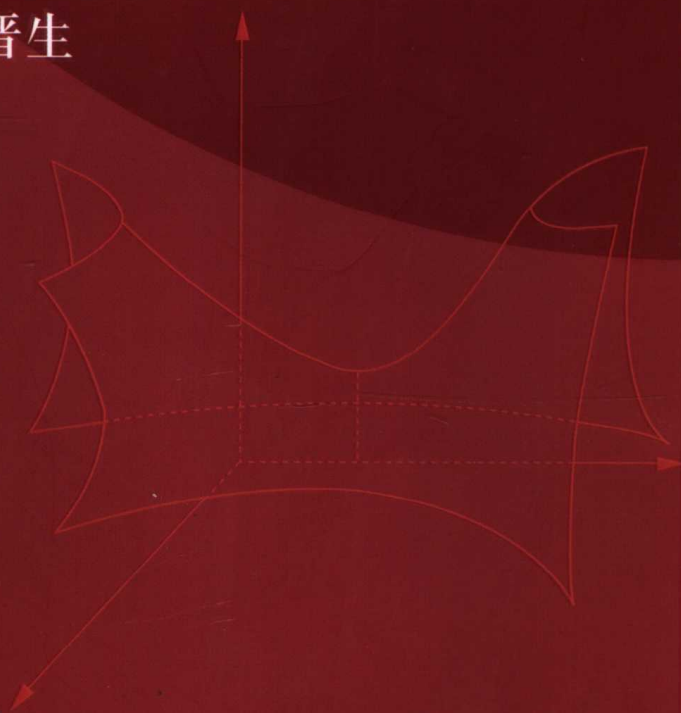


• 经济数学基础 •

高级经济 数学教程

主 编 赵国庆

副主编 宋晋生



 中国人民大学出版社

• 经济数学基础 •

高级经济 数学教程

主 编 赵国庆

副主编 宋晋生

编写者 林 勇 阳庆节 王 伟

图书在版编目(CIP)数据

高级经济数学教程/赵国庆主编.
北京:中国人民大学出版社,2007
(经济数学基础)
ISBN 978-7-300-08467-1

I. 高…
II. 赵…
III. 经济数学-高等学校-教材
IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 133566 号

经济数学基础
高级经济数学教程
主 编 赵国庆
副主编 宋晋生

出版发行	中国人民大学出版社	邮政编码	100080
社 址	北京中关村大街 31 号		
电 话	010-62511242(总编室)	010-62511398(质管部)	
	010-82501766(邮购部)	010-62514148(门市部)	
	010-62515195(发行公司)	010-62515275(盗版举报)	
网 址	http://www.crup.com.cn http://www.ttrnet.com (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	河北三河汇鑫印务有限公司	版 次	2007 年 9 月第 1 版
规 格	170 mm×228 mm 16 开本	印 次	2007 年 9 月第 1 次印刷
印 张	36 插页 1	定 价	45.00 元
字 数	662 000		

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

总 序

随着教学改革的不深入和办学规模的扩大,我国各高校经济与管理类专业的学生情况、不同专业对公共数学基础课的要求都有很大变化,教学内容的更新、教学课时量的调整都对数学基础课的教学工作和教材建设提出了新的要求。与此同时,全国硕士研究生入学统一考试的规模不断扩大,其中数学考试对于高校公共数学基础课的影响也愈来愈大。对于许多院校经济与管理类专业而言,经过多年调整,实际教学大纲与经济类研究生入学统一考试的考试大纲所涉及的内容已日趋一致。经济数学基础系列丛书正是适应我国高校经济和管理类专业教学改革的新形势、新变化,适时推出的一套教材。全套教材分为五个分册:《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《实用运筹学》和《高级经济数学教程》。

本套教材具有以下特点:作为经济和管理类专业公共数学基础课的主干课程,《微积分》分册、《线性代数》分册、《概率论与数理统计》分册的编写大纲,融括了目前各高校经济和管理类专业普遍采用的教学大纲和教育部颁布的经济类研究生入学统一考试考试大纲所要求的范围;突出了对其中所涉及的基本概念、基本理论和基本方法的介绍和训练;内容完整紧凑,难度适中,便于组织教学,能够在规定的课时内达到各个专业对公共数学基础课教学的基本要求和目的。

考虑到一些经济和管理类专业对公共数学基础课有更高的要求 and 分级教学的需要,本套教材推出了《高级经济数学教程》分册,该书将为相关专业的学生提供更多面向经济学的高等数学知识。另外,作为高等数学知识的进一步延伸和扩展,本套教材同时推出了《实用运筹学》分册,该书将为经济和管理类专业提供数学在经济和管理中应用的实用知识,并同时介绍相关的计算机应用软件。

本套教材还有一个重要特点是,基础课教材每个分册都配套推出学习辅导书。辅导书主要通过精选典型例题,对教材的每个章节进行系统的归纳总结、说明重点难点、进行答疑解惑,其中包括对教材中多数习题提供解答,以便于学生自习。另一方面,《微积分学习指导》、《线性代数学习指导》、《概率论与数理统计学习指导》三个分册还要着重对教材中的题目类型做必要的补充,增加相当数量的研究生入学考试试题题型,力求在分析问题和综合运用知识解决问题的能力培养方面,帮助学生实现跨越,达到并适应经济类全国硕士研究生入学考试对数学的要求。因此,这三个分册完全具备硕士研究生入学考试数学复习参考书的功能,将在读者日后备考研究生时发挥积极作用。

经济数学基础的编写人员由中国人民大学、北京大学、清华大学的专家、教授组成,绝大多数编者具有 20 年以上从事经济数学研究和公共基础课教学的工作经历,还有许多人多年从事研究生入学考试数学考前辅导工作,有相当高的知名度。因此,作者在把握经济和管理类公共数学基础课程的教学内容和要求、课时安排和难易程度,以及教学与考研之间的协调关系等方面均具有丰富的经验,这为本套教材的编写质量提供了非常可靠的保障。

我们知道,一套便于使用的成熟的教材往往需要多年不断的磨练和广大读者的支持与帮助,我们热诚欢迎广大读者在使用过程中对本套教材存在的错误和不足之处提出批评和建议。

经济数学基础丛书编写组

2006 年 10 月

引 言

近年来,数学对经济学的影响已经完全超出人们的想象,数学方法已成为研究经济现象中变量间的复杂关系所不可缺少的重要工具,可以这样说,掌握足够的数学知识已成为理解现代经济学的必要条件。标志经济学理论与方法研究最高水平的诺贝尔经济学奖从1969年设立至2005年共有57位获奖者,获奖者的贡献几乎都与他们成功地运用数学模型描述经济现象紧密相关,如1969年弗里希(Frisch)、丁伯根(Tinbergen)的“经济分析中动态模型的运用与发展”,1973年列昂惕夫(Leontief)的“经济研究中投入产出分析方法的运用与发展”,1980年克莱因(Klein)的“经济分析与经济政策模拟中计量经济模型的成功运用”,1984年斯通(Stone)的“国民核算体系的创建与基础数据统计分析方法的发展”,2000年赫克曼(Heckman)、麦克法登(McFadden)的“选择性样本和离散选择模型分析方法与理论的发展”,2003年恩格尔(Engle)、格兰杰(Granger)的“经济时间序列中协整与自回归条件异方差分析方法的创建”,2005年奥曼(Aumann)、谢林(Schelling)的“冲突与合作现象中博弈论方法的运用与发展”。上述成果仅是诺贝尔经济学奖获奖者的部分研究成果,他们在经济学的研究过程中对数学方法与模型的运用几乎达到了极致。

经济学家们多年来一直试图使经济学成为像物理学一样的科学,但由于经济现象中存在诸多不确定因素,经济学成为科学可能还需要很长的时间,然而经济理论的模型化是经济学成为科学的重要基础。经济理论的模型化可以理解为:在研究经济变量关系的基础上,给出描述经济主体活动的数学结构,这里所指的数学结构是由若干字母、数字及含有特定意义的符号建立起的等式、不等式、序关系、逻辑式、图表和框图。

数学方法在研究经济变化规律中所发挥的巨大作用几乎无人质疑,但在数学课程学习和数学工具掌握的过程中,经济管理类专业的学生经常面临很多困难,这也是不可避免的现实问题。本教材旨在尝试通过大量直观的数学问题训练学生的数量化基本技能,提高学生的数学分析水平,特别是注重培养学生对各类经济问题的研究能力和综合分析能力。

本教材共有16章。第1章为集合与逻辑基础,主要介绍有关集合与逻辑分析的基本知识,包括:集合的基本概念、运算性质及经济数学模型中逻辑运算与集合运算的一些对应关系等内容,是本书其他章节的预备知识。

第2章为极限与连续。本章主要包括:函数的基本概念、数列和函数的极限、函数的连续性等内容。连续函数是变量数学研究中常见的一类函数,极限则是微积分的理论基础,导数和积分实际上都是一类求极限的过程。

第3章为导数与微分。在经济学和日常生活中,经常需要知道某个函数相对于某自变量变化的改变量。例如,商品需求对于时间或者是价格变化的改变量,运动物体的距离对于时间变化的改变量,这些都和导数与微分的概念有关。本章主要包括:导数与微分的基本概念、运算性质及其在经济学中的应用等内容。

第4章为偏导数与极值。本章主要把第3章中关于一元函数的导数与微分的讨论扩展到函数包含多个变量的情形,着重研究多元函数的极值问题。和一元函数的情形类似,我们将借助于导数工具来确定函数的极值。

第5章为定积分与不定积分。从几何的角度而言,求导数是一种求曲线切线斜率的极限过程,而本章我们将分析求曲线下面积的极限过程。导数是一个局部概念,积分则是整体概念。本章主要内容包括:定积分与不定积分的基本概念、微积分基本定理、多重积分和广义积分的计算及其应用。

第6章为无穷级数。相对于积分对连续对象求和,级数研究对离散对象求和(数列的部分和)的极限过程。本章在讨论无穷级数概念及其性质的基础上,将介绍数项级数基本的收敛判别法,由此引入函数项级数、幂级数和初等函数的泰勒级数展开,并给出泰勒级数在经济分析中的一些应用。

第7章为线性方程组与矩阵。线性方程组问题是线性代数的基本问题,本章首先介绍线性方程组的基本概念,其次讨论线性方程组和高斯消元法的矩阵表示形式,最后利用向量组的概念给出方程组解的结构和解的判别定理。

第8章为矩阵代数。矩阵是数学方法中的重要工具之一,也是线性代数的主要研究对象。本章介绍矩阵的代数运算、可逆矩阵和分块矩阵。这些内容为进一步研究线性方程组和线性代数的一些基本问题提供了有力的工具。

第9章为行列式。行列式是研究线性方程组和矩阵问题的重要工具。本章介绍有关行列式的概念和基本性质。

第10章为线性空间。线性空间是线性代数最基本的概念之一。本章首先介绍有关线性空间与线性子空间的基本概念和重要性质,其次讨论线性空间的基与坐标的关系,最后研究线性空间之间的线性映射以及映射的矩阵表示。

第11章为特征值与特征向量。特征值与特征向量是线性代数的重要组成部分,特征值与特征向量的掌握不仅可以帮助理解线性变换是如何发挥作用的,而且使我们对线性变换的过程有更加直观的认识。本章介绍有关特征值与特征向量的概念及基本性质,讨论矩阵的相似与可对角化条件,给出有限维线性空间上线性变换的一些重要性质,最后简单介绍若当(Jordan)标准形。

第12章为正交性与最小二乘法。本章主要目的是解决由实验数据给出的线性方程组解的问题,为了刻画方程组解的精度,有必要在向量空间中引入长度、距离和夹角等度量概念。本章内容主要包括:向量的内积、标准正交基、正交投影、正交化过程和最小二乘法,本章最后简单介绍内积空间。

第13章为实对称矩阵与二次型。对称矩阵是数学各分支应用广泛的一类矩阵,如果借助于特征值、特征向量和正交变换理论研究对称矩阵,我们能够得到很多简单实用的结果。本章首先讨论实对称矩阵的特征值与特征向量,其次研究二次型化为标准形的问题,最后给出正定二次型与正定矩阵的一些重要性质。

第14章为微分方程。在动态模型的求解过程中微分方程是不可缺少的数学工具。本章的目的是介绍微分方程的概念和相关方程的求解方法,主要包括微分方程的有关概念,相关方程的基本求解方法,以及这些概念和方法在经济中的应用。

第15章为差分方程。由于差分方程与微分方程解的概念和结构都十分相似,我们将看到两者的基本定理和求解方法都是类似的。本章的目的是介绍差分方程的基本内容,主要包括差分方程的有关概念,相关方程的基本求解方法,以及这些概念和方法在经济中的应用。

第16章为拓扑基础与不动点定理。拓扑学是现代数学的一个重要分支。它的许多概念和方法不仅在数学研究上而且在物理学、经济学中都有许多应用。本章介绍拓扑学的基本概念和一些重要性质,这里的讨论仅仅限于拓扑空间中的度量空间,我们给出三个重要的不动点定理:巴拿赫(Banach)定理、布劳威尔(Brouwer)定理和角谷(Kakutani)定理,并介绍不动点定理在博弈论中的应用。

本书包含诸多经济数学模型实例,主要包括:需求函数、成本函数、效用函数、收入分布函数、生产函数、均衡价值模型、网络流量模型、投入产出模型、人口年龄结构变化模型、经济增长模型、汇率模型、纳什(Nash)均衡定理等。在讨论上述模型数学结构的同时,对其经济涵义也进行了详尽的讨论。

本书的编写者都是长期从事数量经济学、复分析、代数学、经济控制论和微分方程等方面教学与研究的学者,多数有国外留学和讲学的经历,熟悉数学在经济学中应用的状况和前沿动态。参加本书编写的有:赵国庆、林勇、阳庆节、王伟、宋晋生,全书由主编赵国庆、副主编宋晋生负责修改定稿。

北京市数学学会经济数学分会秘书长、中国人民大学教授严守权参与了本书大纲的制定与审核,并提出了许多宝贵意见。南开大学张晓峒教授、武汉大学何耀教授与童光荣教授、上海财经大学朱保华教授、西南财经大学黎实教授、中国人民大学杨健教授和彭非教授对本书的编写与定稿都提出了有益的建议。此外,中国人民大学信息学院公共数学教研室范红岗博士和经济学院数量经济学专业博士生

付波仔细阅读过教材的初稿。值本书付梓之际,我们对上述各位的帮助表示由衷的感谢。

在本书的编写过程中,我们始终得到中国人民大学和中国人民大学出版社的关心与支持,在此表示由衷的感谢。

本书是大学本科和研究生经济管理类高级经济数学课程教材建设的一个尝试,还存在着诸多不足之处,切盼各位专家和读者指正。

赵国庆

2006 年 10 月

目 录

第 1 章 集合与逻辑基础	1
§ 1.1 集合的基本概念	1
§ 1.2 集合的运算	3
§ 1.3 命题与集合	8
习题一	9
第 2 章 极限与连续	10
§ 2.1 数列的极限	10
§ 2.2 函数的概念	15
§ 2.3 函数的极限	17
§ 2.4 函数的连续性	24
§ 2.5 经济中的数列与函数	27
习题二	29
第 3 章 导数与微分	33
§ 3.1 导数的概念与运算	33
§ 3.2 复合函数、反函数与高阶导数	41
§ 3.3 微分的概念与运算	48
§ 3.4 中值定理与泰勒公式	51
§ 3.5 导数的经济学应用	60
习题三	62
第 4 章 偏导数与极值	67
§ 4.1 偏导数与全微分的定义	67
§ 4.2 偏导数的运算法则	73
§ 4.3 一元函数的极值	79
§ 4.4 二元函数的极值	83
§ 4.5 拉格朗日乘子法	86
§ 4.6 向量与凸函数	93

习题四	100
第5章 定积分与不定积分	104
§ 5.1 定积分的定义和基本性质	104
§ 5.2 不定积分	108
§ 5.3 微积分基本定理	117
§ 5.4 多重积分的定义与计算	119
§ 5.5 定积分的基本应用	123
§ 5.6 广义积分	126
§ 5.7 积分的经济学应用	127
习题五	130
第6章 无穷级数	134
§ 6.1 级数的概念与收敛性	134
§ 6.2 绝对收敛与条件收敛	141
§ 6.3 幂级数及其收敛半径	146
§ 6.4 函数的幂级数展开	151
§ 6.5 级数的经济学应用	155
习题六	157
第7章 线性方程组与矩阵	160
§ 7.1 线性方程组	160
§ 7.2 阶梯形矩阵	170
§ 7.3 向量空间 $\mathbf{R}^n$	177
§ 7.4 线性方程组的解集	182
§ 7.5 线性相关性	188
§ 7.6 秩	192
§ 7.7 线性方程组的应用	199
习题七	203
第8章 矩阵代数	210
§ 8.1 矩阵的代数运算	210
§ 8.2 矩阵的转置	218
§ 8.3 矩阵的逆	219
§ 8.4 逆矩阵的初等变换算法	223
§ 8.5 分块矩阵及其运算	229
§ 8.6 矩阵的应用	235

§ 8.7 $\mathbf{R}^n$ 到 $\mathbf{R}^m$ 的线性映射	239
习题八	244
第 9 章 行列式	250
§ 9.1 n 阶行列式	250
§ 9.2 行列式的性质	255
§ 9.3 n 阶行列式的计算	260
§ 9.4 克莱姆法则与逆矩阵的行列式算法	264
§ 9.5 拉普拉斯定理	269
习题九	272
第 10 章 线性空间	278
§ 10.1 线性空间与子空间	278
§ 10.2 零空间与列空间	284
§ 10.3 基与坐标	288
§ 10.4 线性空间的维数	294
§ 10.5 基变换与坐标变换	297
§ 10.6 线性映射	302
习题十	309
第 11 章 特征值与特征向量	316
§ 11.1 特征值与特征向量	316
§ 11.2 矩阵的相似与可对角化条件	324
§ 11.3 线性变换及其特征向量	329
§ 11.4 凯莱—哈密尔顿定理	331
§ 11.5 莱斯利人口模型	336
§ 11.6 若当标准形简介	341
习题十一	344
第 12 章 正交性与最小二乘法	349
§ 12.1 内积	349
§ 12.2 标准正交基	353
§ 12.3 正交投影	358
§ 12.4 施密特正交化过程	362
§ 12.5 最小二乘法	366
§ 12.6 内积空间简介	370
习题十二	377

第 13 章 实对称矩阵与二次型	381
§ 13.1 实对称矩阵的相似对角化	381
§ 13.2 二次型	386
§ 13.3 配方法与二次型的规范形	391
§ 13.4 二次型和实对称矩阵的正定性	397
习题十三	401
第 14 章 微分方程	405
§ 14.1 绪论——经济学中的若干模型	405
§ 14.2 微分方程的相关概念	408
§ 14.3 一阶微分方程的初等积分法	412
§ 14.4 线性微分方程组与高阶微分方程	430
§ 14.5 微分方程的经济应用	456
习题十四	459
第 15 章 差分方程	463
§ 15.1 差分方程的概念	463
§ 15.2 线性差分方程的解法	467
§ 15.3 差分方程的经济应用	480
习题十五	482
第 16 章 拓扑基础与不动点定理	484
§ 16.1 度量空间	484
§ 16.2 连续映射与同胚	495
§ 16.3 紧致性和连通性	502
§ 16.4 不动点定理	508
习题十六	522
习题参考答案与提示	527
参考文献	562

第 1 章 集合与逻辑基础

本章讨论集合与逻辑分析基础,这些内容构成本书其他部分的预备知识,主要包括:集合的基本概念、运算性质及经济数学模型中逻辑运算与集合运算的一些对应关系.

§ 1.1 集合的基本概念

现代数学中的基本概念之一是集合,有关集合性质和结构的分析构成现代数学的基础理论.一般来说,集合是可分辨的确定对象的全体,或是具有某种属性的事物的集成.集合中的对象或事物称为**集合的元素**.通常用大写字母表示集合,小写字母表示集合的元素.如果 A 是一个集合, a 是集合 A 的一个元素,则记为 $a \in A$,称为 a 属于 A .当 a 不是集合 A 的元素时,则记为 $a \notin A$,称为 a 不属于 A .下面给出一些集合的例子.

例 1—1 自然数的全体.

例 1—2 正偶数的全体.

例 1—3 中国大学生的全体.

例 1—4 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的全部解.

用 U 表示**全集**,全集的含义是:由所讨论的全部对象构成的集合.例如,在实数范围内研究问题时,可以把全体实数作为全集.我们约定不包含任何元素的集合为空集,记为 $\emptyset$.

给定集合 A, B ,如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,则称 A 是 B 的子集,记为 $A \subseteq B$. A 是 B 的子集又称为 A 包含于 B ,或 B 包含 A .

容易得到如下性质:

(1) $A \subseteq A$;

(2) 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.

如果 A 的每一个元素都属于 B ,同时 B 的每一个元素都属于 A ,即

$$A \subseteq B \text{ 且 } B \subseteq A,$$

则称集合 A 和集合 B 相等,记为 $A = B$.

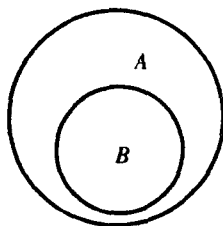
如果 A 是 B 的子集, 而且不等于 B , 即

$$A \subseteq B \text{ 且 } A \neq B,$$

则称 A 是 B 的真子集, 记为 $A \subset B$.

为了方便, 我们约定空集是所有集合的子集, 即对任何集合 A , 都有 $\emptyset \subseteq A$. 显然, 空集是任何非空集合的真子集.

集合间的关系可以利用文氏图直观地表示, 如图 1—1.



集合的表示方法一般有列举法和描述法. 列举法是指列出集合中的所有元素. 例如, 由 0, 2, 4 三个元素构成的集合 A , 我们用大括号“{”表示为

$$A = \{2, 0, 4\}.$$

注意, 列举时不考虑元素的排列顺序. 集合 A 的真子集如下:

$$\{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}, \emptyset.$$

在集合包含元素较少的情形下, 使用列举法很方便. 当集合中包含元素很多时, 列举出集合中的所有元素就变得很困难. 这时采用描述集合中元素性质的描述法来表示集合. 例如, A 表示由全部自然数构成的集合, 采用描述法表示如下

$$A = \{x | x = n, n \text{ 为自然数}\}. \quad (1-1)$$

式(1—1)表示集合 A 由满足“ $x = n, n$ 为自然数”这一性质的全部 x 构成. 一般地, 满足性质 $P(x)$ 的全部 x 构成的集合 A 表示为

$$A = \{x | P(x)\}. \quad (1-2)$$

例 1—5(资源的配置问题) 考虑使用 m 种资源生产 n 种商品的决策问题. 假设生产单位商品 i 需要消耗 a_{ij} 单位的资源 j ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$). 给定资源 j 的总量为 b_j ($j = 1, \dots, m$), 计划生产商品 i 的数量为 x_i ($i = 1, \dots, n$), 则生产满足约束条件

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq b_j, & j = 1, 2, \dots, m \\ x_i \geq 0, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

全部商品 $x_1, \dots, x_n$ 的集合可以表示为

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{R}^n, \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \leq b_j, j = 1, 2, \dots, m; x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (1-3)$$

式中 $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, 表示 n 维列向量, $\mathbf{R}^n$ 表示 n 维向量空间(参见 § 7.3), 集合 A 显然为 $\mathbf{R}^n$ 的子集.

§ 1.2 集合的运算

通过集合间的运算可以得到新的集合, 下面首先介绍集合的交集、并集、补集、差集, 然后给出集合运算的一些法则.

一、集合的交

给定集合 A, B , 由属于 A 且属于 B 的全体元素所构成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记为 $A \cap B$ (如图 1—2 中的阴影部分), 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

如果集合 A, B 不包含共同元素(如图 1—3), 则交集为空集, 即

$$A \cap B = \emptyset.$$

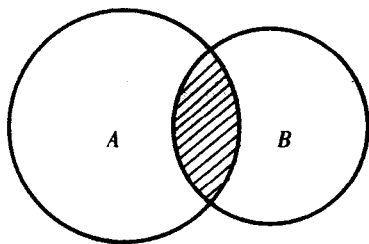


图 1—2 $A \cap B$

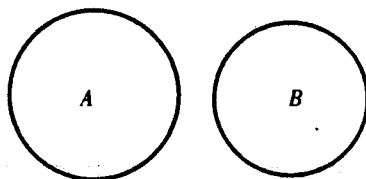


图 1—3 $A \cap B = \emptyset$

由交集的定义, 容易得到如下性质:

- (1) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$;
- (2) $A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap U = A$.

同样, 对给定的集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 由属于所有 $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的全体元素所构成的集合, 称为这 n 个集合的交集, 记为

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n, \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^n A_i.$$

二、集合的并

给定集合 A, B , 由属于 A 或属于 B 的全体元素所构成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记为 $A \cup B$ (如图 1—4), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

容易得到如下性质:

$$(1) A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B;$$

$$(2) A \cup \emptyset = A, A \cup U = U.$$

同样, 对给定的集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 由它们的并构成的集合记为 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots$

$\cup A_n$, 或者表示为 $\bigcup_{i=1}^n A_i$.

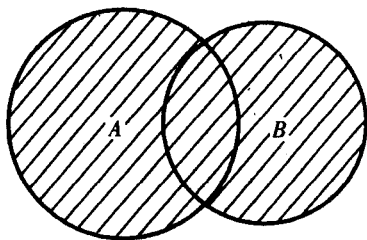


图 1—4 $A \cup B$

三、集合的补与差

给定全集 U , 由不属于 A 的全体元素构成的集合, 称为 A 的补集, 记为 A^c 或 $\bar{A}$, 如图 1—5 中的阴影部分, 即

$$A^c = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}.$$

容易得到如下性质:

$$(1) (A^c)^c = A;$$

$$(2) A \cup A^c = U, A \cap A^c = \emptyset.$$

给定集合 A, B , 由属于 A 但不属于 B 的全体元素所构成的集合, 称为 A 与 B 的差集, 记为 $A - B$, 如图 1—6, 即

$$A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}.$$

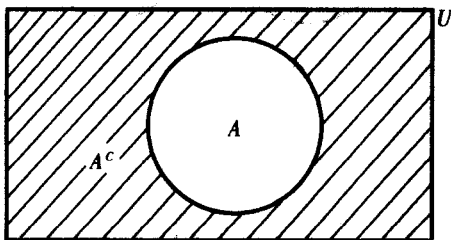


图 1—5 A 的补集 A^c

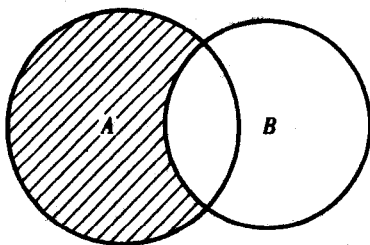


图 1—6 $A - B$