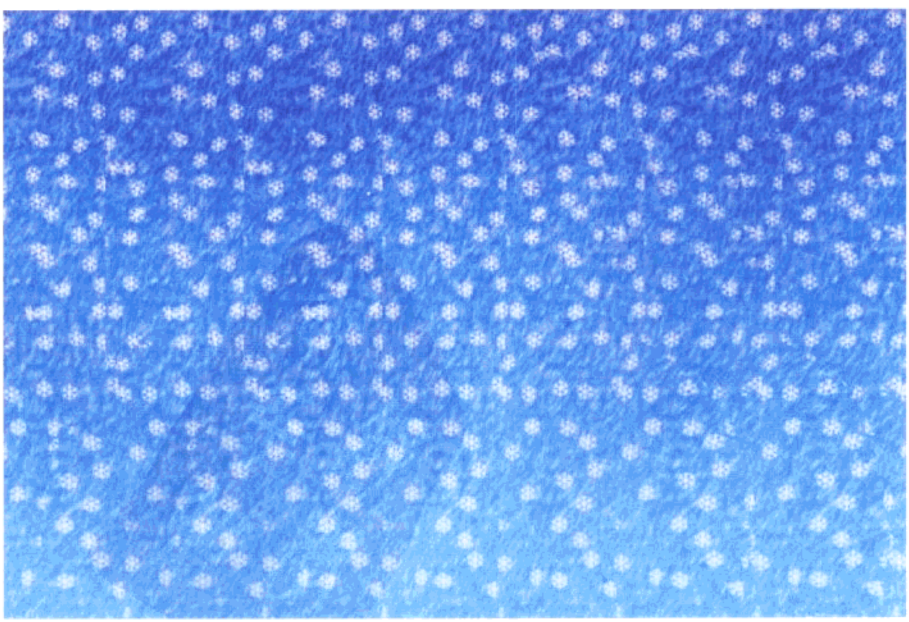
看看图上藏着什么？奇妙的立体三维图像

人有两只眼，两只眼有一定的距离。当人观察景物时，在一定的距离下，左眼向右，右眼向左，两只眼视线交叉，产生视差。比如你将你的一根手指置于眼前，用眼观看，视线角度不同时，会产生不同的效果。一种就是双眼都清楚地盯在手指上，这和平常看东西没什么差别；另一种就是两眼的视线交叉，则看上去有两只指头，这正是因为视线交叉后，使原图像投射到两边。三维立体图也正是应用这个原理，使经过处理的图像在人眼的视差下部分图像重叠，形成了立体图像。

视图方法:离图大约 30 厘米，然后直直地盯画面，好像在看画又好像在看画的后面，一会儿，你就会惊奇地看到……



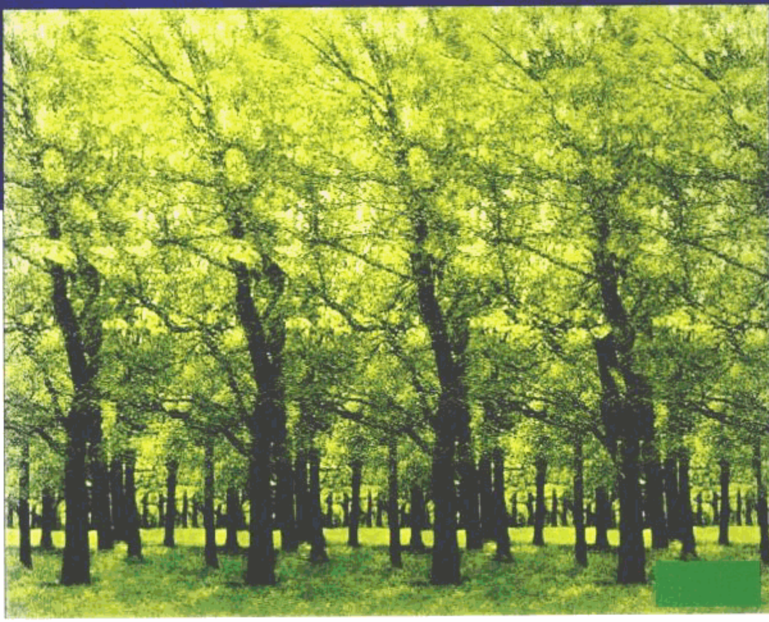
飞机



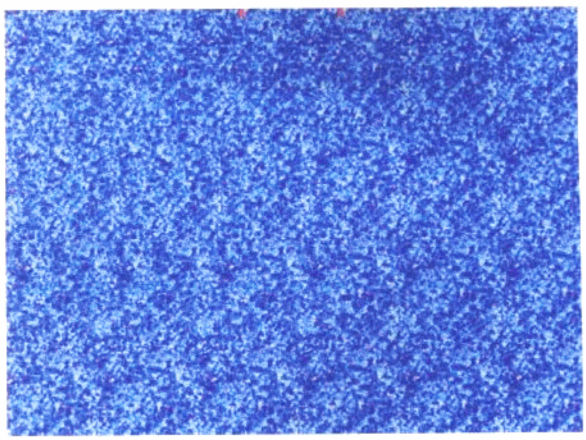
三个雪人

看看图上藏着什么？

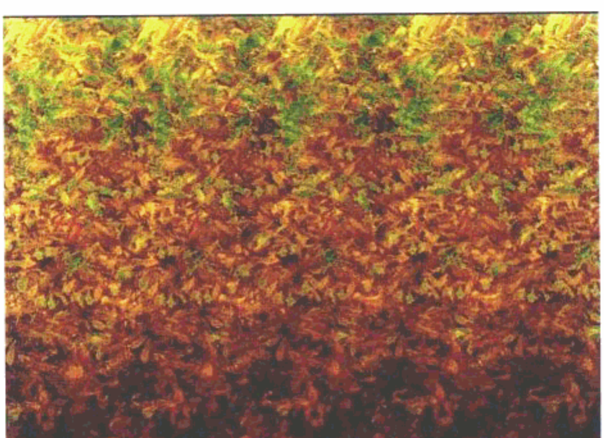
奇妙的立体三维图像



林中飞鸟



海鸥



蘑菇

MULU

目录

第一章　直角三角形的边角关系

1 从梯子的倾斜程度谈起

第一课时

名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 正切的定义：在 Rt△ABC 中，如果锐角 A 确定，那么 ∠A 的对边与邻边的比便随之确定，这个比叫做 ∠A 的正切，记作 $\tan A$，即 $\tan A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}$.

2. 关于正切的几点说明：
（1）正切值是直角三角形中直角边之间的比值，当锐角 A 确定时，这个比值就确定. 即正切值的大小只与锐角 A 的大小有关，而与锐角所在直角三角形大小无关；
（2）正切定义是在直角三角形中给出，要避免在非直角三角形中随便套用.

3. 正切值与梯子的倾斜程度之间的关系：$\tan A$ 的值越大，梯子越陡.

4. 坡度（或坡比）：
坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度（或坡比）. 工程上，斜坡的倾斜程度通常用坡度表示，而坡度是坡角的正切值. 坡度越大，坡面就越陡.

典例精析

例题　在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{8}{17}$.
（1）求 $\tan B$ 的值；
（2）若 $BC=30$，求斜边 AB 的长.

解析　（1）$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{8}{17}$，
设 $AC=8x$，　则 $AB=17x$.
由勾股定理得：
$BC=\sqrt{(17x)^2-(8x)^2}=15x$.
$\therefore \tan B=\dfrac{\angle B\text{的对边}}{\angle B\text{的邻边}}$
$=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{8x}{15x}=\dfrac{8}{15}$.
（2）$\because BC=30$，$\therefore 15x=30$，
$\therefore x=2$，
$\therefore AB=17x=34$.
即斜边 AB 的长为 34.

课时达标·以练助学

1. 在 △ABC 中，$AB=10$，$AC=8$，$BC=6$，则 $\tan A=$ ________，$\tan B=$ ________.

2. 等腰三角形底边长为 8 cm，周长为 36 cm，则底角的正切值是________.

3. 一个直角三角形，两直角边分别为 3 和 4，则较小锐角的正切值是______.

4. 菱形的两条对角线长分别为 16 和 12，较长一条对角线与菱形一边的夹角为 α，则 $\tan\alpha=$ __________.

5. 已知等腰三角形的底边长为 10 cm，周长为 36 cm，那么底角的正切值是　（　　）

A. $\dfrac{5}{13}$　　B. $\dfrac{12}{13}$　　C. $\dfrac{12}{5}$　　D. $\dfrac{5}{12}$

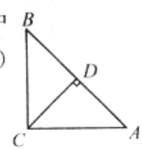
6. 菱形的对角线 $AC=10$，$BD=6$，那么 $\tan\dfrac{\angle BAD}{2}$ 的值是　（　　）

A. $\dfrac{3}{\sqrt{34}}$　　B. $\dfrac{5}{\sqrt{34}}$　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{3}{5}$

7. 如图，在直角三角形 ABC 中，CD 是斜边 AB 上的高，则下列线段的比中不等于 $\tan A$ 的是　（　　）

A. $\dfrac{BC}{AC}$　　B. $\dfrac{BD}{CD}$

C. $\dfrac{CD}{DA}$　　D. $\dfrac{CD}{BD}$



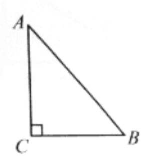
第 7 题

8. 在 Rt△ABC 中，如果各边长度都扩大 1 倍，则锐角 A 的正切值　（　　）

A. 扩大 1 倍　　B. 缩小为原来的$\dfrac{1}{2}$

C. 不变　　D. 不能确定

9. 如图，在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$AC=12$，$\tan A=\dfrac{3}{4}$，求 AB 的长.



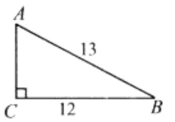
第 9 题

10. 在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，$BC=3$，$\tan A=\dfrac{5}{12}$，求 AC 的长.

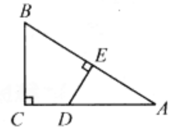
第二课时

课时达标·以练助学

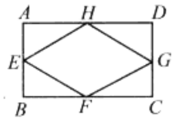
1. 如图，则 AC = ________，$\sin A$ = ________，$\cos A$ = ________，$\tan A$ = ________，$\sin B$ = ________，$\cos B$ = ________，$\tan B$ = ________.



第 1 题



第 2 题



第 3 题

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，点 D 和点 E 分别在 AC 和 AB 上，$DE \perp AB$ 于 E，则 $\sin A$ = ________ = ________，$\cos A$ = ________ = ________.

3. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点，若 $\tan\angle AEH = \frac{4}{3}$，四边形 $EFGH$ 的周长为 40 cm，则矩形 $ABCD$ 的面积为________ cm^2.

4. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$AB = 3$，$BC = 1$，则 $\sin A$ = ________，$\cos A$ = ________，$\tan A$ = ________.

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\cos B = \frac{4}{5}$，则 $AC : BC : AB$ = （　　）

A. 3 : 4 : 5　　B. 4 : 3 : 5　　C. 3 : 5 : 4　　D. 5 : 3 : 4

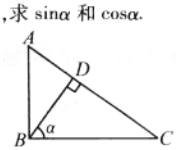
6. 已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha = \frac{3}{4}$，则 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值分别为 （　　）

A. $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}$　　C. 3,4　　D. $\frac{5}{4}, \frac{3}{5}$

7. 下列说法：① 若 α 为锐角，则 $0 < \tan\alpha < 1$；② 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 3$，$b = 4$，则 $\tan A = \frac{3}{4}$；③$\tan75° = \tan(45° + 30°) = \tan45° + \tan30°$；④ 若 α 为锐角，则 $\sin\alpha = \cos\alpha$. 其中正确的说法有 （　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 都不对

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = 90°$，$BD \perp AC$ 于 D，$AB = 3$，$BC = 4$，求 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$.



第 8 题

9. 在等腰三角形 ABC 中，$AB = AC = 5$，$BC = 6$，求 $\sin B$、$\cos B$ 和 $\tan B$ 的值.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边分别为 a、b、c，且 $a : b : c = 3 : 4 : 5$.

求证：$\sin A + \sin B = \frac{7}{5}$.

名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 正弦与余弦的定义：

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}}$.

$\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A = \frac{\angle A \text{的邻边}}{\text{斜边}}$.

2. 关于正弦与余弦的说明：

(1) 正弦、余弦与正切一样，都是反映直角三角形中边的比值，这个比值只与角的大小有关，而与所在三角形的大小无关；

(2) 正弦、余弦、正切的定义只适用于直角三角形中，对于非直角三角形可通过引垂线转化为直角三角形后再套用.

3. 关于锐角三角函数的理解：

正弦、余弦、正切的概念是在直角三角形中相对锐角而定义的，其本质是两条线段的长度之比，其大小只与角的大小有关，而与所在三角形的大小无关.

4. 三角函数值与梯子的倾斜程度和角度的关系：

$\sin A$ 的值越大，梯子越陡，锐角 A 越大. $\cos A$ 的值越小，梯子越陡，锐角 A 越大.

5. 正弦、余弦、正切之间的关系：

(1) 同角三角函数之间正弦与余弦的关系：$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$，及变形：$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$，$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$；正弦、余弦与正切的关系：$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

(2) 互余两角间的正弦与余弦关系：若 $\angle A + \angle B = 90°$，则 $\sin A = \cos B$，$\cos A = \sin B$.

6. 正弦、余弦、正切取值范围：

在直角三角形中，斜边大于直角边，各边长为正数，则有：$0 < \sin A < 1$，$0 < \cos A < 1$，$\tan A > 0$.

答案及点拨

【第一课时】 1. $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ 2. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 3. $\frac{3}{4}$ 4. $\frac{3}{4}$ 5. C 6. D 7. D 8. C 9. 15 10. $\frac{36}{5}$

【第二课时】 1. 5 $\frac{12}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{12}{13}$ $\frac{5}{12}$ 2. $\frac{DE}{AD}$ $\frac{BC}{AB}$ $\frac{AE}{AD}$ $\frac{AC}{AB}$ 3. 192 4. $\frac{1}{3}$ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 5. A 6. A 7. D 8. $\sin\alpha = \frac{4}{5}, \cos\alpha = \frac{3}{5}$. 9. $\sin B = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{3}{5}, \tan B = \frac{4}{3}$. 10. 略

一节一测·自主反馈 第1节

一、达标训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$BC : CA = 3 : 4$，那么 $\sin A$ = __________.

2. 若三角形三边长的比为5∶12∶13，则此三角形最小内角的余弦值为__________.

3. 已知 $4\cos^2 A - 3 = 0$，则锐角 A = ______；已知 $\sin A$ 是方程 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 的根，则锐角 A = ________.

4. 等腰三角形的底边长为 $2\sqrt{6}$，底边上的高为 $\sqrt{2}$，则底角的余弦值为__________.

5. 若 $\angle A$ 为锐角，则 $\sin A + \cos A$ 的值 (　　)

A. 大于1　　B. 小于1
C. 等于1　　D. 不能比较

6. 若 α、β 互余，则 (　　)

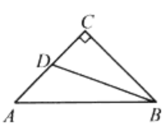
A. $\sin\alpha = \sin\beta$　　B. $\cos\alpha = \sin\beta$
C. $\cos\alpha = \cos\beta$　　D. $\sin\alpha = \cos\alpha$

7. 若 $2\sin^2\alpha + 3\sin\alpha - 2 = 0$，则 $\sin\alpha$ 的值是 (　　)

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$
C. -2 或 $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

8. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle C = 90°$，$AC = 6$，D 是 AC 上一点，若 $\tan\angle DBA = \frac{1}{5}$，则 AD 的长为 (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2
C. 1　　D. $2\sqrt{2}$



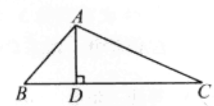
第 8 题

9. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$AC = 5$，$AB = 13$. 求 $\tan A$ 和 $\tan B$.

10. 等腰三角形底角为30°，底边长为 $2\sqrt{3}$，则腰长是多少？

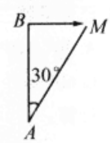
11. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 和 $\angle B$ 均是锐角，且 $\sin A = \frac{5}{13}$，$\tan B = 2$，$AB = 29$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 120°$，$AD \perp BC$ 交 BC 于 D，且 $AB + BD = DC$，求 $\angle C$ 的度数.



第 12 题

13. 如图，某观测站 A 测得正北方向10海里的 B 港处，有一艘船向东航行，半小时后，从观测站又测得该船已在北偏东30°的 M 处. 求：(1) A 与 M 的距离；(2) 船的速度.

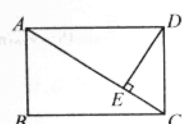


第 13 题

二、中考链接

14. (2006·烟台) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$DE \perp AC$ 于 E，设 $\angle ADE = \alpha$，且 $\cos\alpha = \frac{3}{5}$，$AB = 4$，则 AD 的长为 (　　)

A. 3　　B. $\frac{16}{3}$
C. $\frac{20}{3}$　　D. $\frac{16}{5}$



第 14 题

三、拓展思维

15. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\tan A$、$\tan B$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - kx + 12k^2 - 37k + 26 = 0$ 的两个实数根.

(1) 求 k 的值；

(2) 若 $c = 10$，且 $a > b$，求 a、b 的长.

2 30°,45°,60° 角的三角函数值

一课时

课时达标 ○以练助学

1. 计算：$\sin60°\sin45° - \cos30°\cos45° =$ ________.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan B = \sqrt{3}$，则 $\angle C =$ ________.

3. $\sin30° = \cos$ ________ $=$ ________；$\cos$ ________ $= \sin45° =$ ________；

$\sin$ ______ $= \cos$ ______ $= \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. 若 $\tan30°\cot A = 1$，则 $\angle A =$ ________.

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$\angle B = 2\angle A$，则 $\cos A$ 等于 ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\sqrt{3}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\left|\sin A - \frac{\sqrt{3}}{2}\right| + \left|\cos B - \frac{1}{2}\right| = 0$，则 $\triangle ABC$ 是 ( )

A. 等腰三角形　B. 等边三角形　C. 直角三角形　D. 等腰直角三角形

7. 如果直角三角形斜边长为 4，一条直角边长为 $2\sqrt{3}$，那么斜边上的高为 ( )

A. $2\sqrt{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　C. $\sqrt{3}$　D. 2

8. 已知等腰三角形的腰长为 10，底边长是 $10\sqrt{3}$，则底角和顶角的度数分别为 ( )

A. 30°、120°　B. 60°、120°

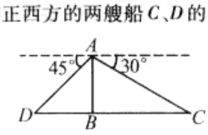
C. 60°、60°　D. 45°、90°

9. 计算：

(1) $\sin30° + \cos45°$；　(2) $\sin^2 60° + \cos^2 60° - \tan45°$；

(3) $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin45° + \sin60° - 2\cos45°$；　(4) $\cos60° + \sin45° - \tan30°$.

10. 如图，在高出海平面 100 m 的灯塔 AB 的顶部 A，测得正东方和正西方的两艘船 C、D 的俯角分别为 30° 和 45°，求这两船之间的距离 CD.



第 10 题

名师讲坛 ○点睛导航

知识要点

1. 30°,45°,60° 角的三角函数值

三角函数值 \ 角 α \ 三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

2. 30°,45°,60° 角的三角函数值的记忆方法

(1)"表格 + 口诀"法：结合 1 中的表格有口诀：2 为分母正、余弦，正弦分子根号 1、2、3；余弦分子根号 3、2、1，正切头尾根号 3，30° 时除以 3；45° 时简单：1.

(2) 特殊三角形法：记住 30°，60°，90° 和 45°，45°，90° 的两直角三角形，在三角形的边上标上相应数据，再由三角函数定义直接写出.

3. 三角函数的应用

(1) 计算；

(2) 解直角三角形；

(3) 已知三角函数值求角度.

典例精析

例题

(1) 计算：$\sin60° + \sqrt{2}\cdot\cos45° - \frac{1}{2}\tan30°$.

(2) 已知 $\sqrt{3}\tan(\beta + 10°) - 1 = 0$，求 β.

解析 (1) 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + 1$.

(2) $\because \tan(\beta + 10°) = \frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \beta + 10° = 30°$，

$\therefore \beta = 20°$.

答案及点拨

【一课时】 1. 0　2. 75°　3. 60°　$\frac{1}{2}$　45°　$\frac{\sqrt{2}}{2}$　60°　30°　4. 30°　5. A　6. B　7. C　8. A

9. (1) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　(2) 0　(3) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}$　(4) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}$　10. $(100+100\sqrt{3})$ m

一节一测·自主反馈　第2节

一、达标训练

1. 已知，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$b+c=24$，$\angle A-\angle B=30°$，则 $\angle A=$ ________，$\angle B=$ ________，$a=$ ________，$b=$ ________，$c=$ ________.

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，那么 $\sin A=$ ________，$\tan A=$ ________，$\tan B=$ ________.

3. 计算：$2\sin60°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+(\sqrt{2}-1)^0=$ ________.

4. 已知 $\angle A$ 为锐角，且 $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\frac{\sqrt{1-2\sin A\cos A}}{\cos A}=$ ________.

5. 如果 $\angle A$ 是等边三角形的一个内角，那么 $\cos A$ 的值是　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. 1

6. 若 $\angle A$ 为锐角，$\cos2A=\frac{1}{2}$，则 $\tan A$ 等于　(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\sqrt{3}$　C. 1　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\sqrt{3}$

7. 等腰三角形腰长为1，底边上的高等于腰长的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则等腰三角形顶角的度数为　(　　)

A. 120°　B. 45°　C. 60°　D. 90°

8. 已知方程 $4x^2-2(m+1)x+m=0$ 的两根恰好是一个直角三角形的两个锐角的余弦，那么 m 的值是　(　　)

A. $\sqrt{2}$　B. $\sqrt{3}$　C. $\pm\sqrt{3}$　D. $-\sqrt{2}$

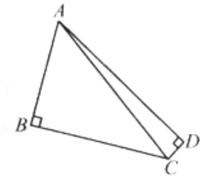
9. 计算：

(1) $\tan^2 30°+2\sin60°+\tan45°-\tan60°+\cos^2 30°$；

(2) $\dfrac{\sin30°\tan45°+\cos30°\cot45°}{\sin^2 60°-\frac{1}{3}\tan^2 60°}$.

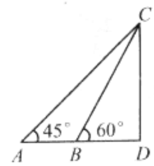
10. 计算：$\sin25°\tan70°\tan20°-\cos^2 30°+\sqrt{\cos^2 65°-\cos65°+\frac{1}{4}}$.

11. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°$，$\angle B=\angle D=90°$，$BC=11$，$CD=2$，求对角线 AC 的长.



第 11 题

12. 如图，在平地上一点 A 测得塔尖 C 的仰角为 45°，向塔前进 100 m，在 B 处又测得塔尖仰角为 60°，求塔高 CD（精确到 1 m）.



第 12 题

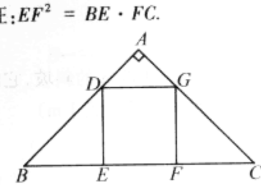
二、中考链接

13. (2006·哈尔滨) 先化简，再求值：

$\left(\frac{x}{x+1}+1\right)\div\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right)\cdot\frac{1}{x-1}$，其中 $x=\sqrt{3}\sin45°\cdot\cot60°$.

三、拓展思维

14. 如图，Rt$\triangle ABC$ 中，有正方形 $DEFG$，D、G 分别在 AB、AC 上，E、F 在斜边 BC 上. 求证：$EF^2=BE\cdot FC$.



第 14 题

3　三角函数的有关计算

第一课时

课时达标○以练助学

1. 利用计算器求值(精确到0.0001)：

(1) $\sin 43°25'17''$ = ________；　(2) $\tan 72°18'21''$ = ________；

(3) $\tan 17°$ = ________；　(4) $\sin 22.5°$ = ________；

(5) $\cos 68°25'18''$ = ______；　(6) $\tan 25° + \tan 65°$ = ________.

2. 下列等式中成立的是　(　　)

A. $\frac{1}{4}\tan 60° < \sin^2 45° < \cot 30° < \tan 30°$

B. $\frac{1}{4}\tan 60° < \sin 30° < \sin^2 45° < \cot 30°$

C. $\frac{1}{4}\tan 60° < \sin^2 45° < \tan 30° < \cot 30°$

D. $\sin^2 45° < \frac{1}{4}\tan 60° < \tan 30° < \cot 30°$

3. 在$\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 30°$，$AC = 2$，则$S_{\triangle ABC}$ =　(　　)

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　C. 3　　D. $\frac{4}{3}$

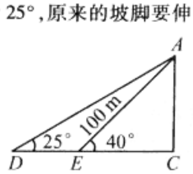
4. 在$\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，$AB = 10$，$\tan B = \frac{4}{3}$，则$\triangle ABC$的面积是多少?

5. 已知矩形的对角线与一条边的夹角为44°，这条边的长为16 cm，求：

(1) 矩形的对角线的长；(精确到1 cm)

(2) 矩形的面积.(精确到10 cm^2)

6. 如图，有长100 m的斜坡，它的倾斜度是40°，现要把倾斜度改为25°，原来的坡脚要伸出多少米?(精确到1 m)



第6题

名师讲坛○点睛导航

知识要点

1. 一般锐角的三角函数值需通过计算器辅助完成，先按三角函数键，再输入角度值可得出相应三角函数值.

2. 在直角三角形中，已知一个锐角和一条边长时，可借助计算器计算出直角三角形中另外两边长.

3. 仰角和俯角：仰角是指从低处观测高处目标时，视线与水平线所成的锐角. 俯角是指从高处观测低处目标时，视线与水平线所成的锐角.

典例精析

例1　用计算器求下列各式的值：

(1) $\sin 28°$；(2) $\tan 72°54'34''$.

解析　用计算器求三角函数值时应注意：(1) 当角度中有度、分、秒时要用 $\boxed{\text{D·M·S}}$ 键转化；

(2) 计算器求出的三角函数值如无特别说明，计算结果一般保留四个有效数字.

(1) 按键 $\boxed{\sin}\boxed{2}\boxed{8}\boxed{=}$，

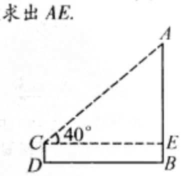
$\therefore \sin 28° \approx 0.4695$.

(2) 按键 $\boxed{\tan}\boxed{7}\boxed{2}\boxed{\text{D·M·S}}\boxed{5}\boxed{4}\boxed{\text{D·M·S}}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{\text{D·M·S}}\boxed{=}$，

$\therefore \tan 72°54'34'' \approx 3.252$.

例2　学校操场边有一旗杆，小明站在操场上，距旗杆12 m处，当他注视旗杆顶端时，其视线的仰角为40°，此时他的眼睛距地面1.5 m，求该旗杆的高度(精确到0.01 m).

解析　画出示意图，$CD = 1.5$ m，$BD = 12$ m $= CE$，求$AE + BE$，关键求出AE.



$\because BE = CD = 1.5$ m，$CE = BD = 12$ m.

在$Rt\triangle ACE$中，

$AE = CE \cdot \tan 40°$

$= 12 \times \tan 40° \approx 10.07$ (m).

$\therefore AB = AE + EB$

$= 10.07 + 1.5 = 11.57$ (m).

答：旗杆高约为11.57 m.

第二课时

名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 已知锐角的三角函数值，可通过计算器求角. 按键顺序：先按 shift 键，再按 $\sin^{-1}$ 或 $\cos^{-1}$ 或 $\tan^{-1}$，然后输入相应数值，最后按 = 键，可得以度为单位的角；若要转化为“度、分、秒”为单位的结果，需再按 D·M·S .

2. 解直角三角形：已知直角三角形中除直角外的五个元素(三边，两锐角)中的两个(至少有一个为边)，求其余三个元素的过程叫解直角三角形.

3. 解直角三角形常用的边角关系：

(1) 三边关系：$a^2+b^2=c^2$；

(2) 锐角关系：$\angle A+\angle B=90°$；

(3) 边角关系：$\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$；$\sin B=\frac{b}{c}$，$\cos B=\frac{a}{c}$，$\tan B=\frac{b}{a}$.

典例精析

例1　用计算器求锐角 θ 的大小.

(1) $\sin\theta=0.9816$；

(2) $\tan\theta=1.1106$.

解析 (1) 按键顺序：shift sin 0 . 9 8 1 6 = ，

$\therefore \theta\approx 78.99°$.

(2) shift tan 1 . 1 1 0 6 = ，

$\therefore \theta\approx 48°$.

例2　已知 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\cos A=\frac{3}{5}$，$c=20$. 求这个直角三角形的两锐角和两直角边的值.

解析　$\because \angle C=90°$，$\cos A=\frac{3}{5}$，

$\therefore b=c\cdot\cos A=20\times\frac{3}{5}=12$，

$\therefore a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{20^2-12^2}=16$.

$\because \cos A=\frac{3}{5}=0.6$，

$\therefore \angle A=53°8'$，

$\therefore \angle B=90°-\angle A=90°-53°8'=36°52'$.

课时达标·以练助学

1. 在△ABC中，$\angle C=90°$，三边长分别为 a、b、c，解下列问题(边长保留三个有效数字，角精确到1′)：

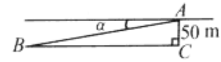
(1) 已知 $b=15.6$，$c=18.4$，求 $\angle B$；

(2) 已知 $a=240$，$\angle A=32°57'$，求 b；

(3) 已知 $c=300$，$\angle A=36°7'$，求 a；

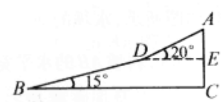
(4) 已知 $a=14.3$，$b=26.8$，求 $\angle B$.

2. 如图，从某海岛上的观察所 A 测得海上某船只 B 的俯角 $\alpha=8°18'$，若观察所 A 距海平面的垂直高度 AC 为50 m，求船只 B 到观察所 A 的水平距离 BC 的长.(精确到1 m，参考数据：$\sin 8°18'\approx 0.14$，$\cos 8°18'\approx 0.99$，$\tan 8°18'\approx 0.15$)



第 2 题

3. 如图，一人从 B 点出发，沿坡角为15°的坡面以5 km/h的速度行至 D 点，用了12分钟，然后沿坡角为20°的坡面以3 km/h的速度到达 A 点，用了10分钟. 求山高 AC 及 A、B 两点的水平距离 BC 的长.(精确到0.01 km)



第 3 题

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2\sin\alpha-2x(\sin\alpha+2)+\sin\alpha+12=0$ 有实根，求锐角 α 的取值范围.

答案及点拨

【第一课时】 1. 略 2. C 3. A 4. 24 5. (1)22 cm (2)250 cm^2 6. 61 m 点拨：可先求出 AC 和 CE.

【第二课时】 1. (1)58° (2)370 (3)177 (4)61.9° 2. 333 m 3. $AC = 0.43$ km, $BC = 1.44$ km. 4. $0° < \alpha \leqslant 30°$

一节一测·自主反馈

第3节

一、达标训练

1. 用计算器求下列各式的值(保留三位小数)：

(1) $\sin 56°$；

(2) $\sin 15°49'$；

(3) $\cos 20°$；

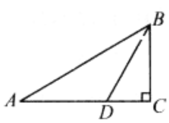
(4) $\tan 29°$；

(5) $\tan 44°59'59''$；

(6) $\sin 15° + \cos 61° + \tan 76°$.

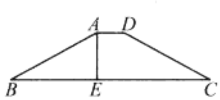
2. 在 Rt△ABC 中，$\angle A = 32°20'$，$\angle A$ 的平分线 AM 长为 14.7 cm，求直角边 BC 和斜边 AB 的长.(保留三个有效数字)

3. 已知，如图，Rt△ABC 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 30°$，D 在 AC 上，且 $\angle BDC = 60°$，$AD = 20$，求 BC.



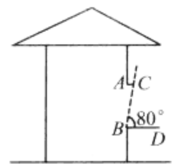
第 3 题

4. 如图所示，水坝的横断面是等腰梯形，斜坡 AB 的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$，斜坡 AB 的水平宽度 $BE = 3\sqrt{3}$ m，$AD = 2$ m，求 $\angle B$、坝高 AE 及坝底宽 BC.



第 4 题

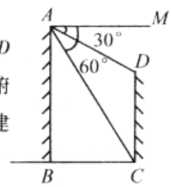
5. 如图所示，某地夏天中午，当太阳移至南方时，光线与地面成 80° 角.房屋朝南的窗户，高 $AB = 1.8$ m，要在窗户外面上方安装水平挡光板 AC，使午间光线不能直接射入室内，那么挡光板 AC 的宽度至少是多少？(精确到 0.001 m)



第 5 题

二、中考链接

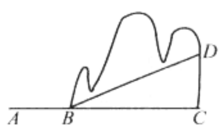
6. (2006·烟台) 如图，两建筑物 AB 和 CD 水平距离为 30 m，从 A 点测得 D 点的俯角为 30°，测得 C 点的俯角为 60°，则建筑物 CD 的高为________ m.



第 6 题

三、拓展思维

7. 某市市政府为改善该市的交通状况，促进经济发展，在"温泉 —— 崇阳"路段间修建了隧道，如图，隧道 BC 沿直线 ABC 打通，测得 $\angle ABD = 167.2°$，$BD = 600$ m，$\angle D = 77.2°$. 已知汽车走隧道的耗油量为 0.2 L/km，走原山路的耗油量为 0.6 L/km，隧道长与山坡长的比为 1∶10，那么汽车每通过一次，走隧道比走山坡路节省油料多少 L？(精确到 0.1 L)



第 7 题

4 船有触礁的危险吗

一课时

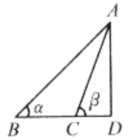
名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 方向角的含义.

2. 归纳数学模型：如本节的"船有触礁的危险吗""底部不能到达的物体高度的测量"等问题都可归纳为同一数学模型，如下：

如图，已知 BC、α 和 β，求 AD."



设 $AD = x$，

则 $CD = x \cdot \tan(90° - \beta)$，

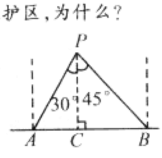
$BD = x \cdot \tan(90° - \alpha)$.

由 $BD - CD = BC$，得

$x = \dfrac{BC}{\tan(90° - \alpha) - \tan(90° - \beta)}$.

典例精析

例题 如图，A、B 两座城市相距 100 km，现计划在这两座城市之间修筑一条高等级公路（线段 AB），经测量，森林保护区中心点 P 在 A 城市的北偏东 30° 方向，B 城市的北偏西 45° 方向上，已知森林保护区的范围在以点 P 为圆心，50 km 为半径的圆形区域内. 问：计划修筑的这条公路会不会穿越保护区，为什么？



解析 过 P 作 $PC \perp AB$ 于 C，设 $PC = x$，则 $PC = BC = x$，$AC = 100 - x$.

在 Rt△APC 中，$AC = \tan 30° \cdot x$，

$\therefore x \cdot \tan 30° = 100 - x$，

$\therefore x = 150 - 50\sqrt{3}$.

$\because PC = x > 50$，

$\therefore$ 所修公路不会穿越保护区.

课时达标·以练助学

1. 一块等腰三角形铁板，腰长 20 cm，底长 $20\sqrt{3}$ cm，则顶角为________，面积为________.

2. 如果灯塔 A 在灯塔 B 的东南方向 24 海里处，灯塔 C 在灯塔 B 的西南方向 10 海里处，则灯塔 A 到灯塔 C 的距离是________.

3. 等腰梯形的腰长为 20 cm，底角正切为 $\frac{4}{3}$，下底长为 27 cm，则该梯形的面积是________.

4. 已知两条线段长为 15 cm 和 25 cm，当第三条线段为________时，这三条线段组成一个直角三角形，其面积是________.

5. AD 是 △ABC 的高，$\angle C = 30°$，$BC = 2 + \sqrt{3}$，$\tan B = \frac{1}{2}$，则 AD 的长为 （　　）

A. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

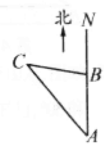
6. 从点 A 看点 B 的俯角为 36°30′，则从 B 点看 A 点的仰角为 （　　）

A. 36°30′　　B. 43°30′　　C. 63°30′　　D. 53°30′

7. 如图所示，上午9时，一艘船从 A 处出发，以20海里/小时的速度向正北方向航行，上午 11 时到达 B 处，从 A、B 望灯塔 C，测得 $\angle NAC = 36°$，$\angle NBC = 72°$，那么 B 处到灯塔的距离为 （　　）

A. 20 海里　　B. 36 海里

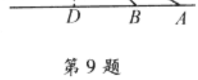
C. 72 海里　　D. 40 海里



第 7 题

8. 在300米高的山头上测得某建筑物顶部和基部的俯角分别为30°和45°，试求此建筑物的高度.（精确到 0.1 m）

9. 如图，直升机在跨河大桥 AB 上方 P 点处，此时飞机离地高度 $PD = 450$ m，且 A、B、D 三点在一条直线上，测得大桥两端的俯角分别为 $\alpha = 30°$，$\beta = 45°$，求大桥 AB 的长.（精确到 1 m）



第 9 题

答案及点拨

【一课时】 1. 120°　$100\sqrt{3}$ cm^2　2. 26 海里　3. 240 cm^2　4. 20 cm 或 $5\sqrt{34}$ cm　150 cm^2 或 $\frac{375}{2}$ cm^2

5. C　6. A　7. D　8. 126.8 m　9. 329 m

一节一测·自主反馈

第 4 节

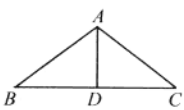
一、达标训练

1. 一物体沿坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的山坡向上移动 27 m，则物体升高了________ m.

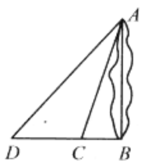
2. 在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle A=90°$，$AB=AC$，D 为 AC 上一点，$AD=\frac{1}{3}AC$，则 $\tan\angle DBC=$________.

3. 菱形的对角线长分别为 24 m 和 10 m，则菱形的边长为______，菱形的一个锐角的度数为__________.

4. 如图，厂房屋顶人字架为等腰三角形，跨度 $BC=12$ m，$\angle B=30°$，则中柱 $AD=$______，上弦 $AB=$____.



第 4 题



第 5 题

5. 如图，从山顶 A 鸟瞰地面 C、D 两点，测得它们的俯角分别为 45° 和 30°，已知 $CD=100$ m，点 C 在 BD 上，则山高 AB 等于（　　）

A. 100 m　B. $50\sqrt{3}$ m　C. $50\sqrt{2}$ m　D. $50(\sqrt{3}+1)$ m

6. 身高相同的三个小朋友甲、乙、丙放风筝，他们放出的线长分别是 300 m，250 m，200 m，线与地面所成的角度分别为 30°，45°，60°（假设线是拉直的），则三人所放风筝（　　）

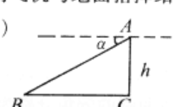
A. 甲的最高　　B. 乙的最高

C. 丙的最高　　D. 乙的最低

7. 如图所示，一架飞机在空中 A 点处测得飞行高度为 h，从飞机上看到地面指挥站 B 的俯角为 α，则飞机与地面指挥站间的水平距离为（　　）

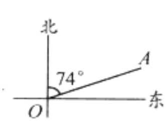
A. $h\cdot\sin\alpha$　　B. $h\cdot\cos\alpha$

C. $h\cdot\tan\alpha$　　D. $h\cdot\frac{1}{\tan\alpha}$



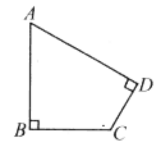
第 7 题

8. 如图，灯塔 A 周围 1000 m 水域内有礁石，一舰艇由西向东航行，在 O 处测得灯塔 A 在北偏东 74° 方向上，这时 O、A 两处相距 4200 m，如果不改变航向，此舰艇是否有触礁的危险？



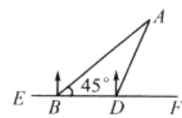
第 8 题

9. 某片绿地的形状如图，其中 $\angle A=60°$，$AB\perp BC$，$AD\perp CD$，$AB=200$ m，$CD=100$ m，求 AD、BC 的长.（精确到 1 m，$\sqrt{3}\approx1.732$）



第 9 题

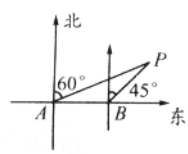
10. 如图所示，A 的周围 250 m 内是居民区，现准备沿 EF 修一条公路，在 EF 上一点 B 处测得 A 在北偏东 45°，又在 EF 上一点 D 处测得 A 在北偏东 30°. 如果 $BD=140$ m，那么，不改变方向，这条公路是否要经过居民区？



第 10 题

二、中考链接

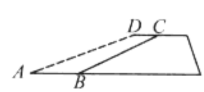
11.（2006·广安）如图，海上有一灯塔 P，在它周围 3 海里处有暗礁，一艘客轮以 9 海里／小时的速度由西向东航行，行至 A 点处测得 P 在它的北偏东 60° 的方向，继续行驶 20 分钟后，到达 B 处测得 P 在它的北偏东 45° 的方向，问客轮不改变方向前进有无触礁的危险？



第 11 题

三、拓展思维

12. 如图，为了加固长江大堤，需运来砂石和土将堤面加宽 1 m，使坡度由原来的 $1:2$ 变为 $1:3$. 已知 $BC=12$ m，堤长 100 m，求需要砂石多少 m^3.



第 12 题

5 测量物体的高度

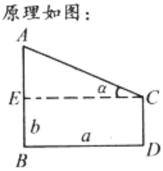
第一课时

名师讲坛·点睛导航

知识要点

测量底部可到达的物体高度.

(1) 原理如图:



(2) 工具——测倾器、卷尺.

(3) 需测数据:$\angle ACE = \alpha$,$BD = CE = a$,$BE = CD = b$.

(4) $AB = AE + EB = a\tan\alpha + b$.

典例精析

例题 为了测量一棵大树的高度,准备了如下测量工具:①镜子;②皮尺;③长为2 m的标杆;④高为1.5 m的测角仪.请根据设计的测量方案,回答下列问题:

(1)在你设计的方案中,选用的测量工具是______(填代号);

(2)画出你的测量方案示意图;

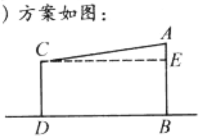
(3)你需要测量示意图中哪些数据?用 a、b、c、α 表示;

(4)写出求树高的算式,AB = ______.

解析 方案一:

(1)工具:②④.

(2)方案如图:



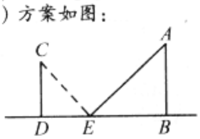
(3) $DB = a$,$\angle ACE = \alpha$.

(4) $AB = AE + CD = a\tan\alpha + 1.5$.

方案二:

(1)工具:①②.

(2)方案如图:

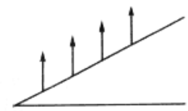


(3) $EB = a$,$ED = b$,$CD = c$.

(4)由 $\triangle CDE \backsim \triangle EBA$,得 $AB = \frac{ac}{b}$.

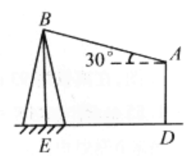
课时达标·以练助学

1. 如图所示,在山坡上种树,要求株距(水平距离)是5 m,测得斜坡的坡度为1∶2,则斜坡上相邻两树间的坡面距离是多少m?($\sqrt{5} \approx 2.236$,结果精确到0.1 m)



第1题

2. 如图所示,在与铁塔 BE 相距150 m处,用测角仪器测得塔的仰角为30°,已知测角仪高 $AD = 1.52$ m,求铁塔 BE 的高.(精确到0.1 m)



第2题

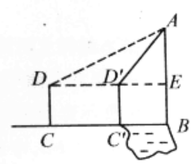
3. 如图,河对岸有高层建筑物 AB,现测量其高度,具体步骤如下:

①在测点 C 处安置测倾器,测得此时 A 的仰角 $\angle ADE = 30°$;

②在测点 C 与物体之间的 C' 处安置测倾器(B、C、C' 在一条直线上),测得此时 A 的仰角 $\angle AD'E = 45°$;

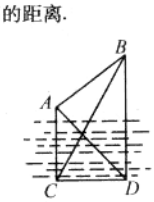
③量出测倾器的高度 $CD = C'D' = 1.2$ m,测点 C 与 C' 之间的距离 $C'C = 50$ m.

根据测量数据计算建筑物的高度.(精确到0.1 m)



第3题

4. 如图,为了测量河对岸 A、B 两地的距离,先在河岸边定一条基线 CD,测得 $CD = 100$ m,$\angle ACB = 30°$,$\angle ADC = 45°$,$\angle ACD = \angle CDB = 90°$,求 A、B 两地间的距离.

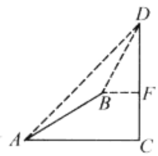


第4题

第二课时

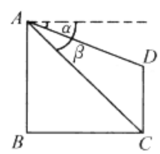
课时达标 ◎以练助学

1. 如图，从山脚下的一点 A 测得山顶 D 的仰角为 $45°$，从 A 沿倾斜角为 $30°$ 的山坡前进 100 m 到达 B，再次测得山顶 D 的仰角为 $60°$，求山高 CD.



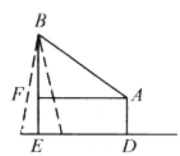
第 1 题

2. 如图，两建筑物的水平距离为 30 m，从 A 点测得 D 点和 C 点的俯角分别为 $\alpha = 30°$，$\beta = 45°$，求两建筑物的高度 AB 和 CD.（$\sqrt{3} \approx 1.732$，精确到 1 m）



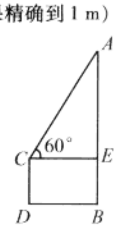
第 2 题

3. 如图，在离铁塔 93 m 的 A 处，用测角器测得塔顶的仰角为 $\angle BAF$，已知测角器高 $AD = 1.55$ m，若 $\angle BAF = 31°$，求铁塔高 BE 的值.（精确到 0.01 m）



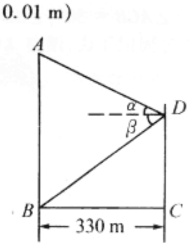
第 3 题

4. 如图，某同学用一个有 $60°$ 角的直角三角板估测学校旗杆的高度，他将 $60°$ 角的直角边水平放在 1.5 m 高的支架 CD 上，三角板的另一直角边与旗杆在同一直线上，他又量得 D、B 的距离为 5 m，请你帮他计算一下旗杆 AB 的高度约是多少 m.（结果精确到 1 m）



第 4 题

5. 如图，某建筑物 CD 与塔 AB 的水平距离为 330 m，一测绘人员在建筑物顶部 D 测得塔顶 A 的仰角 $\alpha = 30°$，塔底 B 的俯角 $\beta = 40°$，求塔高 AB.（精确到 0.01 m）

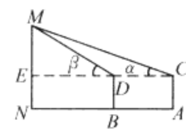


第 5 题

名师讲坛 ◎点睛导航

知识要点

测量底部不可到达的物体的高度. 如图，要测量 MN 的高度，只要能求出 AB（注 BN 不可到达），就能测算出 MN.



(1) 工具 —— 两个测角仪、卷尺.

(2) 步骤：① 在 A 处测得 $\angle MCE = \alpha$；② 在 B 处测得 $\angle MDE = \beta$；③ 量出：$AC = BD = a$，$AB = b$.

(3) 推算：由 $AN - BN = AB$，得：

$$\frac{ME}{\tan\alpha} - \frac{ME}{\tan\beta} = b,$$

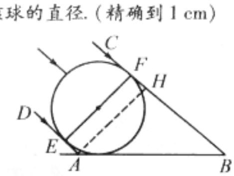
则 $ME = \dfrac{b \cdot \tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha}$.

$\therefore MN = ME + a$

$= \dfrac{b \cdot \tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha} + a$.

典例精析

例题 在生活中需测量一些球（如足球、篮球 …）的直径. 某校研究小组利用阳光测量球的直径的方法：如图，将球放在水平的桌面上，在阳光的斜射下，得到球的影子 AB，设光线 DA、CB 分别与球相切于点 E、F，则 EF 即为球的直径. 再测得 AB 的长为 41.5 cm，太阳光线与地面成 $37°$ 角，请计算该球的直径.（精确到 1 cm）



解析 过 A 作 $AH \perp BF$.

在 Rt$\triangle ABH$ 中，$AB = 41.5$ cm，$\angle B = 37°$，

$\therefore AH = AB \cdot \sin B = 41.5 \times \sin 37° \approx 25$(cm).

$\therefore EF = AH \approx 25$(cm).

$\therefore$ 该球的直径为 25 cm.