

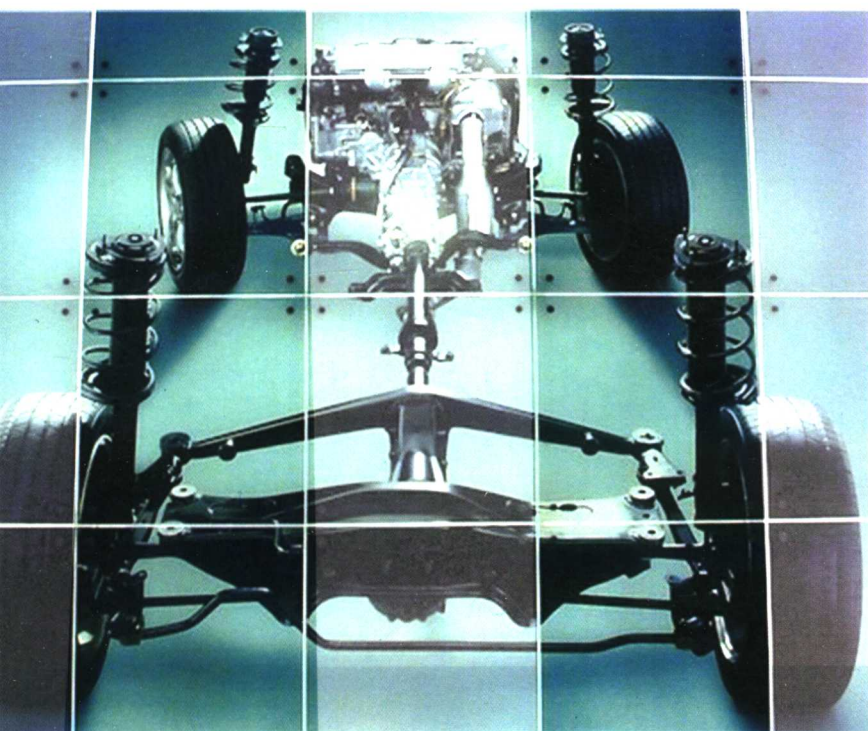
21世纪高等院校创新教材

# 工程力学

GONGCHENGLIXUE

第二版

余建初 王 茵 主编



科学出版社

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

·21 世纪高等院校创新教材·

# 工 程 力 学

(第二版)

余建初 王 茵 主编

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本教材依据国家教育部工科力学指导小组制定的中、少学时《工程力学》课程的基本要求编写而成。

全书分为静力学和材料力学两大部分,共16章和1个附录,主要内容包括静力学和材料力学的基本概念和公理、简单力系、平面任意力系、空间力系、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、能量法、应力状态与强度理论、组合变形、动载荷及交变应力、压杆稳定以及截面的几何性质。带“\*”号的内容可根据专业特点选择讲授,也可作为自学阅读材料。每章编有思考题和习题,书末附有答案。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/余建初,王茵主编. —2版. —北京:科学出版社,2007.1  
(21世纪高等院校创新教材)  
ISBN 978-7-03-018231-9

I.工… II.①余…②王… III.工程力学-高等学校-教材  
IV.TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第148912号

责任编辑:王雨舸/责任校对:王望容  
责任印制:高 嵘/封面设计:曹 刚

### 科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2007年1月第二版 开本:787×1092 1/16

2007年1月第三次印刷 印张:15 1/2

印数:9 001~14 000 字数:384 000

定价:22.80元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前 言

“工程力学”是高等院校工程类专业的技术基础课。本书根据国家教育部工科力学指导小组制订的中、少学时“工程力学”课程的基本要求编写。

全书分静力学和材料力学两大部分,共 16 章和 1 个附录。主要内容包括静力学和材料力学的基本概念和公理、简单力系、平面任意力系、空间力系、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、能量法、应力状态与强度理论、组合变形、动载荷及交变应力、压杆稳定以及截面的几何性质。为了便于读者参考外文书籍,本书编入了一些外文专业词汇。

有些章、节编入了一些深度和广度较大的内容(带有“\*”号的章、节),这些内容可根据专业特点选择讲授,也可作为自学阅读材料。每章末都编入了一定数量的思考题和习题,书末附有习题答案。

书内所有插图中构件的尺寸,凡是用毫米(mm)作单位的,一般不注明单位;如用其他单位,如厘米(cm)或米(m)时,则将单位注出。

本书由余建初、王茵主编,其中绪论、第一章、第二章、第六章、第七章、第八章由余建初编写,第三章、第四章、第五章、第十二章、第十三章、第十四章、第十五章由王茵、孙明清编写,第九章、第十章、第十一章、第十六章、附录由曾翠林编写,书中插图由曾翠林绘制。全书最后由余建初统稿、定稿。在本书的编写工作中得到了武汉理工大学结构工程与力学系领导及各位老师的支持和帮助,在编写中参考了一些同类教材并选用了某些插图和习题,在此一并表示感谢。

本书由吴永桥教授主审,他对本书提出了许多宝贵的意见,特此感谢。

由于编者水平有限,书中错误、不妥之处在所难免,恳请批评指正。

编 者

2006 年 8 月

# 目 录

## 绪论

## 第一篇 静 力 学

<b>第一章 静力学的基本概念、公理和物体的受力分析</b> .....	5
1.1 静力学的基本概念 .....	5
1.2 静力学公理 .....	6
1.3 约束与约束反力 .....	9
1.4 物体的受力分析及受力图 .....	12
思考题 .....	14
习题 .....	14
<b>第二章 简单力系</b> .....	16
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法 .....	16
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法 .....	17
2.3 力对点的力矩 .....	20
2.4 平面力偶理论 .....	20
思考题 .....	23
习题 .....	24
<b>第三章 平面任意力系</b> .....	26
3.1 平面任意力系向作用面内一点的简化 .....	26
3.2 平面任意力系简化结果讨论、合力矩定理 .....	28
3.3 平面任意力系的平衡条件和平衡方程 .....	30
3.4 物系的平衡、静定和静不定问题 .....	33
3.5 考虑摩擦时的平衡问题 .....	37
思考题 .....	41
习题 .....	42
<b>第四章 空间力系</b> .....	46
4.1 力在空间直角坐标轴上的投影 .....	46
4.2 力对轴之矩和力对点之矩 .....	47
4.3 空间任意力系的平衡方程 .....	49
4.4 重心和形心 .....	51
思考题 .....	56
习题 .....	57

## 第二篇 材 料 力 学

<b>第五章 材料力学的基本概念</b> .....	61
5.1 材料力学的任务 .....	61
5.2 变形固体的基本假设 .....	61
5.3 内力、截面法和应力的概念 .....	62
5.4 位移、变形和应变的概念 .....	64

5.5 杆件变形的基本形式 .....	65
<b>第六章 轴向拉伸与压缩</b> .....	<b>67</b>
6.1 拉伸与压缩时的内力、应力 .....	67
6.2 拉伸与压缩时的强度计算 .....	70
6.3 拉伸与压缩的变形计算 .....	72
6.4 材料在拉伸与压缩时的力学性能 .....	73
6.5 应力集中的概念 .....	76
6.6 拉伸与压缩时的静不定问题 .....	76
6.7 连接件的实用计算 .....	80
思考题 .....	82
习题 .....	83
<b>第七章 扭转</b> .....	<b>87</b>
7.1 外力偶矩、扭矩与扭矩图 .....	87
7.2 薄壁圆筒的扭转 .....	89
7.3 圆轴扭转时的应力与变形 .....	90
7.4 圆轴扭转时的强度和刚度计算 .....	93
思考题 .....	96
习题 .....	96
<b>第八章 弯曲内力</b> .....	<b>99</b>
8.1 平面弯曲的概念及实例 .....	99
8.2 梁的计算简图 .....	100
8.3 弯曲内力——剪力和弯矩 .....	101
8.4 剪力图和弯矩图 .....	104
8.5 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系 .....	108
8.6 用叠加法作弯矩图 .....	110
思考题 .....	110
习题 .....	111
<b>第九章 截面的几何性质</b> .....	<b>116</b>
9.1 静矩和形心 .....	116
9.2 惯性矩和惯性半径 .....	117
9.3 主轴的概念 .....	119
9.4 平行移轴公式 .....	119
思考题 .....	120
习题 .....	121
<b>第十章 弯曲应力</b> .....	<b>123</b>
10.1 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	123
10.2 弯曲正应力的强度条件 .....	127
10.3 弯曲切应力简介 .....	131
10.4 提高弯曲强度的主要措施 .....	133
思考题 .....	136
习题 .....	136
<b>第十一章 弯曲变形</b> .....	<b>140</b>
11.1 工程中的弯曲变形问题 .....	140

11.2	挠曲线的近似微分方程 .....	140
11.3	用积分法求梁的变形 .....	142
11.4	用叠加法求梁的变形 .....	147
11.5	梁的刚度计算 .....	149
11.6	提高弯曲刚度的主要措施 .....	150
	思考题 .....	151
	习题 .....	151
<b>第十二章</b>	<b>能量法 .....</b>	<b>155</b>
12.1	外力功与应变能计算 .....	155
12.2	莫尔定理 .....	157
12.3	卡氏定理 .....	161
12.4	用力法解静不定问题 .....	163
	思考题 .....	166
	习题 .....	167
<b>第十三章</b>	<b>应力状态与强度理论 .....</b>	<b>169</b>
13.1	应力状态的概念 .....	169
13.2	二向应力状态分析 .....	171
13.3	三向应力状态的最大应力 .....	175
13.4	广义胡克定律 .....	176
13.5	强度理论 .....	178
	思考题 .....	182
	习题 .....	182
<b>第十四章</b>	<b>组合变形 .....</b>	<b>185</b>
14.1	组合变形的概念 .....	185
14.2	弯曲与拉伸(压缩)的组合 .....	186
14.3	弯曲与扭转的组合 .....	190
	思考题 .....	192
	习题 .....	193
<b>第十五章</b>	<b>压杆稳定 .....</b>	<b>196</b>
15.1	压杆稳定的概念 .....	196
15.2	细长压杆的临界压力 .....	197
15.3	欧拉公式的适用范围 .....	200
15.4	压杆稳定计算 .....	204
15.5	提高压杆稳定性的措施 .....	206
	思考题 .....	208
	习题 .....	209
<b>* 第十六章</b>	<b>动载荷及交变应力 .....</b>	<b>212</b>
16.1	概述 .....	212
16.2	匀加速运动构件的应力计算 .....	212
16.3	冲击应力的计算 .....	214
16.4	交变应力下材料的破坏 .....	216
16.5	交变应力的循环及材料的疲劳极限 .....	217
16.6	影响构件疲劳极限的因素 .....	219

16.7 构件的疲劳强度校核 .....	221
思考题 .....	223
习题 .....	223
习题答案 .....	225
附录 型钢表 .....	232



# 绪 论

## 一、工程力学的研究对象与内容

工程力学是研究物体机械运动的一般规律以及构件的强度、刚度和稳定性的科学,它包括了理论力学和材料力学两门课程中的有关内容,是一门理论性和实践性都较强的课程。

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化。机械运动是最常见、最简单的运动形式。在工程实际应用中,有的物体作机械运动,有的物体处于静止状态,静止是机械运动的特殊情况。研究机械运动的规律以及静止物体的受力平衡问题,都要用到理论力学的知识。

结构物体和机器都是由构件组成的。构件在工作时总要受到载荷的作用,为了使构件在载荷的作用下能正常工作而不被破坏,也不发生过度的变形和丧失稳定,就要求构件具有一定的强度(抵抗破坏的能力)、刚度(抵抗变形的能力)和稳定性(保持原有平衡形态的能力),而材料力学就是研究构件的强度、刚度和稳定性的科学。

本教材只包括理论力学中的静力学部分(研究物件的受力及力系的简化与平衡条件)和材料力学。

## 二、工程力学的研究方法

工程力学和其他学科一样,为抓住问题的主要因素而忽略次要因素,需要应用已有的知识和经验对所研究问题进行抽象简化,建立力学模型。例如,由于一般物体的变形很小,与物体的原始尺寸相比微不足道,所以在研究物体的平衡和运动时,可把物体抽象为刚体;而在研究物体的强度、刚度和稳定性问题时,则将物体抽象为连续、均匀、各向同性的变形体。

在建立力学模型的基础上,应用数学推演的方法,从少量的基本规律出发,得到从多方面揭示机械运动规律的定理、定律和公式,建立严密而完整的理论体系,这就是工程力学的基本研究方法。

对某一具体问题,应用力学原理得到的结论还需要实践的检验。

由于计算机技术的飞速发展和广泛应用,工程力学的研究方法(即理论方法和实验方法)也需要更新。而随着研究方法和研究手段的变革,工程力学也将从工程设计的辅助手段发展为主要手段。

## 三、学习工程力学的目的

工程力学是一门技术基础课,它所阐述的规律一方面具有普遍性,是一门基础科学;另一方面又和工程实际问题紧密相联,是一门技术科学。它为机械设计等后续课程提供必要的理论基础,是工程类专业学生从基础课学习向专业课学习过渡的桥梁。

工程力学的研究方法具有一定的代表性,因此充分理解工程力学的研究方法,不仅有助于深入地掌握这门学科,而且有助于学习其他科学技术理论,有助于培养辩证唯物主义世界观和正确的分析问题、解决问题的能力,为今后解决工程实际问题和从事科学研究工作打下基础。



第 一 篇  
静 力 学



# 第一章 静力学的基本概念、公理和物体的受力分析

## 1.1 静力学的基本概念

静力学(statics)是研究物体在力系作用下的平衡条件的科学。力系(force system),是指作用于物体上的一群力。平衡(equilibrium),是指物体相对于惯性参考系(如地面)处于静止或匀速直线运动状态。如房屋、桥梁、工厂中的各种固定设备及作匀速直线运动的车辆等,都处于平衡状态。平衡是机械运动的特殊情况。

静力学主要研究以下三个基本问题。

### 1. 物体的受力分析

分析物体的受力情况,即物体受几个力,每个力的作用位置和方向如何。

### 2. 力系的等效替换(或简化)

若作用在刚体上的一力系可用另一力系来代替而不改变它对刚体的作用效应,则称这两个力系为等效力系或互等力系。所谓力系的简化,就是用一个简单的等效力系来代替作用在刚体上的一个复杂力系。研究力系简化的目的是为了简化刚体的受力情况,以便于进一步分析和研究刚体在力系作用下的平衡条件或运动规律。

### 3. 建立各种力系的平衡条件

物体平衡时,作用在物体上的各种力系所需满足的条件称为平衡条件(condition of equilibrium)。

在工程中常见的力系按其作用线的位置可分为平面力系(coplanar force system)和空间力系(spatial force system)两大类;还可进一步划分为平行力系、汇交力系和任意力系。各种力系的平衡条件具有不同的特点,使物体处于平衡状态的力系称为平衡力系。研究力系的平衡条件在工程上具有十分重要的意义,它是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。

## 一、力的概念

力是人们在长期的生产和生活实践中,通过反复观察、实验和分析而逐渐形成的抽象概念。力(force)是物体间的相互作用,其结果是使物体的机械运动状态发生变化或使物体产生变形,即物体受力后产生的效应有两种:一种是机械运动状态的变化,称之为力对物体的外效应或运动效应(effect of motion),如原来静止的物体在力的作用下由静止开始运动;另一种是变形,称之为力对物体的内效应或变形效应(effect of deformation),如弹簧受力会伸长。静力学只研究力的外效应。

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的基本要素,即力的大小、方向、作用点,简称为力的三要素(three elements of a force)。

力的大小表示物体之间机械作用的强弱,在国际单位制(SI)中,以牛顿(N)或千牛顿(kN)作为力的单位。

力的方向表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。

力的作用点是力作用在物体上的部位。实际上,当两个物体相互作用时,力总是分布地作用在一定的面积上的。如果力作用的面积很大,就称之为分布力(distributed force),例如图 1.1(a)所示的管子受均匀分布的内压力作用,其单位面积上的压力为  $p$ 。如果力的作用面积很小,可近似地看成作用在一个点上,这种力称之为集中力(concentrated force),该点称为力的作用点,例如图 1.1(b)所示作用在重物上的绳索的拉力  $T$ 。

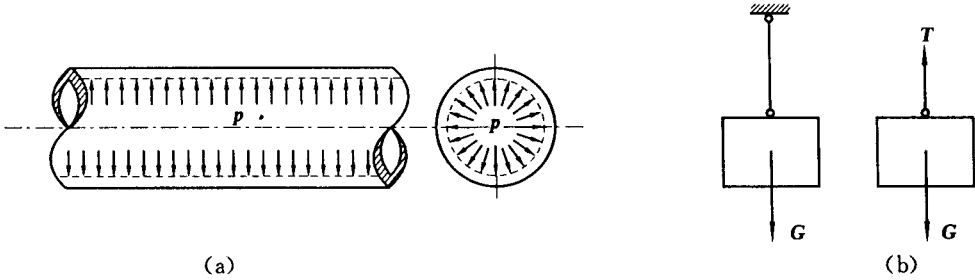


图 1.1

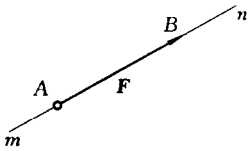


图 1.2

力的三要素表明:力是一个矢量,它可用具有方向的线段来表示(图 1.2)。有向线段的起点(或终点)表示力的作用点;有向线段的方位和箭头指向表示力的方向;有向线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线称为力的作用线。在静力学中,用粗体字母  $\mathbf{F}$  表示力矢量,而用普通字母  $F$  表示力的大小。

## 二、刚体的概念

所谓刚体是指在任何力作用下都不发生变形的物体,或者说其内任意两点间的距离始终保持不变的物体。显然,这是一个抽象化的模型,实际上并不存在这样的物体,因为任何物体受力后都会或多或少地发生变形。然而工程实际应用中很多物体的变形都非常微小,当研究它们的平衡和运动时可对其忽略不计,从而使研究的问题大为简化。

将物体抽象为刚体是有条件的,这与所研究问题的性质有关。如果在所研究的问题中,物体的变形成为主要因素时,就不能再把物体视为刚体,而要视为变形体。

静力学中所研究的物体只限于刚体,因此,静力学又称为刚体静力学(statics of rigid bodies)。以后将会看到,当研究变形体的平衡问题时,也是以刚体静力学的理论为基础的。

## 1.2 静力学公理

所谓公理,就是人们在生产和生活实践中长期积累的经验总结,是经过大量实践的检验、证明是符合客观实际的为人们所公认的普遍规律。静力学中所有定理和结论都是由以下几个基本公理推演出来的。

**公理 1 二力平衡公理** 一个刚体受两个力作用而处于平衡状态,其必要和充分条件是:两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上(图 1.3)。

公理 1 给出了刚体受最简单的力系作用时的平衡条件。由经验可知,自由刚体在只受一个力作用时是不可能平衡的。在工程中常用到图 1.4 所示的一类构件,其特点是构件只受两个力作用而保持平衡,称之为二力构件,简称二力杆。根据二力平衡公理可以断定,这两个力

的方向必定沿着两个力作用点 A、B 的连线,且等值、反向。二力杆在工程实际应用中经常遇到。

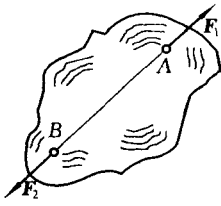


图 1.3

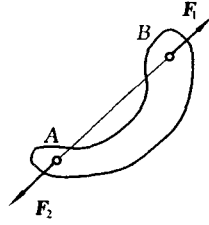


图 1.4

**公理 2 力的平行四边形法则** 作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个力,其大小和方向可以用这两个力为边构成的平行四边形的对角线来表示,其作用点即为原来两力的交点。这个力和原来的两个力等效,称为原来两力的合力。

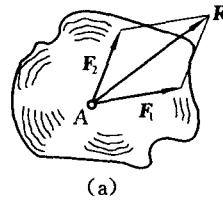


图 1.5

如图 1.5(a)所示,  $R$  即为力  $F_1$  和  $F_2$  的合力,  $A$  为其作用点。合力  $R$  等于  $F_1$  和  $F_2$  的矢量和或几何和,即

$$R = F_1 + F_2$$

这个公理总结了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。由此,也可以用力三角形法则求力  $F_1$  和  $F_2$  的合力  $R$ ,即画出力  $F_1$  或  $F_2$  中的一力,再以该力的终点为起点画第二个力,连接第一个力的起点和第二个力的终点,形成力三角形,力三角形的封闭边即为力  $F_1$  和  $F_2$  的合力  $R$ ,如图 1.5(b)所示。

**公理 3 加减平衡力系公理** 在已知力系上加上或减去任何一个平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用。因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响,所以,如果两个力系相互只差一个平衡力系,则这两个力系是等效的。这个公理是力系简化的理论根据之一。

**推论 1 力的可传性(transmissibility of force)** 作用在刚体上某点的力可以沿其作用线移到刚体内任意一点,而不会改变该力对刚体的作用效应。

**证** 设力  $F$  作用于刚体的点  $A$ ,如图 1.6(a)所示,在该力作用线上任取一点  $B$ ,根据公理 3,在点  $B$  加一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ,且使  $-F_1 = F_2 = F$ ,如图 1.6(b)所示,式中负号表示  $F_1$  的方向与  $F_2$ 、 $F$  的方向相反。由于  $F_1$  和  $F$  也是一对平衡力,根据公理 3,可将它们从力系中去掉,但并不改变刚体的运动状态,于是刚体上只剩下力  $F_2$ ,如图 1.6(c)所示,它的大小和方向与力  $F$  相同,只是作用点移到了  $B$  点。

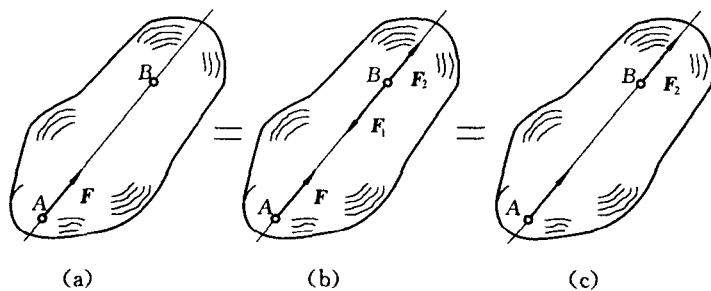


图 1.6

对于刚体而言,由于力的可传性,力的作用点已不是决定力的作用效果的一个要素,它可被其作用线所代替,因此作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿作用线移动,这种矢量称为滑动矢量。

注意:力的可传性不适用于研究力对物体的变形效应。例如,一根直杆受到一对平衡拉力  $F$  和  $F'$  作用时,它将沿轴线伸长,如图 1.7(a)所示,若将两力按力的可传性而互相移位,则杆将受压力作用而沿轴向缩短,如图 1.7(b)所示。显然,伸长和缩短是两种完全不同的变形效应。因此在这种情况下,力的作用点仍是决定力的作用效应的一个因素,必须将力视为固定矢量。

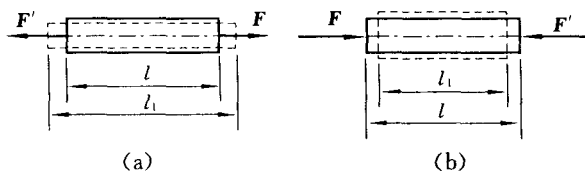


图 1.7

**推论 2 三力平衡汇交定理** 如果物体在 3 个互不平行的共面力作用下处于平衡状态,则这 3 个力的作用线必定汇交于一点。

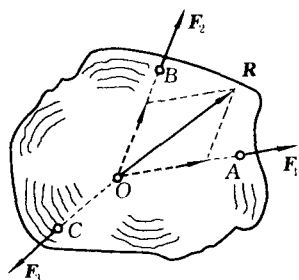


图 1.8

**证** 设有 3 个共面、互不平行的力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别作用于物体的 A、B、C 3 点,使物体处于平衡状态,如图 1.8 所示。延长  $F_1$  和  $F_2$  的作用线,得交点 O。根据力的可传性,可将  $F_1$  及  $F_2$  移至点 O(图中用虚线表示其力矢),并按平行四边形法则求得其合力  $R$ ,以代替  $F_1$  和  $F_2$ 。根据二力平衡公理,力  $F_3$  和  $R$  必在同一直线上,且大小相等、方向相反,所以力  $F_3$  的作用线也必通过点 O。

若物体受 3 个互不平行的共面力作用而平衡,则只要知道两个力的方向,可根据三力平衡汇交定理确定第三个力的方向。

**公理 4 作用和反作用定律** 一物体对另一物体有一作用力时,另一物体对此物体必有一反作用力。这两个力大小相等,方向相反,且沿同一直线作用。

公理 4 概括了任何两物体间相互作用的关系,不论物体是处于静止状态还是运动状态,研究对象是刚体还是变形体,它都普遍适用。即所有的力都是成对存在的,有作用力就必然有反作用力。在研究由几个物体构成的系统的受力关系时,作用力与反作用力的分析尤为重要。

注意,作用力和反作用力不能与二力平衡公理中的一对平衡力相混淆。一对平衡力是作用在同一研究对象上的,而作用力与反作用力则是分别作用在两个不同的研究对象上的。

**公理 5 硬化原理** 变形体在某一力系作用下处于平衡时,若将变形体硬化为刚体,其原来的平衡状态并不改变。

公理 5 建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的联系。即刚体平衡所需满足的条件对于变形体仍然是需要的,对刚体是必要而且是充分的平衡条件,对变形体则只是必要的,并不一定是充分的。不过,由公理 5,我们可以把刚体平衡所需的条件,全部应用到变形体的平衡上去。所以,硬化原理为刚体力学向变形体力学的过渡提供了条件。



### 1.3 约束与约束反力

有些物体,如飞行中的飞机、炮弹等,能在空中任何方向运动,这类位移不受任何限制的物体称为自由体(free body);而有些物体,如在轨道上行驶的火车,只能沿轨道行驶,这类位移受到某些限制的物体称为非自由体(constrained body)。静力学研究的主要对象是非自由体,非自由体的位移之所以受到限制,是由于其他物体的阻碍。对非自由体在某些方向上的位移起阻碍或限制作用任何物体称为约束(constraint)。约束可能是轨道、地面,也可能是一些其他物体,如轴承、撑架、绳索等。约束在与被约束物体相连接的地方,对被约束物体的某些运动起了阻碍作用。

物体之所以有运动状态改变的趋势,是因为在物体上作用有能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力,称为主动力(applied forces)。例如,物体受到的重力、风力,人们作用于物体上的拉力等,都是主动力。对非自由体,由于主动力的作用,使其运动状态有改变的趋势,而约束阻碍了物体的运动,使物体受到阻碍其运动的力的作用,这种力称为约束反力(reactions of constraint)。约束反力的大小和方向取决于主动力的作用情况和约束的形式。约束反力的方向总是与该约束所能阻碍的物体运动的方向相反。与主动力相比,约束反力是被动的,在工程实际应用中,主动力通常是给定的或可测定的,而约束反力一般是未知的。静力学的重要任务之一就是确定未知的约束反力,而正确地判断约束反力的方向是十分重要的。下面分析几种常见约束形式的性质及确定约束反力方向的方法。

#### 1. 光滑面约束

当物体与平面或曲面接触时,如果摩擦力很小,可以忽略不计,就可以认为接触面是“光滑”的。光滑面(smooth surface)约束只能阻止物体沿着接触面的公法线向支承面的运动,而不能阻止物体离开支承面和在该支承面的切平面内的运动。因此,约束反力应通过接触点,并沿着接触面的公法线指向被约束物体。例如,在轮与轨道接触时(图 1.9),若不计钢轨的摩擦,则钢轨可视为光滑面约束,车轮在主动力  $G$  作用下有向下运动的趋势,而约束反力  $N$  则沿公法线且铅直向上。

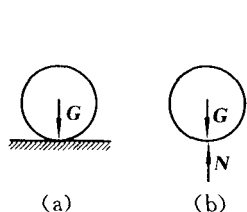


图 1.9

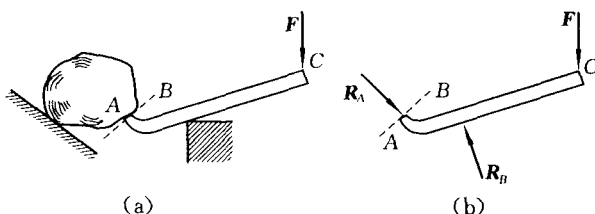


图 1.10

若具有光滑面的物体搁在支承物的尖端上,则约束对物体的约束反力的方向应垂直于物体和尖端的公切线。由于尖端处的切线是不定的,所以这时公切线的方位要根据物体来确定。如图 1.10(a)所示,用一直杆  $AC$  撬一块石头,在  $A$  端,接触点的支承反力应垂直于接触点处石头的公切线;在  $B$  端,接触点的约束反力应垂直于直杆在该接触点处的公切线,如图 1.10(b)所示。

#### 2. 柔性约束

由绳索、皮带、链条等柔性物体构成的约束称为柔性约束。由于柔性物体本身只能受拉不