

燕山人文学者丛
刘邦凡 朱广荣 李尊实 主编

中国古代数学
及 其逻辑推类思想

刘邦凡

著

人民日报出版社

燕山人文学者论丛
刘邦凡 朱广繁 李尊实 主编

中国古代数学及其 逻辑推类思想

刘邦凡 著

人民日报出版社

内容简介

本书不仅对中国古代数学名家、名著及其成就做了比较系统的介绍与分析，而且从中国古代逻辑的主要推理类型——推类的角度，审视了同期数学的推类思想，指出：一方面，中国逻辑的推类对中国古代数学产生了深刻的积极影响，甚至可以说中国逻辑的“推类”思想与方法推动了中国古代数学的持续发展；另一方面，中国古代数学形成了以“推类”为主导推理类型的自身逻辑思路，并且持续到宋元时期。

图书在版编目（CIP）数据

燕山人文学者论丛/刘邦凡，朱广荣，李尊实主编。

北京：人民日报出版社，2006.12

ISBN 7-80208-465-2

I. 燕… II. 刘…朱…李… III. 人文科学—文集 IV. C53

中国版本图书 CIP 数据核字（2006）第 164704 号

书 名：燕山人文学者论丛·中国古代数学及其逻辑推类思想

主 编：刘邦凡 朱广荣 李尊实

著 者：刘邦凡

责任编辑：曼 煣

封面设计：贾浩楠 三叶草

出版发行：人民日报出版社

社 址：北京市朝外金台西路二号 邮编：100733

电 话：(010) 65369524

经 销：新华书店

印 刷：秦皇岛银城印刷有限公司

开 本：720×1000 1/16 印张：180

字 数：2790 千字（本册 300 千字）

版 次：2006 年 12 月第一版 2006 年 12 月第一次印刷

印 数：1-500 册

书号：ISBN 7-80208-465-2/I. 056 总定价：320.00 元

《燕山人文学者论丛》编辑委员会

主任委员：李尊实、孔令富

委员：郭祥俊、韩兆柱、惠吉兴、孔令富、李福亮、
李龙海、李玉杰、李尊实、刘邦凡、刘芳玲、刘立霞、曼漫、
沈晓梅、石敦国、王清学、王新华、王玉荣、吴勇、谢中起、
余子新、张鸿石、张向前、张忠义、周立文、朱广荣（以姓名
拼音升序排序）

主 编：刘邦凡、朱广荣、李尊实

副 主 编：孔令富、吴勇、张忠义、石敦国

以马克思主义为研究范式 大力推进我院学术研究

(代总序)

举凡进行认真、持续的学术讨论与思考，都需要一定智慧模式作指导，尽管我们有时是不自觉地使用，但可以肯定地说，脱离智慧模式的指导，不可能写出系统的学术论著。选择何种智慧模式，就是在具体的学术活动中选择了何种研究范式。一种智慧模式就是我们进行理性思考的本体论、认识论、方法论、评价观和目的论。而研究范式 (paradigm)，在比较宽泛的意义上，是指研究者所假定、接受和采用的基本信念、概念、模式、理论架构、价值取向和研究方法。特定的范式可以理解为研究者据以提出或建构特定的研究对象，并对有关这一研究对象的资料数据进行评判、分析、解释、概括的理论框架。

当今流行于世的研究范式有不同的分类。也许最为人们熟知的有以下两种。

一种是按时间与流行的程度分为：主流范式（包括：实证主义及其继承）和非主流范式（包括后实证主义、批判理论、建构主义等）。从本体论而言：实证主义是朴素的现实主义，主张现实是客观存在的，是可以被认识的；后实证主义是批判的现实主义，主张现实也许是客观存在的，只能部分地被认识；批判理论是历史现实主义，主张现实是历史性演变而形成的；建构主义是相对主义，主张现实是人们建构的。从认识论而言：实证主义是二元论客观主义，认为研究结果是客观真理；后实证主义是修正的二元论式客观主义，认为研究结果也许是客观真理；批判理论是交往的、客观的认识论，认为研究结果受价值观念制约；建构主义是交往的、主观的认识论，认为不存在任何客观真理，研究结果是人们创造出来的。从方法论而言，实证主义是实验主义的技术唯上的方法论，主张假设证实、量化分析优先；后实证主义是修正的实验主义的技术为的方法论，主张假设证伪、多元方法；批判理论是一种对话的、辩证的方法论；建构主义是一种阐释的、辩证的方法论。从学术研究的评价观而言，实证主义以效度、信度、推广度为主要标杆，后实证主义追求逼真性、可靠性、彻底性、整体性和可理解性，批判理论主要表现为批判性、开放性，建构主义则力求实现解释力度、信息丰富性和复杂精巧性。从研究目的而言，实证主义以发现真理、认识客观现实为目的，后实证主义以寻找可能存在的现实、使认识不断逼近现实为目的，批判理论以研究与被研究者在互动中获得“解放”为目的，建构主义以实现研究与被研究者之间的沟通为目的。

另一种就是与马克思主义相对照的研究范式，或者是马克思主义的研究范式，

或者是非马克思主义的研究范式。存在有各种非马克思主义的研究范式。

马克思主义的理论学说在现代哲学社会科学领域中，已经成为一种影响强大、运用广泛的思维框架和思考传统，马克思主义的创始人马克思、恩格斯所提出并论证过的一些基本概念已经成为常见的分析工具。马克思主义的理论体系本身已经成为哲学社会科学研究中具有重要意义的科学范式。不论是接受还是拒斥马克思主义，哲学社会科学研究者在进入研究现场或研究课题之前都不能不首先确定自己与马克思主义的相对关系。由此，马克思主义理论中那些在特定的场景下提出的具体而细微的分析结论或许会随着时间的推移和条件的变迁而削弱其针对性，但其中那些属于探求一般规律和宏观分析的核心成分以及在具体分析中所体现的方法论精髓却历久弥新，成为人类知识积累中的重要组成部分，且至今具有深刻的影响。

我国从事哲学社会科学的研究者，系统地接受了马克思主义教育，对于马克思主义研究范式的重要性和指导性有深刻的认识。尽管如此，我们组织和开展我院学术研究时，特别强调我院同仁加强马克思主义理论与方法的学习，力求实现正在进行学术讨论与思考时，以马克思主义为我们从事哲学社会科学研究的研究范式。这不仅是我们时代的需要，而且是我们的价值取向。我院是一个年轻的学院，2001年才成立学院，在学校支持下经过全体教师的努力，时至今日，我院由1个本科专业发展到7个本科专业，硕士点从无到有，今天已经增加到9个，学科专业涵盖哲学、法学、经济学、文学、政治学、管理学、新闻学，教师从30多人增加到近140人，学生由几十人到1500人，不论是规模、层次还是数量、内涵，都有一定的发展，但比较于国内高校同类型兄弟院系的发展，我们还有相当的差距。一方面，从学术研究的深层内涵来看，我院还没有形成自己的学术传统，教师学术素养还停留在应付教学的状态中，科学创新和学术实践的热情还有待提高；另一方面，我们学术推动平台还有相当的差距：没有博士点，没有一级学科硕士点，二级学科硕士点布局单一。为实现在这两方面有一定的突破，我们号召全体教师以马克思主义为研究范式，大力进行学术研究，为学院下一步发展贡献力量。总之，我院通过几年的建设与发展，从学院规模上看，已经像一个大学学院，但从学术研究与学术影响来看，我们才刚起步。借学校发展文科的东风，我院启动教授、博士的专著出版工程，组织编写系列学术研究丛书，一方面，希望能推动我院学科建设的步伐，实现我院从教学型学院向教学研究型学院转型；另一方面，希望能把我院教授、博士们的学术观点介绍给更多的人，扩大我院的学术影响。

编入本丛书的著作主要包括两个方面，一是我院教师的博士论文，二是我院

教授、副教授多年学术探讨的心得之作。

在我院建立之初，当时的院长吴勇教授就有借助出版著作来推动学院学术发展的想法，但迫于经费没有着落，也就只有设想而已。2006年，学校要大力发展文科，给了我院13万元经费，借助这笔经费，我们多年的愿望得以初步实现。但是，做什么事情，都难。做集体的事，就更难。好在这项工作得到学院全体教师的大力支持，才使得这项工作不至于中途夭折。

本丛书得到人民日报出版社各位领导、首席策划曼漫女士以及我院兼职教授、台海出版社总编辑周立文先生的大力支持和帮助，也得到燕山大学学校领导特别是李尊实副书记、孔令富校长助理的关心和指导，李尊实副书记还直接参与了丛书的选题、编辑与修改等具体工作，同时也得到了燕山大学文科建设委员会、科技处的领导和同志们的大力支持，在此一并深表谢意。同时，我们希望在学校领导的支持下、在同志们的帮助下，我们这套丛书能够继续下去，在今后几年之内，再推出几套有特色的学术文丛，进一步推进我院的学术研究。

为该丛书的编辑，我院成立了领导小组，由学院学科建设办公室主任石敦国博士具体实施，尽管花费了我们不少精力，但我院是首次组织编辑出版系列著作，经验不多，水平有限，错误在所难免，敬请读者批评指正。

借此系列丛书出版之际，祝贺我院建院五周年，祝愿我院学科发展更上一层楼，祝愿我院成为燕山大学文科发展的强势学院！

刘邦凡，2006-12-20

“想当数学家的梦”·序

我爱好数学，好像是从我读初中时开始的。开始认为自己很有这方面的天赋，后来逐渐发现自己在那一个方面都谈不上具有天才的素质，但比较于自己的语言能力而言，对于数学学习，或多或少有点自信。于是，我很早就做起数学家的梦，遗憾的是，我的数学成绩并没有给我带来运气，甚至有一次升学考试，由于成绩不好，没有通过，错过了一次升学的机会，很是懊悔了一段时间。初中毕业，进了师范学校，数学老师的丈夫是一个研究生，在我读师范二年级的时候她就随调到河南的一个大学去了。知道了“研究生”的概念，也想自己今后通过自学，也许可以考上研究生，成为一个大学教授什么的。当时尽管有些缺吃少穿，但还是买了些数学书，好在那时的书价都不高。买了书，也就看看，看了也就做梦般瞎想。有时也写点小文章，在毕业那年在一个中等数学的杂志还真发表了一篇文章，这是我第一篇数学文章，也是最后一篇。现在这篇文章在 CNKI 上还能查到。

既然看了些数学的书，就围绕数学做点什么，于是一直就想报考数学方面研究生，做了一点以往数学专业研究生的试题，觉得还是很有难度，于是就考与数学有关的专业，考数学史，不直接考数学。后来到农业学校学习，有了学习英语的机会，就抓紧学了点英语，但我语言能力实在令我十分不满，近一年的学习，基本上只是凭死记硬背记住了一些英语单词。几十年来我总是要遇到语言的障碍。现在考研究生没有任何阻力，想考报名就行。二十世纪八九十年代，参加研究生考试要通过许多烦琐而困难的审批手续。千辛万苦取得了考试资格，参加考试后，语言关又过不了。再考、再考，还是如此，总是英语不能上线。换个专业，还是考不上，再换个专业，还是英语通不过。打算放弃了，换个专业，还再考一次吧，运气来了，考上了。看来，对我来说，数学与语言有冲突。后来读博士，想到自己多年应付数学史考试的学习不能白废，就想选择与数学史相关题目做博士论文，征求导师的意见，得到赞同。绕了一个大圈，总算回到自己的爱好。

我，终究没有成为数学家。不过，好歹成为一个教授，多少没有使得自己多年学习没有白费。我，真没有在任何一个方面发现自己的天赋，但我很早就相信

两句话：大智若愚；千里之行，始于足下。如果我有点天赋，也许我早就是科学家、政治家、作家、音乐家、武术家。在我学生时代，这些方面我都试图模仿过，遗憾的是，结果发现自己真的不行。学数学，学不好，学物理、化学，买不起设备，也没有地方。当政治家吧，不但自己形象不行，也学不会抽烟喝酒。写文章，当作家，作家太多，等我出名的时候，可能我早饿得不成人型了。当个音乐家，也许是个好主意，阿炳，一无所有，也不是成为音乐大师吗？买把二胡，“杀机、沙鸡”的拉了很长时间，拉不出什么体统来。借把小提琴，模仿模仿，还是没有感觉。在风琴上再感觉感觉，还是不行，当不成音乐家了。不能做文人，就做个武夫，买了武术教材，自己练习起武术来，准备成为武林高手，最好成为大师，以便闯荡江湖、游走四方。没有练习多久，没有什么好的感觉，只是发现总觉得饿，总是想去食堂吃饭，但自己的饭票早就不多了，长此以往，不是个办法，算了算了，还是呆在教室看书吧，这样要饿得慢一些。看来终生要一事无成了！

到了中学，先是教数学，后来调到爱妻所在的县去工作，教育局长问，你有什么特长，我说“懂”英语。那你就去教英语吧。我最多能认识 1000 个单词，教中学英语，很是战抖了一段时间。开学上课后，边学边上，马马乎乎应付了教学，却也促进了自己的英语学习。这为后来考研究生打下了基础。对于中学的英语教学工作，一直没有得到当时学校领导的肯定，因此，总是附带给一些较差班级上数学、政治、历史、地理之类的课程，当然，除了维持好课堂教学秩序外，没有什么教学效果，也没有培养出什么优秀的人才，只方便我多读了些书。

本书主要根据我的博士论文修改而成。我的博士论文的完成，得益于我恩师崔清田先生的精心指导。博士求学的几年，深深感受了恩师的无私帮助、师母的细心呵护，感受了恩师、师母无限的温暖，在此对恩师、师母深表谢意。

博士论文有很多规范与要求，不能完全按自己的想法来写。这次修改，在框架、内容都做了大量的调整，尤其是增加了关于中国古代数学发展史的直接论述。

我设想该书作为我给学生开设选修课的教材，把自己的一些想法传授给学生，这样的想法是不是有点幼稚？我也不知道。

2006-11-19 晚 23.22 于陋室

目 录

“想当数学家的梦”·序 i

第一章 数学与中国传统数学

1.1 数学的观念与数学的发展.....	1
1.2 不同历史文化与不同数学类型.....	9
1.3 中国传统数学的特征	15
1.4 什么是推类	18

第二章 先秦与秦汉数学

2.1 先秦与秦汉数学概论	21
2.2 先秦与秦汉数学名家	24
2.3 周髀算经	26
2.4 算数书	32
2.5 九章算术	35

第三章 三国两晋南北朝数学

3.1 三国两晋南北朝数学概观	43
3.2 赵爽及其成就	44
3.3 刘徽及其成就	46
3.4 祖氏父子及其成就	52
3.5 张丘建算经	56
3.6 孙子算经	58
3.7 其他数学名家名著	60

第四章 隋唐数学

4.1 隋唐数学的新发展	62
4.2 王孝通及其成就	66
4.3 刘焯及其成就	68
4.4 李淳风及其成就	73
4.5 僧一行及其成就	76

第五章 宋元数学

5.1 宋元数学概论	79
5.2 秦九韶及其成就	90
5.3 李冶及其成就	99
5.4 朱世杰及其成就	105
5.5 贾宪及其成就	110
5.6 杨辉及其成就	114

第六章 先秦与秦汉数学推类思想的初步形成

6.1 《算数书》中的“类”概念和“归类”方法	118
6.2 《周髀算经》初步的“推类”思想	120
6.3 《九章算术》初步形成“以类合类”逻辑思路	123
6.4 “推类”思想在《九章算术》中的深入应用	127

第七章 三国两晋南北朝数学“推类”思想的高度发展

7.1 赵爽《周髀算经注》的推类思想	133
7.2 孙子等算家之“推类”思想	136
7.3 刘徽注与先秦诸家	144
7.4 刘徽注用“率”的逻辑涵义	149
7.5 刘徽注对“推类”成分的论述	153
7.6 推类是刘徽注逻辑思路的主导推理类型	163

第八章 隋唐宋元数学推类思想的继续与发展

8.1 隋唐数学推类思想的止步不前	172
8.2 “推类”是《数书九章》的基本推理类型	175
8.3 秦九韶逻辑思路的基本特色——在继承中创新	179
8.4 杨辉对推类方法的普及	188
8.5 贾宪逻辑思路的演绎性和程序性	192
8.6 朱世杰和李治逻辑思路的创新	196
8.7 明朝数学理论与方法的逐渐西化	200

第九章 “推类”推动了中国古代数学的发展

9.1 “推类”是中国古代数学主导推理类型	205
9.2 中国逻辑与中国古代数学有着不同的历史命运.....	207
9.3 中国逻辑与中国古代数学近代发展.....	211
参考文献.....	214



第一章 数学、中国传统数学及推类

1.1 数学的观念与数学的发展

1.1 “数学”一词

1. “数学”一词在中国¹

现在，算术是数学的一个分支，其内容包括自然数和在各种运算下产生的性质，运算法则以及在实际中的应用。可是，在数学发展的历史中，算术的含义比现在广泛得多。

在我国古代，算是一种竹制的计算器具，算术是指操作这种计算器具的技术，也泛指当时一切与计算有关的数学知识。算术一词正式出现于《九章算术》中。《九章算术》分为九章，即方田、粟米等。这些大都是实用的名称。如“方田”是指土地的形状，讲土地面积的计算，属于几何的范围；“粟米”是粮食的代称，讲的是各种粮食间的兑换，主要涉及的是比例，属于今天算术的范围。可见，当时的“算术”是泛指数学的全体，与现在的意义不同。

直到宋元时代，才出现了“数学”这一名词，《益古演段.序》²第一句话就是“算数之学由来尚也，率自九章，子分派委，刘徽、李淳风又为之注”，后文继续说“数学在六艺为末，求之人最为切要”。不过，在当时数学家的著作中，数学一词往往与数书、算学等词汇并用，例如《数书九章》也叫《数学九章》，当然，这里的数学仅泛指中国古代的数学。

从19世纪起，西方的一些数学学科，包括代数、三角等相继传入我国。西方传教士多使用数学，日本后来也使用数学一词，中国古算术则仍沿用“算学”。1953年，中国数学会成立数学名词审查委员会，确立起“算术”现在的意义，而算学与数学仍并存使用。1937年，清华大学仍设“算学系”。1939年为了统一起见，才确定专用“数学”，直到今天。

¹ 本节参考：（无名氏），为什么以前中国把“数学”称为“算学”和“算术[DB]，语文天地网，2003.7.

² 靖玉树，中国历代算学集成[M]，济南：山东人民出版社，1994.1246.



2. 西方文化中的“数学”一词¹

西方文化中的“数学”概念及其起源、发生发展，塞路蒙·波克纳有十分清楚的论述²，现将其主要观点介绍如下。

第一，在古希腊时代，人们就开始在数学中引进了名称、概念和自我思考，他们很早就开始猜测数学是如何产生的。

在现存的资料中，希罗多德(Herodotus，公元前484-425年)是第一个开始猜想的人，不过他只谈论了几何学，他对一般的数学概念也许不熟悉。

柏拉图关心数学的各个方面，在他那充满奇妙幻想的神话故事《费德洛斯篇》中，他说：故事发生在古埃及的洛克拉丁(区域)，在那里住着一位老神仙，他的名字叫赛斯(Theuth)，对于赛斯来说，朱鹭是神鸟，他在朱鹭的帮助下发明了数，计算、几何学和天文学，还有棋类游戏等。

亚里士多德说：数学科学或数学艺术源于古埃及，因为在古埃及有一批祭司有空闲自觉地致力于数学研究。亚里士多德所说的是否是事实还值得怀疑，但这并不影响亚里士多德聪慧和敏锐的观察力。在亚里士多德的书中，提到古埃及仅仅只是为了解决关于以下问题的争论：一方面，存在为知识服务的知识，纯数学就是一个最佳的例子；另一方面，知识的发展不是由于消费者购物和奢华的需要而产生的。亚里士多德这种“天真”的观点也许会遭到反对；但却驳不倒它，因为没有更令人信服的观点。

就整体来说，古希腊人企图创造两种“科学”的方法论，一种是实体论，而另一种是他们的数学。亚里士多德的逻辑方法大约是介于二者之间的，而亚里士多德自己认为，在一般的意义上讲他的方法无论如何只能是一种辅助方法。古希腊的实体论带有明显的巴门尼德的“存在”特征，也受到赫拉克利特“理性”的轻微影响，实体论的特征仅在以后的斯多葛派和其它希腊作品的翻译中才表现出来。数学作为一种有效的方法论远远地超越了实体论，但不知什么原因，数学的名字本身并不如“存在”和“理性”那样响亮和受到肯定。然而，数学名称的产生和出现，却反映了古希腊人某些富于创造的特性。

第二，“数学”一词的来源。

“数学”一词是来自希腊语，它意味着某种‘已学会或被理解的东西’或‘已获得的知识’，甚至意味着‘可获的东西’，‘可学会的东西’，即‘通过

¹ 本节主要参考：(无名氏)，数学一词的由来[DB]，WWW.CNU—MATH.NET，2003.7.

² [美]塞路蒙·波克纳，数学在科学起源中作用[M]，1992，13-16。



学习可获得的知识”，数学名称的这些意思似乎和梵文中的同根词意思相同。甚至伟大的辞典编辑人利特雷 (E.Litter, 也是当时杰出的古典学者)，在他编辑的法语字典 (1877 年) 中也收入了“数学”一词。牛津英语字典没有参照梵文。公元 10 世纪的拜占庭希腊字典 “Suidas” 中，引出了“物理学”、“几何学”和“算术”的词条，但没有直接列出“数学”一词。

第三、“数学”一词的发展

“数学”一词从表示一般的知识到专门表示数学专业，经历一个较长的过程，直到在亚里士多德时代，这一过程才完成。数学名称的专有化不仅在于其意义深远，而在于当时古希腊只有“诗歌”一词的专有化才能与数学名称的专有化相媲美。数学名称的专有化确实受到人们的注意。

首先，亚里士多德提出，“数学”一词的专门化使用是源于毕达哥拉斯的想法，但没有任何资料表明对于起源于爱奥尼亚的自然哲学有类似的思考。其次在爱奥尼亚人中，只有泰勒斯 (公元前 640?-546 年) 在“纯”数学方面的成就是可信的，因为除了第欧根尼·拉尔修 (Diogenes Laertius) 简短提到外，这一可信性还有一个较迟的而直接的数学来源，即来源于普罗克洛斯 (Proclus) 对欧几里得的评注：但这一可信性不是来源于亚里士多德，尽管他知道泰勒斯是一个“自然哲学家”；也不是来源于早期的希罗多德，尽管他知道塞利斯是一个政治、军事战术方面的“爱好者”，甚至还能预报日蚀。以上这些可能有助于解释为什么在柏拉图的体系中，几乎没有爱奥尼亚的成份。

对于毕达哥拉斯学派来说，数学是一种“生活的方式”。事实上，从公元 2 世纪的拉丁作家格利乌斯 (Gellius) 和公元 3 世纪的希腊哲学家波菲利 (Porphyry) 以及公元 4 世纪的希腊哲学家扬布利科斯 (Iamblichus) 的某些证词中看出，似乎毕达哥拉斯学派对于成年人有一个“一般的学位课程”，其中有正式登记者和临时登记者。临时成员称为“旁听者”，正式成员称为“数学家”。

这里“数学家”仅仅表示一类成员，而并不是他们精通数学。毕达哥拉斯学派的精神经久不衰。对于那些被阿基米德神奇的发明所深深吸引的人来说，阿基米德是唯一的独特的数学家，从理论的地位讲，牛顿是一个数学家，尽管他也是半个物理学家，一般公众和新闻记者宁愿把爱因斯坦看作数学家，尽管他完全是物理学家。当罗吉尔·培根 (Roger Bacon, 1214-1292 年) 通过提倡接近科学的“实体论”，向他所在世纪提出挑战时，他正将科学放进了一个数学的大框架，尽管他在数学上的造诣是有限的，当笛卡儿 (Descartes, 1596-1650 年) 还很年轻时就决心有所创新，于是他确定了“数学万能论”的名称和概念。然后莱布尼



茨引用了非常类似的概念，并将其变成了以后产生的“符号”逻辑的基础，而20世纪的“符号”逻辑变成了热门的数理逻辑。

在18世纪，数学史的先驱作家蒙托克莱（Montucla）说，他已听说了关于古希腊人首先称数学为“一般知识”，这一事实有两种解释：一种解释是，数学本身优于其它知识领域；而另一种解释是，作为一般知识性的学科，数学在修辞学，辩证法，语法和伦理学等等之前就结构完整了。蒙托克莱接受了第二种解释。他不同意第一种解释，因为在普罗克洛斯关于欧几里得的评注中，或在任何古代资料中，都没有发现适合这种解释的确证。然而19世纪的语源学家却倾向于第一种解释，而20世纪的古典学者却又偏向第二种解释。但我们发现这两种解释并不矛盾，即很早就有了数学且数学的优越性是无与伦比的。

1.1.2 数学思想

所谓数学思想，是指现实世界的空间形式和数量关系反映到人们的意识之中，经过思维活动而产生的结果。数学思想是对数学事实与理论经过概括后产生的本质认识；基本数学思想则是体现或应该体现于基础数学中的具有奠基性、总结性和最广泛的数学思想，它们含有传统数学思想的精华和现代数学思想的基本特征，并且是历史地发展着的。“数学思想”比一般的“数学概念”具有更高的概括抽象水平，后者比前者更具体、更丰富，而前者比后者更本质、更深刻。“数学思想”是与其相应的“数学方法”的精神实质与理论基础，“数学方法”则是实施有关的“数学思想”的技术与操作程式。中学数学用到的各种数学方法，都体现着一定的数学思想。

数学思想属于科学思想，但科学思想未必就是数学思想。另外，有的哲学思想（例如“一分为二”的思想和“转化”思想）和逻辑思想（例如完全归纳的思想），由于其在数学中的运用而被“数学化”了，也可以称之为数学思想。

基本数学思想包括：符号与变元表示的思想，集合思想，对应思想，公理化与结构思想，数形结合思想，化归思想，函数与方程的思想，整体思想，极限思想，抽样统计思想等。当我们按照空间形式和数量关系将研究对象进行分类时，把分类思想也看作基本数学思想。基本数学思想有两大基石——符号与变元表示的思想和集合思想，又有两大支柱——对应思想和公理化结构思想。基本数学思想及其衍生的其他数学思想，形成了一个结构性很强的网络。

中国传统数学思想主要包括以下几部分。



(1) 初创阶段。

中国传统数学最早最伟大的成就就是十进位制的记数法和在此基础上的算术。在中国传统数学中，“算术”的真正含义就是筹算技术，即使用算筹进行数值运算的技术。算筹是中国古代特有的计算工具，《汉书·律历志》说：“其算法用竹，径一分、长六寸”，此“竹”指的就是算筹。原则上说，中国数学是随着算筹的产生而形成和发展起来的，以算筹为工具的筹算模式是中国数学的本质特性，它规定了中国传统数学发展的概貌，在很大程度上决定了中国数学的性质和思想方法，确定了中国传统数学在筹算形式下的数形理论。

(2) 第一次高峰时期。

秦汉时期，中国传统数学的发展出现第一次高峰，它是以中国数学发展史上最早最有影响的数学典籍《九章算术》的出现为标志，《九章算术》由 246 个数学问题及其解答、术文组成并按算法分方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股九章，归纳全书《九章算术》包括四大算法系统和两大求积公式系统。四大算法系统是分数算法、一般比率算法、组合比率算法、开方算法；两大求积公式系统是面积公式系统和体积公式系统。统览《九章算术》以题解为中心，在题解中给出算法，根据算法分化与归结。因此，《九章算术》是以题解为中心的算法体系，它充分体现了中国数学特有的形式和思想内容。

(3) 第二次高峰时期。

三国、南北朝时期(公元 220~589 年)，中国传统数学之发展在理论上取得重大突破，出现了第二次高峰。在这期间，赵爽撰写“勾股方图”，用几何方法严格证明了勾股定理，而数学大家刘徽更以其独到的思维批判继承了《九章算术》，在其《九章算术注》中，刘徽“析理以辞”，觅求各部分内在的逻辑联系，不仅在数学理论上把中国传统数学推到了前所未有的高度，而且在数学方法尤其在逻辑推理与证明方面把中国传统数学发展到历史的最高水平；用比率理论统一数与式，明确论述方程组消元解法的步骤与理论；定义“正负数”，举“开之不尽”的数；“解题用图”，提出“出入相补原理”，建立勾股理论。

(4) 缓慢发展时期。

隋唐时期，是中国传统数学发展相对沉闷的时期，尽管在数学理论与数学方法都没有多少突出的成就，但在推动数学应用的普及方面却卓有成效。李淳风、王孝通等整理、注释算经十书(《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《海岛算经》、《缀术》、《缉古算经》)，隋唐统治者设立明算科开科取士，这些工作都是开创性，在一定程度上对保存中国传统数学文献和推