21世纪高等院校应用型规划教材

高等数学（上）

Gaodeng Shuxue

◆主　编　邹志红
◆副主编　万　萍　凌巍炜

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

21世纪高等院校应用型规划教材

高等数学
(上)

主 编 邹志红
副主编 万 萍 凌巍炜

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是作者经过充分调研，并在汲取多种教材编写经验的基础上完成的。全书分为上下两册，上册内容包括函数、极限与连续；导数与微分；导数的应用；不定积分；定积分及其应用；基于 Mathematica 的数学实验。

本书的突出特点是以应用为目的，以必须、够用为原则，叙述深入浅出，语言通俗易懂，因此既可作为高职高专、成人教育学生的教材，也可作为广大数学爱好者的自学读物。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 上/邹志红主编. —北京：北京理工大学出版社，2007.9
ISBN 978-7-5640-1213-7

Ⅰ. 高…　Ⅱ. 邹…　Ⅲ. 高等数学-高等学校-教材　Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 141262 号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本 / 787 毫米×960 毫米　1/16
印　　张 / 15.75
字　　数 / 316 千字
版　　次 / 2007 年 9 月第 1 版　　2007 年 9 月第 1 次印刷
印　　数 / 1～4000 册　　责任校对 / 陈玉梅
定　　价 / 42.00 元（共 2 册）　　责任印制 / 周瑞红

图书出现印装质量问题，本社负责调换

前　　言

《高等数学》是高职院校理工科及其经济类、管理类等各专业学生的一门重要的公共基础课。在职业教育迅猛发展的今天，《高等数学》课程如何进行教学改革，以适应高职教育发展的需要，是摆在广大数学教育工作者面前的一个重要的课题。近几年，江西应用技术职业学院在数学教学改革方面进行了一些有益的探索，并取得了一定的经验和成效，《高等数学》课程也因此被评为2006年度江西省优质课程，为了进一步深化教学改革，落实“以服务为宗旨，以就业为导向，培养高素质高等技术应用型人才”的培养目标，就必须进行课程结构的调整，课程内容的优化。因此，编写一套目标定位准确，符合高职教育特点的《高等数学》教材就显得尤为重要。为此，经过充分调研，并在汲取多种教材编写经验的基础上，编写了这套《高等数学》教材。本教材的特点为：

（1）体现了“以应用为目的，以必须、够用为度的原则”。在内容的编排上，充分考虑到不同专业的需求，注意与专业课的衔接；在知识结构上，既体现了数学概念的准确性和完整性，又不过分追求理论的严谨性，略去了大多数定理的证明，只对少数重要定理加以证明。注重培养学生基本运算能力、分析问题的能力和解决问题的能力。

（2）注意到高职学生的特点，语言尽量通俗化，对一些概念、定理尽量采取学生容易理解的方式叙述，在引进概念时，注重理论与实践相结合，尽量按照“实践—理论—实践”的认识过程编写，做到由特殊到一般，再由一般到特殊，力求通俗易懂、深入浅出、循序渐进。

（3）注重现代化技术手段的应用。本书上册第6章介绍了Mathematica数学软件的功能及其在数学计算方面的应用，并使用该软件解决了本书中有关的计算问题，以培养学生应用计算机技术解决数学问题的能力。该章内容具有相对独立性，可在完成基本教学内容的基础上，根据实际情况进行教学。

（4）体现数学在实际中的应用，重视学生数学应用能力的培养。教材中引入了数学建模的基本概念。并介绍了一些常见实际问题的数学模型的建立方法，以培养学生利用数学知识解决实际问题的能力，提高学生的数学思维品质，提高学生学习数学的兴趣。

本教材分上下两册，上册内容有一元函数微积分、Mathematica软件简介、数学建模初步；下册内容有常微分方程、多元函数微积分。为便于教学，把线性代数中的行列式、矩阵和线性方程组等内容作为一章也编录进下册。

参加本书上册编写的有邹志红（第1章1～7节、第4章、第5章），万萍（第2章、第3章），凌巍炜（第1章第8节、第6章）。

参加本书下册编写的有方志宏（第 2 章），谢良金（第 1 章、第 3 章），邓通德（第 4 章）。

邹志红和方志宏分别承担上、下两册的总纂定稿工作。

由于编者水平有限，且时间仓促，教材中难免存在缺点和错误，敬请广大师生、读者批评指正。

编　者

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续 ……………………………………………………………… (1)
§1－1　函　数 ……………………………………………………………………………… (1)
§1－2　函数的极限 ………………………………………………………………………… (11)
§1－3　无穷小与无穷大 …………………………………………………………………… (18)
§1－4　极限的四则运算法则 ……………………………………………………………… (22)
§1－5　两个重要极限 ……………………………………………………………………… (26)
§1－6　无穷小的比较 ……………………………………………………………………… (30)
§1－7　函数的连续性 ……………………………………………………………………… (32)
§1－8　数学建模初步 ……………………………………………………………………… (40)
复　习　题 ………………………………………………………………………………… (49)

第 2 章　导数与微分 ……………………………………………………………………… (52)
§2－1　导数的概念 ………………………………………………………………………… (52)
§2－2　函数和、差、积、商的求导法则 ………………………………………………… (60)
§2－3　初等函数的导数 …………………………………………………………………… (63)
§2－4　隐函数与参数式函数的求导法则 ………………………………………………… (70)
§2－5　高阶导数 …………………………………………………………………………… (73)
§2－6　微分及其在近似计算中的应用 …………………………………………………… (76)
复　习　题 ………………………………………………………………………………… (82)

第 3 章　导数的应用 ……………………………………………………………………… (85)
§3－1　洛必达法则 ………………………………………………………………………… (85)
§3－2　函数的单调性 ……………………………………………………………………… (88)
§3－3　函数的极值与最值 ………………………………………………………………… (91)
§3－4　曲线的凹凸、拐点与函数图形的描绘 …………………………………………… (96)
§3－5　一元函数微分学在经济上的应用 ………………………………………………… (101)
复　习　题 ………………………………………………………………………………… (108)

第 4 章　不定积分 …… (109)
§4-1　不定积分的概念与性质 …… (109)
§4-2　换元积分法 …… (116)
§4-3　分部积分法 …… (124)
§4-4　积分表的应用 …… (127)
复　习　题 …… (130)

第 5 章　定积分及其应用 …… (132)
§5-1　定积分的概念 …… (132)
§5-2　微积分基本公式 …… (141)
§5-3　定积分的换元法与分部积分法 …… (145)
§5-4　定积分在几何上的应用 …… (149)
§5-5　定积分在物理上的应用 …… (157)
§5-6　积分区间为无限的广义积分 …… (160)
复　习　题 …… (163)

第 6 章　基于 Mathematica 的数学实验 …… (165)
§6-1　Mathematica 软件基础 …… (165)
§6-2　实验指导 …… (181)

附录Ⅰ　常用积分公式表 …… (218)
附录Ⅱ　习题答案 …… (227)
参考文献 …… (243)

第1章

函数、极限与连续

微积分学研究的主要对象是定义在实数集上的函数，而极限是研究函数的主要工具，是微积分的理论基础. 本章将在复习和深化函数知识的基础上，学习极限的定义，讨论极限的有关性质及其运算，最后介绍连续函数的概念和性质.

§1－1　函　数

客观世界中，一切事物总是在不断地运动变化着. 为了掌握事物运动变化的客观规律，17世纪初，数学家首先从对运动的研究中引出了函数这个基本概念，在那以后的 200 多年里，这个概念在几乎所有的科学研究工作中占据了中心位置.

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义1　设 D 是一个非空实数集，如果对于 D 内任意 x 的值，按照某一对应法则 f，变量 y 都有唯一确定的值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$，其中 x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为函数的定义域.

对于函数符号 $y=f(x)$，作如下几点说明：

(1) $f(x)$ 是一个完整的记号，不可理解为 f 乘以 x. 事实上，f 代表 y 与 x 之间的对应法则. 例如，若用 $y=f(x)$ 代表函数 $y=2x^2+1$，f 就表示这样的对应法则：x 平方的两倍再加 1 对应的就是 y 值.

(2) 有时因变量和对应法则用同一个字母表示. 如路程 s 与时间 t 的关系常常会用函数式 $s=s(t)$ 表示，这里出现了两个 s，但这两个 s 代表的意义却不相同，左边的 s 表示路程变量，右边的 s 表示对应法则，切不可混淆. 即

$$\begin{array}{ccc} s & = & s(t) \\ \Uparrow & & \Uparrow \\ \text{代表路程变量} & & \text{代表路程与时间的对应法则} \end{array}$$

注： 函数的定义域和对应法则是确定函数的两个要素. 两个函数相等的充要条件是它们的定义域和对应法则均相同.

2. 函数值的记号

在函数 $y=f(x)$ 中，当 x 取 $x_0\in D$ 时，对应的 y 值称为函数在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$. 有时也记作 $y(x_0)$ 或 $y\,|_{x=x_0}$. 当 x 取遍 D 中的一切实数时，对应的函数值的集合称为函数的值域.

下面举例说明函数值的求法.

例 1 已知 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$，求 $f(3)$，$f(a)$，$f(2x+1)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

解 因为 $f(3)$ 表示 x 等于 3 时候的函数值，所以只须在 $f(x)$ 中将 x 换成 3 即可，此时求得 $f(3)=\dfrac{3}{10}$.

一般地，计算 $f(x)$ 在某处的函数值，只要把自变量的值填进下式的括号里即可

$$f(\ )=\frac{(\ )}{1+(\ )}$$

括号内的值可以是常量、变量或函数关系式，于是有

$$f(a)=\frac{(a)}{1+(a)^2}=\frac{a}{1+a^2}\ ;\qquad f(2x+1)=\frac{(2x+1)}{1+(2x+1)^2}=\frac{2x+1}{1+(2x+1)^2}\ ;$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\left(\dfrac{1}{x}\right)}{1+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2}=\frac{x}{1+x^2}.$$

3. 函数的表示法

(1) 表格法：以表格的形式来表示两个变量之间的函数关系的方法称为表格法. 如数学用表中的三角函数、对数函数等就是用表格法表示的函数.

(2) 图象法：用图象表示两个变量之间函数关系的方法称为图象法.

(3) 解析法：用数学式子表示两个变量之间函数关系的方法称为解析法，又称公式法.

如函数 $y=\sqrt{x^2+y^2}$，$y=\ln(2x^2+3)$ 等都是用公式法来表示的. 高等数学中所讨论的函数大多用的是公式法.

如果在不同的定义域内，用不同的解析式来表示，那么这样的函数称为分段函数. 如

$$y=f(x)=\begin{cases} x^2 & x>0 \\ 3 & x<0 \end{cases}$$

就是一个分段函数. 求分段函数的函数值时，要将自变量的值代入相应的解析式计算. 如该例中 $f(5)=5^2=25$，$f(-5)=3$.

注意： 分段函数是由几个解析式联立表示一个函数，而不是几个函数.

4. 函数的定义域

对于应用问题，函数的定义域要根据问题的实际意义来确定. 对于解析式表示的函数，定义域就是使解析式有意义的自变量的全体. 因此，求函数的定义域时，要求函数满足以下几点：

(1) 分式的分母不能为零；

(2) 偶次根式，被开方数必须为非负；

(3) 对数式中的真数要大于零；

(4) 幂函数、三角函数、反三角函数要考虑各自的定义域；

(5) 若表达式是由几个数学式组成，则其定义域是各部分定义域的交集.

例 2 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{x^2-2x-15}$； (2) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}+\ln(3x+5)$；

(3) $y=\arccos\dfrac{3x+1}{2}$； (4) $y=\begin{cases}x^2 & x>0\\ 3 & x<0\end{cases}$.

解 (1) 要使函数有意义，必须 $x^2-2x-15\neq 0$，即 $(x+3)(x-5)\neq 0$，所以函数的定义域为 $(-\infty,-3)\cup(-3,5)\cup(5,+\infty)$.

(2) 要使函数有意义，必须 $\begin{cases}x-2>0\\ 3x+5>0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x>2\\ x>-\dfrac{5}{3}\end{cases}$，所以函数的定义域为 $(2,+\infty)$.

(3) 要使函数有意义，必须 $\left|\dfrac{3x+1}{2}\right|\leqslant 1$，解得 $-1\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{3}$，所以函数的定义域为 $\left[-1,\dfrac{1}{3}\right]$.

(4) 这是一个分段函数，分段函数的定义域是各段定义区间的并集，所以此函数的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

二、函数的特性

1. 奇偶性

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数. 如果对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为奇函数. 偶函数的图形关于 y 轴对称(见图 1-1)，奇函数的图形关于原点对称

(见图 1-2).

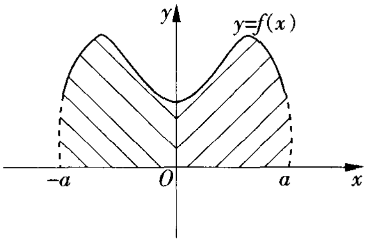


图 1-1

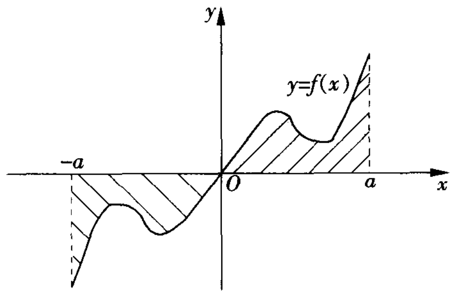


图 1-2

例 3 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=\cos x+2x^2$;　　(2) $f(x)=3x^3+\sin x$;

(3) $f(x)=\sqrt{2x-1}$;　　(4) $f(x)=2^x-2^{-x}$.

解 (1) 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,且对于任意 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有 $f(-x)=\cos(-x)+2(-x)^2=\cos x+2x^2=f(x)$,所以 $f(x)$ 是偶函数.

(2) 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,且对于任意 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有 $f(-x)=3(-x)^3+\sin(-x)=-(3x^3+\sin x)=-f(x)$,所以 $f(x)$ 是奇函数.

(3) 因为 $f(x)$ 的定义域 $D=\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 不是关于原点对称,所以 $f(x)$ 是非奇非偶函数.

(4) 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,且对于任意 $x\in(-\infty,+\infty)$,都有 $f(-x)=2^{-x}-2^x=-(2^x-2^{-x})=-f(x)$,所以 $f(x)$ 是奇函数.

对于熟悉的函数,可以直接根据函数的图象判断函数的奇偶性.

2. 单调性

定义 3 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义,如果对于任意两点 $x_1, x_2\in I$,当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内是单调增加的,I 称为函数的单调增加(或递增)区间.如果当 $x_1<x_2$ 时,恒有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 是单调减少的,I 称为函数的单调减少(或递减)区间.单调增加与单调减少的函数统称为单调函数,所对应的区间称为单调区间.单调增函数的图象沿 x 轴的正向上升(见图 1-3),单调减函数的图象沿 x 轴的正向下降(见图 1-4).

例如,函数 $y=x^2$(见图 1-5)在区间 $(-\infty,0)$ 上是单调下降的,在区间 $(0,+\infty)$ 上是单调上升的. 因此区间 $(-\infty,0)$ 与区间 $(0,+\infty)$ 分别是函数的单调递减区间与单调递增区间.

3. 有界性

定义 4 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义,如果存在一个正数 M,使得对于任意 $x\in I$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称 $f(x)$ 在区间 I 上有界.

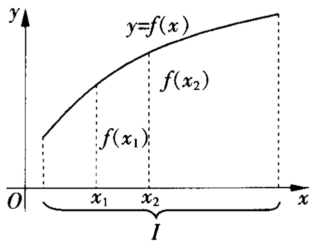


图 1－3

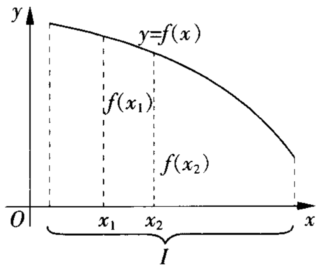


图 1－4

有界函数的图形必介于两条平行线 $y=-M$ 和 $y=M$ 之间(见图 1－6).

例如,函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 都是区间 $(-\infty,+\infty)$ 上的有界函数.

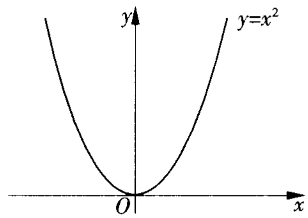


图 1－5

4. 周期性

定义 5 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,如果存在不为零的实数 l,使得对于任意 $x\in D$,恒有 $f(x+l)=f(x)$,则称 $f(x)$ 是以 l 为周期的周期函数. 周期函数的周期有无数个,将所有周期中最小的正数称为函数的最小正周期.

例如,$y=\sin x$, $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数, $y=\tan x$, $y=\cot x$ 是以 π 为周期的周期函数.

以 l 为周期的周期函数,其图形的特点是:在定义域内每隔长度为 l 的区间上函数图形有相同的形状(见图 1－7).

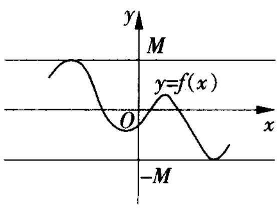


图 1－6

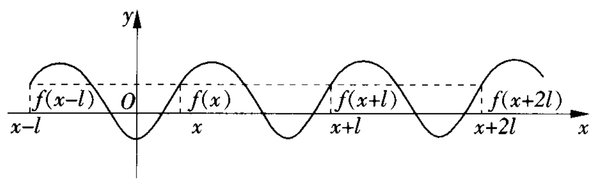


图 1－7

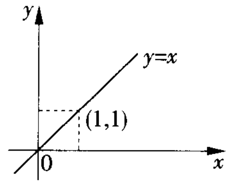
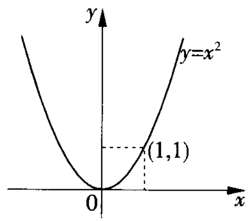
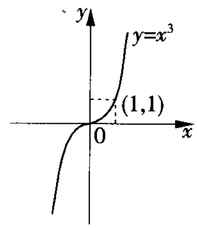
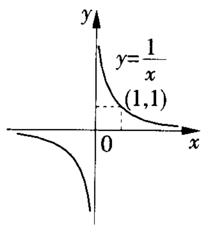
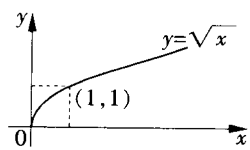
三、初等函数

1. 基本初等函数

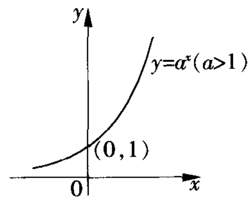
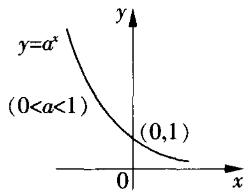
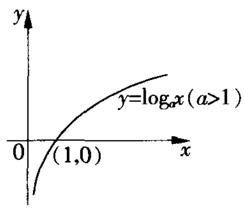
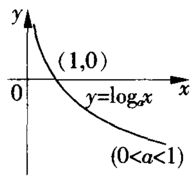
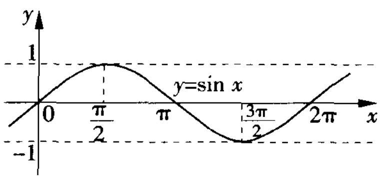
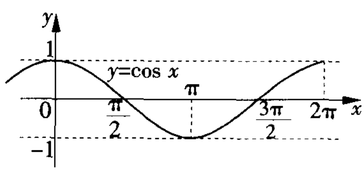
幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为基本初等函数. 现将基本初等

函数的定义域、值域、图象和性质列表 1－1：

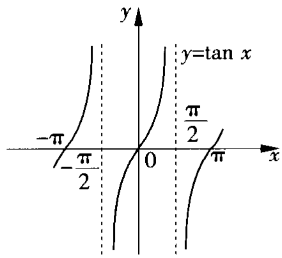
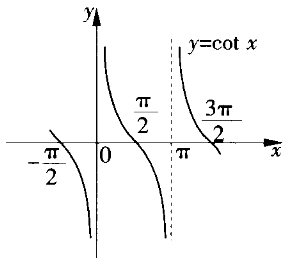
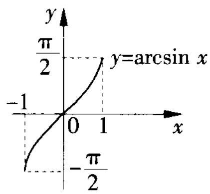
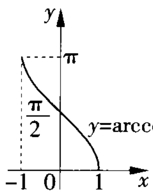
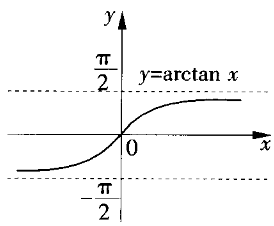
表 1－1

	函数	定义域与值域	图　象	特　征
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数，在$(-\infty,0]$内单调减少，在$[0,+\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数，在$(-\infty,0)$内单调减少，在$(0,+\infty)$内单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加

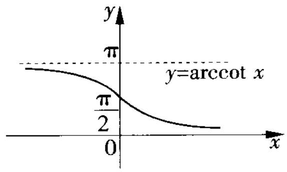
续表

	函数	定义域与值域	图　象	特　征
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期为 2π，有界，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加

续表

	函数	定义域与值域	图　象	特　征
三角函数	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,周期为 π,在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,周期为 π,在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		单调减少,有界
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数,单调增加,有界

续表

	函数	定义域与值域	图象	特征
反三角函数	$y=$ arccot x	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		单调减少,有界

2. 复合函数

定义 6 设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$,如果对于一定范围内的 x 的任意取值,通过 u 都有唯一确定的 y 值与之对应,则 y 通过变量 u 的联系成为 x 的函数,这个函数称为由 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数,记作 $y=f[\varphi(x)]$, u 称为中间变量.

例如 $y=\sin u$, $u=2^x$就构成了复合函数 $y=\sin(2^x)$.

必须指出:不是任何两个函数都可以构成复合函数,要构成复合函数,必须 $u=\varphi(x)$ 的值域的部分或全部包含在函数 $y=f(u)$ 的定义域内,即 $u=\varphi(x)$ 的值域与函数 $y=f(u)$ 的定义域的交集是非空集合,否则就不能构成复合函数. 例如, $u=x^2+2$ 和 $y=\arcsin u$ 就不能构成复合函数,因为 $u=x^2+2$ 的值域$[2,+\infty)$与 $y=\arcsin u$ 的定义域 $[-1,1]$ 的交集是空集,因此不能构成复合函数.

例 4 已知 $y=u^3$, $u=\cot v$, $v=\sqrt{x}$,将 y 表示成 x 的函数.

解 y 可表示成 $y=\cot^3\sqrt{x}$.

例 5 指出下列复合函数的复合过程:

(1) $y=\sin(\cos x)$; (2) $y=\mathrm{e}^{\tan x^2}$;

(3) $y=\ln 2^x$; (4) $y=\sqrt{\arctan(2x+3)}$.

解 (1) 函数 $y=\sin(\cos x)$ 是由 $y=\sin u$, $u=\cos x$ 复合而成的.

(2) 函数 $y=\mathrm{e}^{\tan x^2}$是由 $y=\mathrm{e}^u$, $u=\tan v$, $v=x^2$复合而成的.

(3) 函数 $y=\ln 2^x$是由 $y=\ln u$, $u=2^x$复合而成的.

(4) 函数 $y=\sqrt{\arctan(2x+3)}$ 是由 $y=\sqrt{u}$, $u=\arctan v$, $v=2x+3$ 复合而成的.

注: 分解复合函数时应把各层函数分解到基本初等函数或基本初等函数及常数经有限次四则运算所构成的函数为止.

3. 初等函数

定义 7 由基本初等函数和常数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合运算所形成,并且能用一个解析式表示的函数称为初等函数,例如前面所遇到的函数 $y=$

$\sqrt{\arctan(2x+3)}$，$y=\sin(\cos x)$，$y=\ln 2^x$等都是初等函数.分段函数一般不是初等函数，因为分段函数一般不能用一个解析式表示.

高等数学讨论的函数大多数都是初等函数.

习　题　1-1

1. 判断题：

(1) 函数 $f[g(x)]$ 的定义域即 $g(x)$ 的定义域；（　　）

(2) 函数 $y=\dfrac{x}{x}$ 和 $y=1$ 表示同一个函数；（　　）

(3) $y=\sqrt{2x+5}$ 是非奇非偶函数；（　　）

(4) 两个奇函数的乘积是偶函数.（　　）

2. 设 $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$,求 $f(-x)\cdot f(x)$.

3. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & (-10\leqslant x\leqslant 0)\\ \ln x & (x>0)\end{cases}$.

(1) 求 $f(-2)$ 、$f(0)$ 、$f(\mathrm{e})$.

(2) 求函数的定义域.

4. 设 $f(x)=x^2+1$, $g(x)=\sqrt{x+1}$,求 $f[f(x)]$, $g[f(x)]$, $f[g(x)]$.

5. 设 $f(1-2x)=1-\dfrac{2}{x}$,求 $f(x)$.

6. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x-2}}$；　(2) $y=\dfrac{1}{x-1}+\sqrt{x^2-1}$；

(3) $y=\arcsin(5x-1)+\ln(x+2)$；　(4) $y=\mathrm{e}^{\sqrt{x+1}}$.

7. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0,5]$,求

(1) $f(x^2)$；　(2) $f(x-1)+f(x+1)$ 的定义域.

8. 判别函数的奇偶性：

(1) $y=x^3+\cot x$；　(2) $y=x^2+5x^3\sin x$；

(3) $y=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$；　(4) $y=\sqrt{x+2}$.

9. 指出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=\sin x^2$；　(2) $y=(3x+5)^3$；

(3) $y=\arctan^2(2^x)$；　(4) $y=\sqrt[3]{\cot(2x+1)}$；