



北京大学经济学教材系列

A ctuarial Science

精算学

张 博 / 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



北京大学经济学教材系列

A

ctuarial Science

精算学



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

精算学/张博著. —北京:北京大学出版社,2005.11

(北京大学经济学教材系列)

ISBN 7-301-09780-8

I. 精… II. 张… III. 精算学-高等学校-教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 145595 号

书 名: 精算学

著作责任者: 张 博 著

责任编辑: 朱启兵

标准书号: ISBN 7-301-09780-8/F·1246

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926

电子信箱: em@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 北京高新特打字服务社 82350640

印 刷 者: 世界知识印刷厂

经 销 者: 新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 31.75 印张 568 千字

2005 年 11 月第 1 版 2005 年 11 月第 1 次印刷

定 价: 48.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究

总 序

在经济全球化趋势不断强化和技术进步对经济活动的影响不断深化的时代,各种经济活动过程、相关关系及其经济现象不是趋于简单化,而是变得越来越复杂,越来越具有嬗变性和多样性。如何对更纷繁、更复杂、更多彩的经济现象在理论上进行更透彻的理解和把握,科学地解释、有效地解决经济活动过程中已经存在的、即将面对的系列问题,是现在的和未来的各类经济工作者面对的重要任务。

作为培养各类高素质经济建设人才的经济类院、系,其首要任务是让学生能够得到系统的、科学的、严格的专业训练,系统而深入地掌握学科的基本方法、基本原理和最新动态,为他们能够科学地解释和有效地解决他们即将面对的现实经济问题奠定基础。

基于这种认识,北京大学经济学院从2002年5月到2003年12月,在历时一年半的时间里,深入总结人才培养各个方面的经验教训,在全面考察和深入研究国内外著名经济学院、系本科生、硕士研究生、博士研究生培养方案、学科建设和课程设置经验的基础上,对本院各层次学生的培养方案和课程设置等进行了全方位改革。作为新方案的一个组成部分就是编撰经济学院系列教材。

编撰该系列教材的基本宗旨是:

第一,学科发展的国际经验与中国实际的有机结合。现有的各个学科已经出版了大量的国内外教材,尤其不乏欧美著名学者撰著的著名教材。我院部分学科在教学中曾经直接使用欧美学者撰著的一流教科书,但在教学的实践中我们也体会到,不管是哪一门国际顶尖级的教材,都存在一个怎样与中国经济实践有机结合的问题。某些基本原理和方法可能具有国际普适性,但对原理和方法的把握则必须与本土的经济活动过程相联系,把抽象性的原理与本土鲜活的、丰富多彩的经济活动现象相联系,不仅在教学中能够做到理论联系实际,而且也能有的放矢。我们力争在该系列教材中,首先要充分吸收国际范围内同门教材所承载的理论体系和方法论体系,在此基础上,切实运用中国案例进行解读和理解,让其成为能够解释和解决学生身临其境的经济现象和经济问题的知识。

第二,“成熟的”理论与方法与最新研究成果的有机结合。作为教科书的内容,必须是属于“成熟”或“相对成熟”的理论和方法,也就是具有一定“公认度”

的理论和方法,不应是“一人言”,否则就不是教材,而是“专著”。从一定意义上说,教材是“成熟”或“相对成熟”的理论和方法的“汇编”,因而,相对“滞后”于现实经济发展实际和理论研究的现状是教材的一个特点。然而,经济活动过程及其相关现象是在不断变化着的,经济理论的研究也在时刻发生着变化,今天属于“欠成熟”或属于“一人言”的理论和方法,明天就有可能成为最新的具有广泛影响力的前沿理论和方法。我们要告诉学生的不仅仅是那些已经成熟的东西,而且要培养学生把握学术发展最新动态的能力。因此,在系统介绍已有的理论体系和方法论基础的同时,该系列教材也告诉学生相关理论及其方法的创新点。

第三,“国际规范”与“中国特点”在写作范式上的有机结合。关于经济学在中国的发展的“规范化”、“国际化”、“现代化”与“本土化”的相关关系的处理,是多年来学术界关于学科发展讨论的一个热点问题。该系列教材不可能对这一有待进一步深入研究的问题进行明确的抉择。但是,能够做到的是,在写作范式上,努力做好这种结合是必须坚守的原则之一。基本理论和方法的阐述必须坚持“规范化”、“国际化”、“现代化”,但文字语言的表述应该坚守“本土化”。且不说在国际范围内汉语语言表达的生动性、丰富性,就本土学生的阅读习惯和文本解读方式来说,也必须“本土化”。充分运用鲜活、生动且尽可能深入浅出、通俗易懂的汉语语言,是本系列教材的宗旨之一。

虽然系列教材的作者都是我院主讲同门课程的教师,并且教材是他们在多年教案的基础上修订而成的,但是,有些教材离上述宗旨可能仍然存在一定的距离。然而,教材建设是一个长期的动态过程,即使是不成熟、存在这样或那样的缺陷,但拿出来真诚地倾听专家和方方面面读者的意见,以期使其不断地得到充实和修改,是我们真正的、最根本的宗旨。

十分感谢北京大学出版社的真诚合作和相关人员付出的艰辛劳动。感谢经济学院历届的学生们,你们为经济学院的教学工作做出了作为学生特有的贡献。

将此系列教材真诚地献给使用它们的学生们!

北京大学经济学院教材编委会

前 言

精算学是一门通过建立数理模型来分析未来风险所导致的财务影响的科学,它的发展源泉和主要应用领域是保险业。保险经营中的核心问题,如保险金的设计、保险事故的出险率和损失程度的估计、费率的厘定、红利的制定、退保的处理、准备金的提留、再保险的安排、保险资金的投资与管理以及保险人的资产负债管理与偿付能力管理等,始终是精算学的主题。因此,精算学也被称为保险数学。

精算学一般被分为寿险精算学和非寿险精算学。寿险精算学讨论的主要是只与人的寿命风险有关的计算问题,而涉及到所有其他保险风险的计算问题都属于非寿险精算学的范畴,包括健康险中的计算问题。

这种分类的主要原因是,相对于其他保险风险来说,人的寿命风险具有更大的稳定性,而且在仅涉及到人的寿命风险的保单中,保险金常常是事先约定的(非传统寿险保单中的保险金可能会随投保人的意愿或资本市场的变动而有所变动)。而在涉及到其他保险风险的保单中,保险金一般是直接与被保险人的实地损失相联系的,而后者是无法事先确切得知的。由于被保险人的实地损失的不确定性,致使非寿险保单的费率厘定、准备金的提留等问题都比在寿险精算中更为复杂和困难,所使用的数学工具也更艰深。

在精算学的发展史上,寿险精算学出现在非寿险精算学之前。1693年,哈雷彗星的发现者 Edmund Haley 编制了人类史上的第一张生命表。由于生命表在寿险精算学中的重要地位,这一年也就被称为精算学的诞生之年。在20世纪之前,寿险精算所依据的都是确定性模型。真正大规模的在概率论的旗帜之下统一地处理寿险精算中的所有问题,还是20世纪的事。到20世纪中期,经典的寿险精算学(Life Contingencies)已经形成。它是当今所有的寿险精算师资格考试体系中必考的内容,也是本书的主要内容之一。它主要包括精算生存模型和生命表、单生命单减因模型、多生命单减因模型和单生命多减因模型,而每种模型中要讨论的问题主要是费率的厘定、准备金的提留等。

而非寿险精算学由于相应的数学工具的缺乏,直到20世纪初才得以发展起来。破产理论、可信度理论等就是最早出现的非寿险精算学的分支理论,而且直至今日仍在继续发展之中。非寿险损失估计中遇到的各种各样的不完全数据如

何处理,在汽车保险中如何设计出运行良好的奖惩系统,非寿险的未决赔款准备金如何提留,等等,都是富有挑战性的问题,至今仍在研究之中。此外,风险的度量问题不只是保险业才关心的问题,它更具有普遍性,是金融界人士普遍关心的问题。

在当今的保险业,无论是寿险还是非寿险,都是与投资分不开的。特别是寿险,由于寿险险种多是长期的,因此,保险资金的升值在保险经营中具有决定性意义。而精算师也被要求应当精通投资学。在当今世界上主要的精算师考试体系中都有投资学的内容。

保险和金融的相互影响和相互融合是越来越明显的事实。始于20世纪70年代的金融创新,起初就是从保险中得到启发的。最早的股票期权就是为股票设计的一种保险。而归属于金融创新的资产证券化,最早的想法也是由精算师提出的(这正是现在所谓的保险风险的证券化),虽然资产证券化的真正实施是从住房抵押贷款领域而不是从保险领域开始的。此外,保险业准备金提留问题在精算上的处理对于其他领域也有着普遍的借鉴意义。而另一方面,随着非传统保险产品的出现,如保险证券化产品、投资联结产品、有限风险合约等,保险业与资本市场的联系更加密切。20世纪70年代以来发展起来的金融数学的独特方法也正被越来越深入地引进到精算学里来。

人们常说精算师是保险业的灵魂。在美国,精算师已连续多年被评为最好的职业之一,享有丰厚的待遇和受人尊敬的社会地位。事实上,精算师远不只可以在保险公司工作,由当今主要的精算师考试体系也可以看出,精算师的训练是多方面的,尤其是投资学方面的训练,致使他完全能够成为一个合格的投资专家。因此,常常可以在保险业以外的行业,如银行、证券公司、基金公司、投资咨询公司等见到精算师的身影。

基于上述原因,本书除了讲述经典寿险精算学和主要的(非寿险)精算师考试体系中所要求的非寿险精算的标准内容以外,还讲述投资科学。此外,基本的利息理论方面的知识也是投资学的基础,自然也被安排进来。

对于学习者,我想说的是,精算问题从本质上讲皆属于财务问题,但处理这些问题需要很强的数学技术,因此,本书在明确阐述了问题的保险和财务背景之后,着重强调的是处理这些问题所需要的数学训练。希望学习者在阅读本书的时候,同时拿起你的笔,亲自动手推演书中的论证过程,这本身就是一种训练。

本书作者在北京大学经济学院风险管理与保险系讲授保险精算学多年。历经两年的艰苦写作,终成此书。但由于本人才疏学浅,书中疏漏甚至错误在所难免。本人对书中的所有失误负责。还望读者赐教。

我要感谢我的父母一直以来对我的鼓励、鞭策和希望,也要感谢我的同事,

包括孙祁祥教授以及于小东、朱南军、刘新力和郑伟等,对我的帮助,更要感谢的是所有听过我的课的历届学生们,特别是张倩(现美国 Georgia State University 在读博士生)、雷蓓蓓(现加拿大 University of Waterloo 在读研究生)、钟子坝和李德发(现北京大学经济学院在读研究生)等。

本书可作为保险和精算专业学生精算学的基础教材,可作为 SOA、CAS 和中国精算师考试的参考用书,也可作为证券投资和保险精算从业人员的参考书。

张博

2005 年夏末于北京大学

第一篇 利息理论与投资科学

第一章 利息理论基础	(3)
本章概要	(3)
学习目标	(3)
1.1 利息概述	(3)
1.2 现金流分析	(8)
1.3 摊还表与偿债基金	(19)
本章总结	(25)
进一步阅读的文献	(25)
思考与练习	(25)
第二章 利率的期限结构	(27)
本章概要	(27)
学习目标	(27)
2.1 固定收益证券	(27)
2.2 利率期限结构	(34)
2.3 利率敏感性之度量	(41)
2.4 资产负债匹配	(45)
本章总结	(50)
进一步阅读的文献	(50)
思考与练习	(51)
第三章 投资组合理论	(53)
本章概要	(53)
学习目标	(53)
3.0 引言	(53)
3.1 Markowitz 投资组合理论	(53)
3.2 资本资产定价模型(CAPM)	(68)

3.3 因子模型与 APT	(78)
本章总结	(82)
进一步阅读的文献	(82)
思考与练习	(83)
第四章 无套利资产定价理论	(85)
本章概要	(85)
学习目标	(85)
4.0 引言	(85)
4.1 单期模型	(86)
4.2 多期模型	(91)
4.3 利率模型	(97)
4.4 利率衍生品	(100)
本章总结	(108)
进一步阅读的文献	(108)
思考与练习	(109)

第二篇 寿险精算学

第五章 精算生存模型与生命表	(113)
本章概要	(113)
学习目标	(113)
5.0 引言	(113)
5.1 寿命	(115)
5.2 余寿	(117)
5.3 取整余寿	(122)
5.4 关于分数年龄的假设	(123)
本章总结	(130)
进一步阅读的文献	(130)

思考与练习	(131)
第六章 寿险保险金	(133)
本章概要	(133)
学习目标	(133)
6.0 引言	(133)
6.1 n 年期定期寿险	(135)
6.2 终身寿险	(136)
6.3 n 年期纯粹生存险	(138)
6.4 n 年期生死合险	(139)
6.5 n 年期定期年金	(139)
6.6 终身年金	(143)
6.7 延期 m 年的 n 年期定期年金	(144)
6.8 延期 m 年的 n 年定期寿险	(146)
6.9 递增终身寿险	(147)
6.10 递增终身期末年金	(148)
本章总结	(148)
进一步阅读的文献	(149)
思考与练习	(149)
第七章 寿险保险费	(151)
本章概要	(151)
学习目标	(151)
7.0 引言	(151)
7.1 全离散型	(156)
7.2 全连续型	(157)
7.3 半连续型	(159)
7.4 更复杂的产品	(160)
本章总结	(162)
进一步阅读的文献	(163)

思考与练习	(163)
第八章 寿险准备金	(165)
本章概要	(165)
学习目标	(165)
8.0 引言	(165)
8.1 准备金的计算	(169)
8.2 递推公式	(177)
8.3 Hattendorff 定理	(183)
8.4 分数期限的准备金	(188)
本章总结	(189)
进一步阅读的文献	(189)
思考与练习	(189)
第九章 多生命模型	(194)
本章概要	(194)
学习目标	(194)
9.0 引言	(194)
9.1 两生命精算生存模型	(195)
9.2 两生命保险产品	(205)
9.3 精算等价原则	(206)
*9.4 准备金	(216)
本章总结	(221)
进一步阅读的文献	(222)
思考与练习	(222)
第十章 多减因模型	(225)
本章概要	(225)
学习目标	(225)
10.0 引言	(225)
10.1 多减因解析模型	(228)

10.2	相关单减因模型	(233)
10.3	多减因表及内插值法	(239)
10.4	多减因保险产品	(245)
10.5	养老金精算	(258)
	本章总结	(262)
	进一步阅读的文献	(262)
	思考与练习	(263)
第十一章	费用及相关问题	(265)
	本章概要	(265)
	学习目标	(265)
11.1	费用	(265)
11.2	现金价值	(269)
11.3	保单选择权	(272)
11.4	资产份额	(274)
11.5	分红保险	(279)
	本章总结	(285)
	进一步阅读的文献	(285)
	思考与练习	(286)

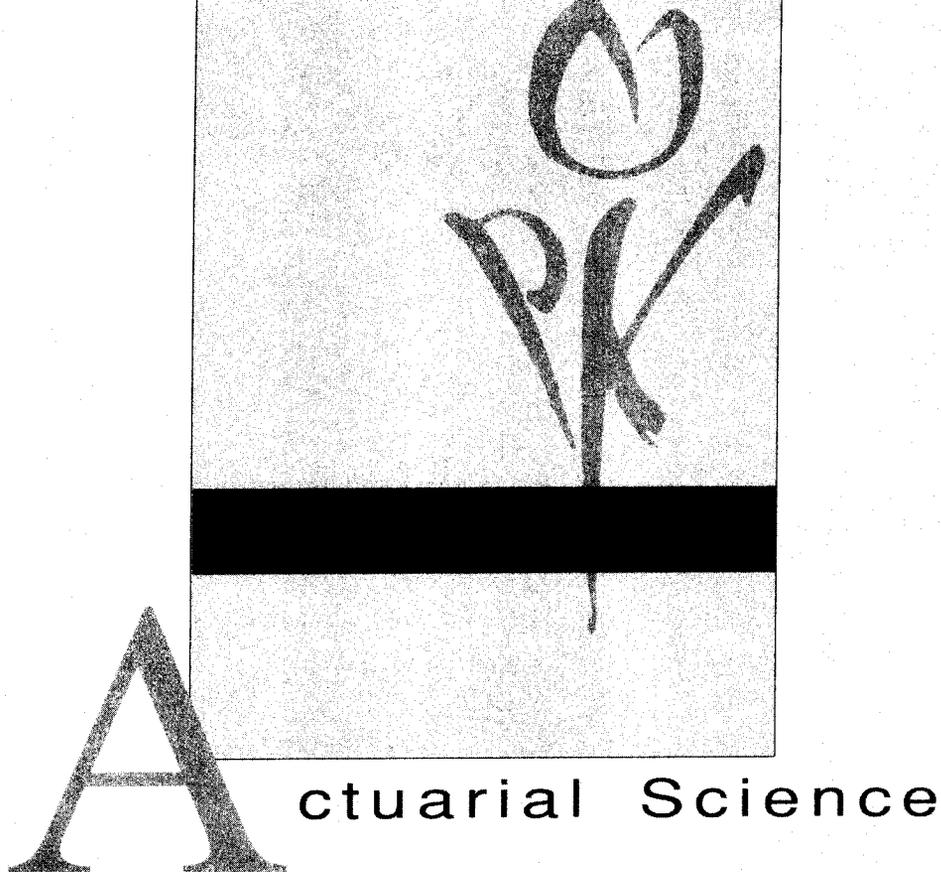
第三篇 非寿险精算学

第十二章	损失模型	(289)
	本章概要	(289)
	学习目标	(289)
12.0	引言	(289)
12.1	预备知识	(289)
12.2	单损失额模型	(297)
12.3	索赔次数模型	(308)

12.4 总索赔额模型	(310)
本章总结	(318)
进一步阅读的文献	(319)
思考与练习	(319)
第十三章 破产理论	(322)
本章概要	(322)
学习目标	(322)
13.0 引言	(322)
13.1 随机过程	(324)
13.2 风险过程与破产概率	(329)
13.3 调节系数	(331)
13.4 ψ 满足的泛函方程	(335)
13.5 最大总损失	(341)
13.6 离散模型	(349)
13.7 最优再保险	(351)
13.8 有限时间破产概率	(356)
13.9 布朗运动风险模型	(359)
本章总结	(364)
进一步阅读的文献	(364)
思考与练习	(365)
第十四章 风险的度量、排序与交换	(367)
本章概要	(367)
学习目标	(367)
14.1 风险度量	(367)
14.2 风险排序	(378)
14.3 风险交换	(389)
本章总结	(392)
进一步阅读的文献	(392)

思考与练习	(394)
第十五章 可信度理论	(395)
本章概要	(395)
学习目标	(395)
15.0 引言	(395)
15.1 有限波动方法	(398)
15.2 Buhlmann 估计	(402)
15.3 Bayes 估计	(404)
15.4 Buhlmann-Straub 估计	(407)
15.5 Buhlmann-Straub 模型的拓广	(409)
15.6 精确可信度	(412)
15.7 参数估计的经验 Bayes 方法	(417)
本章总结	(424)
进一步阅读的文献	(424)
思考与练习	(425)
第十六章 汽车保险的奖惩系统	(428)
本章概要	(428)
学习目标	(428)
16.0 引言	(428)
16.1 奖惩系统的定义及一个例子	(430)
16.2 奖惩系统的评价	(434)
16.3 最优奖惩系统的设计	(443)
16.4 奖惩的弱化	(446)
16.5 高免赔系统	(447)
本章总结	(449)
进一步阅读的文献	(449)
思考与练习	(450)

第十七章 非寿险准备金	(452)
本章概要	(452)
学习目标	(452)
17.0 引言	(452)
17.1 准备金基本模型	(454)
17.2 未决赔款准备金计算方法简介	(465)
17.3 链梯法	(466)
17.4 PPCI	(469)
17.5 PPCF	(470)
17.6 准备金进展法	(471)
17.7 分离法	(471)
17.8 修正 IBNR 法	(473)
17.9 理算费用准备金	(475)
本章总结	(477)
进一步阅读的文献	(478)
思考与练习	(479)
参考文献	(480)
主题索引	(485)



第一篇 利息理论与 投资科学