

责任编辑：宁玉
封面设计：管斌
项目统筹：杨铁军

硕士学位 研究生入学资格考试（GCT）辅导用书

GCT考试标准预测试卷

本书面向

工程硕士、农业推广硕士、兽医硕士、风景园林硕士以及高等院校教师、中等职业学校教师在攻读硕士学位

GCT

GCT 考试标准预测试卷

硕士学位研究生入学资格考试辅导用书

数 学

- ★ **标准性：**试卷题型、题量、难度与正式考卷一致。
- ★ **全面性：**10套标准预测试卷，全面覆盖《大纲》规定考查的知识点及能力，并突出重点。
- ★ **预测性：**每套试卷均由命题专家根据历年试题对命题规律进行总结和预测后，题目精选而成，命中率高。

数学

☐ GCT考试标准预测试卷 语文

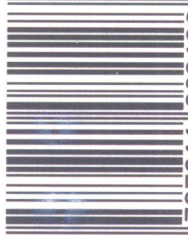
☐ GCT考试标准预测试卷 数学

☐ GCT考试标准预测试卷 英语

☐ GCT考试标准预测试卷 逻辑

总 主 编：中央财经大学 吴秉坚
本册主编：中央财经大学 吴秉坚

ISBN 7-81108-212-8



9 787811 082128 >

BDYY0200N1200

中央民族大学出版社

ISBN 7-81108-212-8/G·403
定价：48.00元

中央民族大学出版社

读者信息反馈卡

亲爱的读者：
感谢您购买了本书，希望在它的帮助下，您能顺利通过考试。为了使我们的自考辅导质量更臻完善，为您今后提供更优秀的图书，希望您抽出宝贵时间，及时与我们沟通交流，把您的评价和建议填在这张调查表上寄给我们，我们将及时与您取得联系，并尽可能给您满意答复，希望您在百忙之中不吝赐教。如果您的建议被我们采纳或指正我们的错误，您将有机会获得我们的标准预测试卷一份。
通信地址：北京市 2382 信箱北大燕园书店编辑部 邮 编：100022
电子邮箱：editor@pkubook.com.cn 电 话：(010) 58695815

姓 名		电 话		邮 编	
联系地址					
身份证号		书 名			
您对本书是否满意 (内容、印刷、设计)					
您的意见和建议					
疑难问题					

邮购地址：北京市 2382 信箱 北大燕园书店 邮编：100022
邮购电话：(010) 58691010 800 - 810 - 2198
请在汇款单附言栏上注明所订书目及书名、数量、编号。北京读者可去海淀图书城昊海楼一、二、三层购买。

图书在版编目 (CIP) 数据

GCT 考试标准预测试卷. 数学: 硕士学位研究生入学资格考试/吴秉坚主编. —北京: 中央民族大学出版社, 2006. 6
ISBN 7-81108-212-8
I. G... II. 吴... III. 高等数学—研究生—入学考试—习题 IV. G643
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 043999 号

GCT 考试标准预测试卷(数学)

主 编: 吴秉坚
责任编辑: 宁 玉
出 版 者: 中央民族大学出版社
北京市海淀区中关村南大街 27 号 邮 编: 100081
电 话: 68472815(发行部) 传 真: 68932751(发行部)
68932218(总编室) 68932447(办公室)
发 行 者: 全国各地新华书店
印 刷 者: 北京市朝阳印刷厂
开本尺寸: 787 × 1092(毫米) 1/16 印张: 32
字 数: 380 千字
版 次: 2006 年 6 月第 1 版 2006 年 6 月第 1 次印刷
书 号: ISBN 7 - 81108 - 212 - 8/G · 403
定 价: 48.00 元

版权所有 翻印必究

GCT 考试标准预测试卷

数 学

总 主 编：中央财经大学
本册主编：中央财经大学

吴秉坚
吴秉坚

目 录

读者信息反馈卡	共 1 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(一)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(二)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(三)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(四)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(五)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(六)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(七)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(八)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(九)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学(十)	共 4 页
GCT 考试标准预测试卷·数学参考答案	共 46 页
2005 年数学基础能力试题及参考答案	共 8 页

中央民族大学出版社

GCT 考试标准预测测试卷

数学(一)

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 三个质数的倒数之和为 $\frac{1661}{1986}$,则这三个质数之和为 ()
A. 331 B. 336 C. 1661 D. 1986
2. 某收藏爱好者的收藏品中有 $\frac{1}{3}$ 为书画, $\frac{1}{4}$ 为瓷器,而书画与瓷器共计有 35 件,该收藏爱好者的其它收藏品的件数为 ()
A. 60 件 B. 35 件 C. 25 件 D. 20 件
3. 某学校组织学生参加体育夏令营活动,营地宿舍若干间,报名参加的同学按每 2 人一个房间将有 12 人无法安排住宿,按 4 人一个房间恰好有一个房间未住满,则报名的同学人数为 ()
A. 24 人 B. 26 人 C. 28 人 D. 25 人
4. 周长相同的圆、正方形、正三角形的面积分别为 a, b, c ,则 a, b, c 之间的大小关系为 ()
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$
5. 满足 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n + i^n = 0$ 的最小自然数 n 是 ()
A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
6. 已知 q 为实数,方程 $x^2 + x + q = 0$ 有两个复数根 α 与 β ,又 $|\alpha - \beta| = 3$,则 $q =$ ()
A. 2 B. -2 C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
7. 设直线 L 的方程为 $y = kx + a (k \neq 0)$,且 L 在 x 轴上的截距是其在 y 轴上截距的 -2 倍,则直线 L 与两坐标轴所围三角形的面积为 ()

- A. a^2 B. $2a^2$
C. k^2 D. $2k^2$
8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 3 + 2a_n$,则 $\{a_n\}$ ()
A. 是等差数列 B. 除第 1 项后是等差数列
C. 是等比数列 D. 除第 1 项后是等比数列
9. $(x + 2)^{10} \cdot (x^2 - 1)$ 的展开式中 x^{10} 的系数为 ()
A. 90 B. 89 C. 180 D. 179
10. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,如果 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n}{3n + 1}$,则极限

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} =$ ()
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. 1 D. 0
11. 现有 5 间办公室和 3 个人,每人以相等概率被安排在某一间办公室,则恰好有 3 间办公室中各有 1 人的概率为 ()
A. $\frac{6}{125}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{27}{125}$ D. $\frac{2}{25}$
12. 以椭圆 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ 的右焦点为圆心,且与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的渐近线相切的圆的方程为 ()
A. $x^2 + y^2 - 10x - 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$
C. $x^2 + y^2 + 10x - 9 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 10x + 9 = 0$
13. 若实数 a, b 满足 $(a + 1)(b + 1) = 2$,则 $\arctan a + \arctan b =$ ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$ 或 $-\frac{3\pi}{4}$
14. 三角形 ABC 中, $AB = 3, BC = \sqrt{13}, AC = 4$,则 AC 边上的高为 ()
A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

15. 已知平面上三个点 A, B, C 不共线, P 是平面上一点, 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$, 则点 P ()
- A. 在直线 AB 上
B. 在直线 AC 上
C. 在 $\triangle ABC$ 内部
D. 在 $\triangle ABC$ 外部
16. 已知 $f(n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} [f(n+1) - f(n)] =$ ()
- A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. 0
D. ∞
17. 设 $f(x)$ 是奇函数, 且 $F(x) = f(x) \cdot \left(\frac{1}{a^x+1} - \frac{1}{2}\right)$ 其中 $a > 0, a \neq 1$, 则 $F(x)$ 是 ()
- A. 奇函数
B. 偶函数
C. 非奇非偶函数
D. 奇偶性与 a 有关
18. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处 ()
- A. 左导数不存在
B. 右导数不存在
C. $f'(0) = 1$
D. 不可导
19. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int_1^n \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) f\left(x + \frac{1}{x}\right) dx =$ ()
- A. 0
B. 1
C. $n + \frac{1}{n}$
D. $\int_1^n f(x) dx$
20. 设方程 $x + y^2 = \int_0^{y-x} \cos^2 t dt$ 确定隐函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ ()
- A. $\frac{\cos^2(y-x) - 1}{2y}$
B. $\frac{1 + 2y + \cos^2(y-x)}{\cos^2(y-x)}$
C. $\frac{\cos^2(y-x) + 1}{\cos^2(y-x) - 2y}$
D. $\frac{1 + 2y}{\cos^2(y-x)}$
21. 设 A 为三阶方阵, $|A| = \frac{1}{2}$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $|(3A)^{-1} - 2A^*| =$ ()
- A. $-\frac{1}{3}$
B. $\frac{16}{27}$
C. $-\frac{32}{27}$
D. $-\frac{16}{27}$
22. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关, 则下列命题一定成立的是 ()

- A. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中含有零向量
B. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中每一向量都可由其余向量线性表示
C. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中存在一个向量可以由其余向量线性表示
D. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中仅有一个向量可以由其余向量线性表示
23. 设 α 是矩阵 A 属于特征值 λ 的特征向量, P 为可逆矩阵, 则下列是矩阵 $P^{-1}AP$ 属于特征值 λ 的特征向量的是 ()
- A. α
B. $P\alpha$
C. $P^{-1}\alpha P$
D. $P^{-1}\alpha$
24. 设向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1+\lambda \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+\lambda \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1+\lambda \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ \lambda^2 \end{pmatrix}$, 如果 β 可以由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示且表示式不是唯一的, 则 $\lambda =$ ()
- A. 0
B. -3
C. 0 或 -3
D. 3
25. 设二阶方阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 2$, 且 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ 是 A 属于 λ_1, λ_2 的特征向量, 则方阵 $A =$ ()
- A. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} -13 & -30 \\ 18 & 46 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} -13 & 6 \\ -30 & 14 \end{pmatrix}$

GCT 考试标准预测试卷

数学(二)

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 甲、乙两名车工加工同一种零件,甲单独加工需 10 天完成任务,乙每天能够加工 15 件,如果甲、乙两人同时加工 5 天完成了任务量的 80%,则全部加工任务的件数为 ()

A. 150 件
B. 200 件
C. 250 件
D. 300 件

2. 某公司每天准时派汽车从公司去经理家接经理上班,某天经理提前 1 小时步行去公司,结果在去公司的路途中遇公司派来的汽车后后坐汽车比平常提早 10 分钟到达公司,则汽车速度是经理步行速度的多少倍? ()

A. 11
B. 22
C. 12
D. 24

3. $\left(\frac{1}{1998} - 1\right)\left(\frac{1}{1997} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{1001} - 1\right)\left(\frac{1}{1000} - 1\right) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $-\frac{1}{4}$

4. 已知 a 为正整数,且关于 x 的方程 $\lg(4 - 2x^2) = \lg(a - x) + 1$ 有实数根,则 a 等于 ()

A. 1
B. 2
C. 1 或 2
D. 2 或 3

5. 母亲比儿子大 30 岁,6 年后母亲年龄是儿子的 4 倍,则现在母子年龄分别是 ()

A. 34、4
B. 32、2
C. 40、10
D. 42、12

6. 设 $\sin\alpha + \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$,则 $\cos\alpha + \sin\beta$ 的取值范围是 ()

A. $\left[-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right]$
B. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$
C. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
D. $\left[-\frac{\sqrt{14}}{2}, \frac{\sqrt{14}}{2}\right]$

7. $\frac{1 - \sqrt{3}i}{(\sqrt{3} + i)^2} =$ ()

A. $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$
B. $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$
C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_{10} 是方程 $3x^2 + 6x + 1 = 0$ 的两个根,则 $a_4 + a_7$ 的值是 ()

A. 0
B. 2
C. -2
D. 1

9. 在 $\triangle ABC$ 中, " $\sin 2A = \sin 2B$ " 是 " $\triangle ABC$ 为等腰三角形" 的 ()

A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

10. 已知一个圆锥的高与底面半径相等,它的一个内接圆柱的高和圆柱的底面半径也相等,则圆柱的表面积与圆锥的表面积之比等于 ()

A. $\sqrt{3} - 1$
B. $\sqrt{2} - 1$
C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. 设甲、乙两门高射炮打飞机,甲、乙两炮的命中率分别为 0.7 和 0.6,现甲、乙两炮同时发射一炮,则飞机恰好被命中一炮的概率是 ()

A. 0.88
B. 0.58
C. 0.46
D. 0.42

12. 四个数成等比数列,前三个数乘积为 1,后三个数乘积为 $\frac{27}{8}$,则公比是 ()

A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

13. 一个长方体的表面积为 24 cm^2 ,所有棱长之和为 28 cm ,则长方体的对角线长为 ()

A. 5 cm
B. $\sqrt{37} \text{ cm}$
C. 25 cm
D. $2\sqrt{190} \text{ cm}$

14. 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点弦的中点轨迹方程为 ()

A. $y^2 = 2(x - 1)$
B. $y^2 = 2x$
C. $x^2 = 2(y - 1)$
D. $x^2 = 2y$

15. 从1,2,3,...,9这9个不同数字中,每次任取两个记作 a, b ,写成 $\log_a b$,能够组成不同的且大于1的对数值共 ()

- A. 26个
B. 28个
C. 30个
D. 32个

16. 下列极限中不正确的是 ()

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$
B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}} = 0$
C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{\frac{1}{x}} = +\infty$
D. $\lim_{x \rightarrow 2^-} 10^{\frac{1}{x-2}} = \infty$

17. 设函数 $f(x) = (x-a)\varphi(x)$,其中 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处连续,则下列各式一定成立的是 ()

- A. $f'(x) = \varphi'(x)$
B. $f'(a) = \varphi'(a)$
C. $f'(a) = \varphi(a)$
D. $f'(x) = \varphi(x) + (x-a)\varphi'(x)$

18. 设 $I_1 = \int_0^\pi e^{-x^2} dx, I_2 = \int_\pi^{2\pi} e^{-x^2} dx$,则 ()

- A. $I_1 > I_2$
B. $I_1 < I_2$
C. $I_1 = I_2$
D. I_1 与 I_2 的值不存在

19. 已知曲线 $y = x^2$ 与 $y = cx^3$ 所围面积为 $\frac{2}{3}$,则 $c =$ ()

- A. 2
B. $\frac{1}{2}$
C. 3
D. $\frac{1}{3}$

20. $\int_{-\infty}^{+\infty} (x+|x|)e^{-|x|} dx =$ ()

- A. 0
B. -2
C. 2
D. 4

21. 方程
$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4+x \\ a_1 & a_2 & a_3+x & a_4 \\ a_1 & a_2+x & a_3 & a_4 \\ a_1+x & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0$$
 的根为 ()

- A. $a_1 + a_2, a_3 + a_4$
B. $0, a_1 + a_2 + a_3 + a_4$
C. $0, a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4$
D. $0, -a_1 - a_2 - a_3 - a_4$

22. 设 $A, B, A+B, A^{-1}+B^{-1}$ 均为 n 阶可逆矩阵,则 $(A^{-1}+B^{-1})^{-1} =$ ()

- A. $A^{-1}+B^{-1}$
B. $A+B$

C. $A(A+B)^{-1}B$

23. 已知 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,如果 X 满足 $AX+2B=BA+2X$,则 $X^4 =$ ()

- A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

24. 设向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,如果 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示,则 $\beta =$ ()

则 a, b 的全部取值为

- A. $a=1, b=2$
B. a 为任意实数, $b=2$
C. $a \neq 1, b \neq 2$
D. a 为任意实数, $b \neq 2$

25. 设 $\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$ 是可逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵 A^* 的特征向量,则 $a =$ ()

- A. -1
B. 2
C. 4
D. 6

GCT 考试标准预测测试卷

数学(三)

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 两位数中能被其各位数字之和整除,且除得的商恰好是 4 的个数为 ()
A. 4 个 B. 6 个
C. 8 个 D. 10 个
2. 两个码头相距 198 km,一轮船顺流而下行完全程 6 h,逆流而上行完全程 9 h,则该轮船的航速与水流速度分别为 ()
A. 27.5 km/h 和 11 km/h B. 26.4 km/h 和 11 km/h
C. 27.5 km/h 和 5.5 km/h D. 26.4 km/h 和 5.5 km/h
3. 如果 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 的反函数图像经过点 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{4})$, 则 $a =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. 2
C. 4 D. 16
4. 已知 $a = \frac{2005}{2006}, b = \frac{2004}{2005}, c = \frac{2003}{2004}$, 则 a, b, c 之间的大小关系为 ()
A. $a < b < c$ B. $a > c > b$
C. $b < a < c$ D. $a > b > c$
5. 不等式 $\frac{x(x+1)}{x-2} < 0$ 的解集是 ()
A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 0\}$
C. $\{x | x < -1\}$ D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$
6. 设 $(1-x)^{2006} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2006}x^{2006}$, 则 $(a_0 + a_1) + (a_0 + a_2) + \dots + (a_0 + a_{2006}) =$ ()
A. 0 B. 1
C. 2005 D. 2006
7. 设 S 是 100 个数 4, 44, 444, $\dots, 44 \dots 4$ (100 位数) 的和, 则 S 的最小的 4 个位数上的数字(即千、百、十、个位上数字)是 ()
A. 9960 B. 1560

C. 4400

8. 三位教师分配到 6 个班级任教,其中一人教一个班,一人教两个班,一人教三个班,共有分配方法的种数为 ()

- A. 60 B. 120
C. 360 D. 720

9. 设 $f(x) = 3 - |x|, g(x) = |x| - 2$, 且 $F(x) = f[g(x)],$ 则 $x \leq -2$ 时, $F(x) =$ ()
A. $5 + x$ B. $5 - x$
C. $1 + x$ D. $1 - x$

10. 夹在两个平行平面间的圆柱、圆锥、球,如果它们在两个平行平面上的投影为同一个圆,则它们的体积之比是 ()

- A. 3 : 1 : 4 B. 9 : 3 : 4
C. 3 : 2 : 1 D. 3 : 1 : 2

11. 已知 $1 - i$ 是实系数方程 $x^4 - x^3 + 2ax + b = 0$ 的一个复数根,则方程的其它三个根是 ()

- A. 0, 1, 1 + i B. 0, -1, 1 + i
C. -1, 1, 1 + i D. -1, 1, -1 + i

12. 已知等比数列的公比是 2, 且前 4 项之和为 1, 则前 8 项之和为 ()

- A. 15 B. 17
C. 19 D. 21

13. 某学习小组有 7 名男生、3 名女生,从中任选 3 人参加数学竞赛,则有女生参加的概率是 ()

- A. $\frac{1}{120}$ B. $\frac{7}{24}$
C. $\frac{17}{24}$ D. $\frac{21}{40}$

14. 设 $f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}$, 则 $f(1) + f(2) + \dots + f(2006) =$ ()

- A. 0 B. 1
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

15. 椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 其左准线为 l_1 , 右准线为 l_2 , 一条以原点为顶点, l_1 为准线的抛物线 c_2

交 l_2 于 A、B 两点, 则 $|AB| =$ ()
A. 4 B. 8

C. 16

D. 32

16. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2+3-4+\cdots+(2n-1)-2n}{1+2+3+\cdots+n} =$ ()

A. -1

B. -2

C. 1

D. 0

17. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ x-1, & x < 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处 ()

A. 不连续

B. 连续但不可导

C. 连续、可导且 $f'(1)=1$

D. 连续、可导且 $f'(1)=-1$

18. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int_a^b f(x) dx - \int_a^b f(a+b-x) dx =$ ()

A. 0

B. 1

C. $2 \int_a^b f(x) dx$

D. $\frac{1}{2} \int_a^b f(x) dx$

19. 底为等边三角形的直柱体, 体积 V 为一定数, 其表面积最小时底面的等边三角形边长 $a =$ ()

A. $\sqrt[3]{V}$

B. $\sqrt[3]{4V}$

C. $2\sqrt[3]{V}$

D. $2\sqrt{V}$

20. 设 $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\arctan e^x + \arctan e^{-x}) dx$, 则 ()

A. $I < 0$

B. $I = 0$

C. $I = \pi$

D. $I = \frac{\pi^2}{2}$

21. 设线性方程组 $\begin{cases} ax_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ 2ax_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$ 有唯一解, 则 a, b 的取值是 ()

A. $a \neq 0, b \neq 0$

B. $a \neq \frac{3}{2}, b \neq 0$

C. $a \neq \frac{3}{2}, b \neq \frac{3}{2}$

D. $a \neq 0, b \neq \frac{3}{2}$

22. 设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则 $(A^*)^* =$ ()

A. $|A|^{n-2} \cdot A$

B. $|A|^{n-1} \cdot A$

C. $|A|^n \cdot A$

D. $|A| \cdot E$

密

封

线

内

不

要

答

题

23. 设 a_1, a_2, a_3 是互不相同的常数, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + a_1 x_2 = a_1^2 \\ x_1 + a_2 x_2 = a_2^2 \\ x_1 + a_3 x_2 = a_3^2 \end{cases}$ ()

A. 仅有唯一解

B. 有无穷多解

C. 无解

D. 是否有解与 a_i 有关

24. 如果方阵 A 与对角阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $A^{10} =$ ()

A. E

B. A

C. $-E$

D. $10E$

25. 设 $\lambda = 2$ 是矩阵 A 的一个特征值, 则下列一定是 $\frac{1}{3}A^2 + E$ 的特征值的是 ()

A. 4

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{3}{7}$

GCT 考试标准预测试卷

数学(四)

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 一件工程,由甲、乙合作 8 天完成,乙、丙合作 6 天完成,丙、丁合作 12 天完成,如果由甲、丁合作需要的天数为 ()

- A. 8 天
- B. 6 天
- C. 12 天
- D. 24 天

2. 甲、乙两包糖的重量之比为 3:1,如果从甲包中取出 10 g 放入乙包,则甲、乙两包的重量之比变为 5:2,则两包糖的重量之和为 ()

- A. 70 g
- B. 150 g
- C. 280 g
- D. 500 g

3. 设集合 $A = \{x \mid |x^2 - 1| = \frac{1}{10}x + 1\}$,则集合 A 中元素个数是 ()

- A. 2
- B. 4
- C. 0
- D. 1

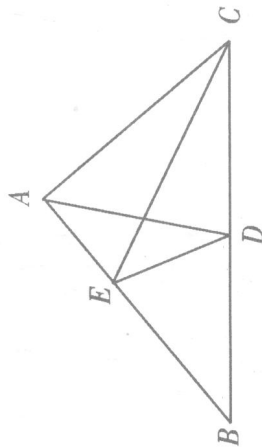
4. 已知 $y = f(x)$ 是奇函数,当 $x \geq 0$ 时 $f(x) = 3^x - 1$,令 $f(x)$ 的反函数为 $y = g(x)$,则 $g(-8) =$ ()

- A. -2
- B. 2
- C. -4
- D. 4

5. 两个等腰直角三角形的周长之比是 1:3,则它们的面积之比为 ()

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{1}{6}$
- C. $\frac{1}{9}$
- D. $\frac{1}{2}$

6. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 1,且 $\triangle BDE$ 、 $\triangle DEC$ 和 $\triangle CAE$ 的面积相等,则 $\triangle ADE$ 的面积为 ()



- A. $\frac{1}{12}$
- C. $\frac{1}{3}$

- B. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{1}{2}$

7. 一个水池有两个进水管 A、B 和一个放水管 C,若单开 A 管 12 h 灌满水池,单开 B 管 9 h 灌满水池,单开 C 管 8 h 放完满池水,现将 A、B、C 同时打开,则灌满水池需要的时间数为 ()

- A. $\frac{72}{5}$ h
- C. $\frac{72}{9}$ h

- B. $\frac{72}{7}$ h
- D. $\frac{72}{11}$ h

8. 已知 $a_n = \frac{1}{2^n} \cos \frac{n\pi}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$,数列 $\{a_n\}$ 各项之和等于 ()

- A. $\frac{1}{5}$
- C. $\frac{1}{10}$

- B. $-\frac{1}{5}$
- D. $-\frac{1}{10}$

9. 已知 α, β 均为锐角,且 $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$,则 $\alpha + \beta =$ ()

- A. $\frac{3\pi}{4}$
- C. $\frac{5\pi}{4}$

- B. $\frac{\pi}{4}$
- D. $\frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$

10. 复数 $z = 1 + \cos \theta + i \sin \theta (\pi < \theta < 2\pi)$ 的模为 ()

- A. $2 \sin \frac{\theta}{2}$
- C. $2 \cos \frac{\theta}{2}$

- B. $-2 \sin \frac{\theta}{2}$
- D. $-2 \cos \frac{\theta}{2}$

11. 若 $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^n = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_n(x-1)^n$,则 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n =$ ()

- A. $\frac{3}{2}(3^n - 1)$
- C. $3^n - 1$

- B. $\frac{1}{2}(3^n - 1)$
- D. $\frac{2}{3}(2^n - 1)$

12. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 > 0$, 又 $3a_3 = 7a_7$, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,如果 S_n 取得最大值,则 $n =$ ()

- A. 7
- C. 9

- B. 8
- D. 10

13. 已知 $0 < x < y < a < 1$,则下列正确的是

- A. $\log_a(xy) > 2$
- C. $0 < \log_a(xy) < 1$

- B. $1 < \log_a(xy) < 2$
- D. $\log_a(xy) < 0$

14. 盒中有 3 红 2 白共 5 个球,从中任取两个,则取到同色球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{10}$
C. $\frac{37}{100}$

15. 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 线段 F_1F_2 被抛物线 $y^2 = 2bx$ 的焦点 F 分成 $5:3$ 的两段, 则椭圆的离心率 $e =$ ()

- A. $\frac{4}{5}$
B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{(x+a)(x+b)} - x] =$ ()

- A. 0
C. ab
B. $a+b$
D. $\frac{a+b}{2}$

17. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(\ln|x| - \ln|x^2 + x|), & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ ()

- A. 1
C. e
B. -1
D. $\frac{1}{e}$

18. 曲线 $y = \int_0^x te^{-t} dt$ 的拐点是 ()

- A. $(0, 0)$
C. $(1, 1 - \frac{2}{e})$
B. $(1, 1 + \frac{2}{e})$
D. $(1, 1 - \frac{1}{e})$

19. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $f(x) > 0$, 又 $F(x) = \int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt$, 则方程 $F(x) = 0$ 在区间 (a, b) 内实根的个数为 ()

- A. 0 个
C. 2 个
B. 1 个
D. 3 个

20. 设 $f(x)$ 可导, $f(0) = 0, F(x) = \int_0^{t^{n-1}} f(x^n - t^n) dt$, 则极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} =$ ()

- A. 0
C. $f'(0)$
B. ∞
D. $\frac{f'(0)}{2n}$

21. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix} =$ ()

A. 0

C. $(a-b)^n[a(n-1)b]$

22. 设 A 是 $k \times l$ 阶矩阵, B 是 $m \times n$ 阶矩阵, 如果 AC^TB 有意义, 则 C 是 _____ 阶矩阵. ()

- A. $k \times n$
C. $l \times m$
B. $k \times m$
D. $m \times l$

23. 已知 η_1, η_2, η_3 是非齐次线性方程组 $AX = \beta$ 的三个解, 秩 $A = 3$, 又已知 $\eta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, 则下列表达式中是 $AX = \beta$ 的全部解的是 ()

$\eta_2 + \eta_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, 则下列表达式中是 $AX = \beta$ 的全部解的是 ()

- A. $k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
B. $k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
C. $k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
D. $k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

24. 已知三阶可逆矩阵 A 的特征值为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 则 $|E + A^{-1}| =$ ()

- A. 24
C. 60
B. $\frac{1}{24}$
D. $\frac{1}{60}$

25. 与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 相似的对角矩阵是 ()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

GCT 考试标准预测试卷

数学(五)

(共25题,每题4分,满分100分,考试时间45分钟)

本试题满分为100分,共25个选择题,每题4分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 满足 $m^3 + n = 311$ 的正整数 m 和 n 的最大公约数为 k , 则所有这样 k 值之和等于 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
2. 设 $a > b > 1, M = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}, N = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b), L = \lg \frac{a+b}{2}$, 则下列各式一定成立的是 ()
A. $L > N > M$ B. $L > M > N$
C. $N > M > L$ D. $N > L > M$
3. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2$, 又对任意自然数 n 有 $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$, 则 $a_{2006} =$ ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 2006
4. 甲、乙两列客车的长度分别为150 m和200 m, 相对行驶在平行的轨道上, 如果甲车上某乘客测得乙车在窗外经过的时间为10 s, 则乙车上某乘客看见甲车在窗外经过的时间为 ()
A. 10 s B. 12.5 s C. 7.5 s D. 15 s
5. 甲、乙两个水池中现有存水量之比为5:3, 要使两池存水量相同, 需要甲池中的_____水输入乙池? ()
A. 10% B. 20% C. 30% D. 40%
6. 在 $(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 如果前三项的系数成等差数列, 则展开式中的有理项的项数为 ()
A. 2项 B. 3项 C. 4项 D. 5项
7. 设 n 为自然数, 则 $|n-1| + |n-2| + \dots + |n-100|$ 的最小值为 ()
A. 2500 B. 4852 C. 4950 D. 5050
8. 设 $f(x) = \frac{1}{2^x + \sqrt{2}}$, 则 $f(-5) + f(-4) + \dots + f(0) + f(1) + \dots + f(5) + f(6) =$ ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$
9. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{5}{2}$, 则 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) =$ ()
A. $\frac{1}{5}(4 - 3\sqrt{3})$ B. $\frac{1}{5}(4 + 3\sqrt{3})$
C. $\frac{1}{10}(4 - 3\sqrt{3})$ D. $\frac{1}{10}(4 + 3\sqrt{3})$
10. 如图共有16个方格, 把A、B、C、D四个不同的棋子放入格里, 使每行每列只能出现一个棋子, 则不同放法的种数共有 ()
A. 24种 B. 256种 C. 576种 D. 6144种
11. 如图长方形ABCD中, E是AB的中点, $CF = \frac{1}{3}BC$, 则ABCD的面积是图中阴影部分面积的 ()
A. 3倍 B. 4倍 C. 5倍 D. 6倍
12. 从0、1、2、...、9十个数字中任取三个数字, 则三个数字中不含0或9的概率为 ()
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{14}{15}$ D. $\frac{29}{30}$
13. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1 = 2, q = 2$, 前 n 项和为 S_n , 前 n 项积为 T_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{(\sqrt[n]{T_n})^2} =$ ()
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
14. 若椭圆 $x^2 + dy^2 = 1 (d > 0)$ 与直线 $y = 1 - x$ 交于A、B两点, 过原点与线段AB的中点连线的斜率为2, 则 $d =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 2

C. $\frac{1}{4}$

D. 4

15. 已知直线 $l: x + y + 1 = 0$ 和圆 $C: x^2 + y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$, 圆 C 上到直线 l 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点的个数为 ()

A. 1 个

B. 2 个

16. 极限 $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x-3}}{2 + \sqrt[3]{x}} =$ ()

A. -2

B. 2

C. -4

D. 4

17. 设函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{\sin x} = \frac{1}{2}$, 则 $f'(1) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

18. 曲线 $y = x^2 + ax + b$ 与曲线 $2y = -1 + xy^3$ 在 $(1, -1)$ 处相切, 则 a, b 分别为 ()

A. $a = 1, b = 1$

B. $a = 1, b = -1$

C. $a = -1, b = -1$

D. $a = -1, b = 1$

19. 设 $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ ()

A. $\frac{1}{e} - 1$

B. $1 - \frac{1}{e}$

C. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{e} - 1 \right)$

D. $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e} \right)$

20. 内接于半径为 R 的半圆且周长最长的矩形的边长为 ()

A. $\frac{4}{\sqrt{5}}R$ 和 $\frac{1}{\sqrt{5}}R$

B. $\frac{3}{\sqrt{5}}R$ 和 $\frac{2}{\sqrt{5}}R$

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}R$ 和 $\sqrt{\frac{3}{5}}R$

D. $\sqrt{\frac{2}{5}}R$ 和 $\frac{3}{\sqrt{5}}R$

21. 设四阶方阵 $A = (\beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $B = (\gamma, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 已知 $|A| = 2, |B| = 1$, 则 $|A| |B|$ 和 $|A + B|$ 分别为 ()

A. 2, 3

B. 2, 24

C. 16, 3

D. 16, 24

22. 若 n 阶方阵 A 满足 $A^2 = A$, 则 $A + E$ 可逆并且 $(A + E)^{-1} =$ ()

A. $A - 2E$

B. $\frac{1}{2}(A - 2E)$

C. $A + 2E$

D. $\frac{1}{2}(2E - A)$

23. 已知 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 如果三阶方阵 X 满足 $AX + 2B = BA + 2X$, 则 $X^4 =$ ()

A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

24. 设 A 为 4×3 非零矩阵, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$, 已知 $AB = 0$, 则 A 的秩等于 ()

A. 0

B. 1

C. 0 或 1

D. 1 或 2

25. 若 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似, 则 ()

A. $x = 0, y = 1$

B. $x = 1, y = 0$

C. $x = 0, y = -1$

D. $x = -1, y = 0$

数学(六)

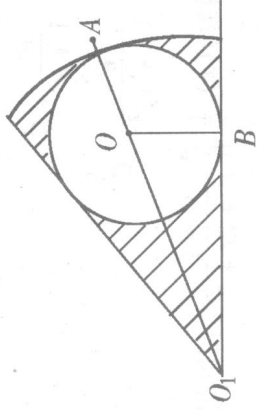
GCT 考试标准预测试卷

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 某人在商店买了 10 kg 苹果,放入自己带的重 0.5 kg 的篮子里,然后连苹果带篮子一同放在商店的称上称得重量为 10.60 kg,说明苹果的实际重量比 10 kg
- A. 多 0.1 kg
- B. 少 0.1 kg
- C. 少 1 kg
- D. 少 $\frac{5}{3}$ kg
2. 某公司的甲、乙、丙三个经营部门全年计划完成销售收入 1000 万元,给甲、乙、丙分配的销售任务的比例为 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$,由甲部门的销售任务为
- A. 500 万元
- B. 230 $\frac{10}{13}$ 万元
- C. 307 $\frac{9}{13}$ 万元
- D. 461 $\frac{7}{13}$ 万元
3. 设 x, y, n 为正实数且 $y < x$, 则
- A. $\frac{x+n}{y+n} < \frac{x}{y}$
- B. $\frac{x+n}{y+n} = \frac{x}{y}$
- C. $\frac{x+n}{y+n} > \frac{x}{y}$
- D. $\frac{x+n}{y+n}$ 与 $\frac{x}{y}$ 的大小不确定
4. 设 $|x+2| \leq 1, |y+2| \leq 2$, 则
- A. $|x-y| \leq 1$
- B. $|x-y| \leq 2$
- C. $|x-y| \leq 3$
- D. $|x-y| \leq 7$
5. 不等式 $\frac{x^2-4x+3}{x+5} \leq 0$ 的解集是
- A. $[1, 3]$
- B. $(-\infty, -5]$
- C. $(-\infty, -5)$ 或 $[1, 3]$
- D. $(-5, 3]$
6. 复数 $z = -3\left(\sin \frac{4}{3}\pi - i\cos \frac{4}{3}\pi\right)$ 的辐角主值是
- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{4}{3}\pi$

- C. $\frac{5}{3}\pi$
- D. $\frac{11}{6}\pi$
7. 方程 $3^x = 7^{x^2}$ 的解集是
- A. $\{0\}$
- B. $\{\log_7 3\}$
- C. $\{0, \log_3 3\}$
- D. $\{0, \log_3 7\}$
8. 设方程 $(\lg x)^2 + (1 + \lg 5)\lg x + \lg 5 = 0$ 的两个根是 α, β , 则 $\alpha\beta =$
- A. -50
- B. $\frac{1}{50}$
- C. $1 + \lg 5$
- D. $\lg 5$
9. 设数列 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$, S_n 为前 n 项和,满足 $S_n > 1000$ 的最小 n 是
- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10
10. 现有 3 名司机和 6 名售票员,分配到三辆公交车上工作,每车上 1 名司机 2 名售票员,则不同分配方案的种数为
- A. 320
- B. 480
- C. 540
- D. 680
11. 若 $\cos x - \sin x = 1$, 则 $(\cos x)^{2006} + (\sin x)^{2006} =$
- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 0 或 1
12. 如图,扇形的半径为 12, 圆心角为 60° , O 为扇形内切圆圆心, 则阴影部分的面积为 ()
- A. 8π
- B. 16π
- C. 20π
- D. 24π
13. 从数字 1, 2, 3, 4, 5 中随机抽取 3 个数字(可重复抽取)组成一个三位数,其各位数字之和等于 9 的概率是
- A. $\frac{17}{125}$
- B. $\frac{19}{125}$
- C. $\frac{21}{125}$
- D. $\frac{23}{125}$
14. 设 O 为坐标原点, 点 A, B 在抛物线 $y^2 = 2x$ 上, 满足 $|OA| = |OB|$ 且 $OA \perp OB$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于
- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{4}{3}\pi$



A. 2
C. 6

15. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} \perp \vec{b}, |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$, 又 $3\vec{a} + 2\vec{b}$ 与 $\lambda\vec{a} - \vec{b}$ 垂直, 则 $\lambda =$

A. 1
C. $-\frac{3}{2}$
B. $\frac{3}{2}$
D. $\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$

16. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} =$

A. 0
C. e
B. 1
D. $\frac{1}{e}$

17. 设 $y = f\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right), f(x) = \arctan x$, 则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=2} =$

A. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{8}{25}$
B. $\frac{4}{17}$
D. $\frac{25}{34}$

18. 曲线 $y = \frac{e^x}{x^2-1} + 1$ 的渐近线条数为

A. 0
C. 2
B. 1
D. 3

19. $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx =$

A. $\frac{e^x}{1+x} + C$
C. $\frac{e^x}{(1+x)^2} + C$
B. $\frac{xe^x}{1+x} + C$
D. $\frac{x^2e^x}{(1+x)^2} - \frac{xe^x}{(1+x)^2} + \frac{e^x}{(1+x)^2} + C$

20. 函数 $f(x) = \int_0^x \frac{t+1}{t^2+2t+2} dt$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值 M 与最小值 m 分别为

A. $m = 0, M = \ln \frac{5}{2}$
C. $M = 0, m = -\ln \frac{5}{2}$
B. $m = 0, M = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}$
D. $M = 0, m = -\frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}$

21. 行列式 $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix} =$

()

A. $a^4 - b^4$
C. $b^4 - a^4$

B. $(a^2 - b^2)^2$
D. $a^4 \cdot b^4$

22. 设 $A = (a_1, a_2, a_3), B = (b_1, b_2, b_3)$ 均为 1×3 矩阵, 如果 $A^T B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $AB^T =$

A. 2
C. 1
B. -2
D. -1

23. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ + x_3 = 2 \\ 5x_1 + 3x_2 + (a+8)x_3 = b+7 \end{cases}$ 有无穷多解, 则 a, b 的取值为

A. $a \neq 0, b \neq 0$
C. $a \neq 0, b = 0$
B. $a = 0, b \neq 0$
D. $a = 0, b = 0$

24. 设 $n(n \geq 3)$ 阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ a & a & 1 & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & a & \cdots & 1 \end{pmatrix}$, 如果秩 $A = n-1$, 则 $a =$

A. 1
C. -1
B. $\frac{1}{n-1}$
D. $\frac{1}{1-n}$

25. 设三阶方阵 A 的特征值为 $1, -1, 2$, 又 $B = A^2 - 2A + 3$, 则 $|B| =$

A. 2
C. 36
B. -2
D. -36

密 封 线 内 不 要 答 题

GCT 考试标准预测测试卷
数学(七)

(共 25 题,每题 4 分,满分 100 分,考试时间 45 分钟)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分,每小题所给出的四个选项中只有一个选项是正确的。

1. 在 $1, 2, 3, \dots, 2006$ 共 2006 个连续自然数中,被 3, 4, 5, 6, 7 除均余 2 且最大的数是 ()
A. 1682 B. 1892 C. 1918 D. 1997
2. 某种化合物由甲、乙两种原材料构成,现甲种原材料的成本在每单位 120 元的基础上上涨了 10%,而乙种原材料的成本在 80 元的基础上下降了 10%,但是该种化合物的原材料成本保持不变,则甲、乙两种原材料的比例分别为 ()
A. 20% 和 80% B. 30% 和 70% C. 40% 和 60% D. 50% 和 50%
3. 已知不等式 $-2x^2 + 5x + c \geq 0$ 的解集为 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$,则 $c =$ ()
A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3
4. 甲车以 110 km/h 的速度由 A 驶向 B,而乙、丙两车同时以 90 km/h 和 70 km/h 的速度由 B 驶向 A,途中甲与乙相遇后 1 h 甲与丙相遇,则 A 与 B 两地的距离为 ()
A. 1800 km B. 2000 km C. 2400 km D. 3000 km
5. 已知方程 $(x^2 - 2x + p)(x^2 - 2x + q) = 0$ 的四个根构成一个首项为 $\frac{1}{4}$ 的等差数列,则 $|p - q| =$ ()
A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$
6. $\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\right)^3$ 的展开式中的常数项为 ()
A. 64 B. -64 C. 160 D. -160

7. 记 P 为边长为 a 的正方形,以 P 的各边中点为顶点的正方形记作 P_1 ,再从 P_1 各边中点为顶点的正方形记作 P_2 ,则 P_2 的周长与面积分别为 ()

- A. $a, \frac{1}{4}a^2$ B. $a, \frac{1}{2}a^2$
C. $2a, \frac{1}{4}a^2$ D. $2a, \frac{1}{2}a^2$

8. 设 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_n > 0 (n = 1, 2, 3, \dots)$, 记 $A_n = \frac{1}{2}(\ln S_n + \ln S_{n+2}), B_n = \ln S_{n+1}$, 其中 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则对一切 n 有 ()

- A. $A_n > B_n$ B. $A_n < B_n$
C. $A_n = B_n$ D. 存在 n 使 $A_n < B_n$, 也存在 n 使 $A_n \geq B_n$

9. “ $\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ” 是 “ $\alpha = k\pi + \frac{3\pi}{8}$ ” 的 ()

- A. 充分必要条件 B. 充分而非必要条件
C. 必要而非充分条件 D. 既非充分也非必要条件

10. $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边 a, b, c 成等差数列,且 $\angle B = 30^\circ$, 三角形面积 $S = \frac{3}{2}$, 则 $b =$ ()

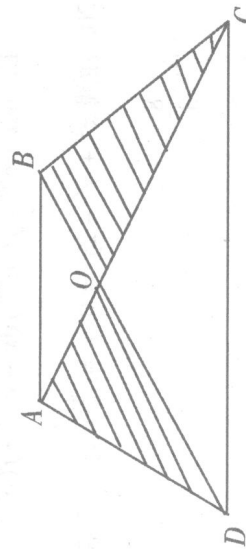
- A. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$
C. $1 + \sqrt{3}$ D. $2 + \sqrt{3}$

11. 函数 $f(x) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 是 ()

- A. 周期为 π 的奇函数 B. 周期为 π 的偶函数
C. 周期为 2π 的奇函数 D. 周期为 2π 的偶函数

12. 如图 AB, CD 是梯形的上、下底,已知阴影部分面积为 5, $S_{\triangle AOB} = 0.625$, 则梯形的面积为 ()

- A. 10 B. 10.625
C. 14.375 D. 15.625



13. 设事件 A, B 相互独立,且 $P(A) = 0.6, P(A + B) = 0.7$, 则 $P(B) =$ ()
A. 0.1 B. 0.15
C. 0.2 D. 0.25

14. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , 过 F_1 作 x 轴的垂线交双曲线于 P 点, 则 $|PF_2| =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $2\sqrt{5}$
C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{9}{2}$
15. 直线 $ax - by = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - ax + by = 0$ (a, b 均不为 0) 的位置关系为 ()
A. 相交 B. 相离
C. 相切 D. 随 a, b 的不同值而定
16. 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 则 a, b 的值为 ()
A. $a = 2, b = -8$ B. $a = -8, b = 2$
C. $a = 4, b = -4$ D. $a = -4, b = 4$
17. 对于任意实数 x , 下列各式中一定成立的是 ()
A. $e^{-x} \geq 1 + x$ B. $e^{-x} \leq 1 + x$
C. $e^{-x} \geq 1 - x$ D. $e^{-x} \leq 1 - x$
18. 曲线 $x' = x^2 y$ 在 $(1, 1)$ 处的切线方程为 ()
A. $x + y = 0$ B. $x - y = 0$
C. $x + y = 2$ D. $x - y = 2$
19. 设 $f(x)$ 为连续函数, $F(x) = e^{\sin x} \cdot \int_0^1 f(te^{\sin x}) dt$, 则 $\frac{dF}{dx} =$ ()
A. $\cos x \cdot e^{\sin x} f(e^{\sin x})$
B. $\cos x \cdot e^{\sin x} \int_0^1 f(te^{\sin x}) dt$
C. $\cos x \cdot e^{\sin x} \int_0^1 f(te^{\sin x}) dx + e^{\sin x} \cdot f(e^{\sin x})$
D. $\cos x \cdot e^{\sin x} \int_0^1 f(te^{\sin x}) dx + e^{\sin x} \cdot f(e^{\sin x})$
20. 曲线 $x^2 + y^2 - 2y = 0, y = \frac{1}{2}x^2, y = 2$ 在第一象限内所围图形的面积为 ()
A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{8}{3} - \frac{\pi}{2}$
C. $\frac{8}{3} - \pi$ D. $\frac{8}{3} + \frac{\pi}{2}$

21. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix} =$ ()
A. $a^n + (-1)^n b^n$ B. $a^n + (-1)^{n+1} b^n$
C. $a^n + b^n$ D. $a^n - b^n$
22. 设 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, 对自然数 $n \geq 3, A^n =$ ()
A. $\begin{pmatrix} a^n & a^{n-1} & a^{n-2} \\ 0 & a^n & a^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} & na^{n-2} \\ 0 & a^n & na^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} & \frac{n(n-1)}{2} \cdot a^{n-2} \\ 0 & a^n & na^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} a^n & na^{n-1} & n(n-1)a^{n-2} \\ 0 & a^n & na^{n-1} \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}$
23. 如果线性方程组 $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = a - 3 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = -2 \end{cases}$ 有无穷多解, 则 a 的取值为 ()
A. $a \neq -2$ 或 $a \neq 1$ B. $a = -2$ 或 $a = 1$
C. $a = -2$ D. $a = 1$
24. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则下列向量组线性无关的是 ()
A. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ B. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3$
C. $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2$ D. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2, \alpha_3$
25. 设矩阵 $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 已知矩阵 A 与 B 相似, 则秩 $(A - 2E) +$ 秩 $(A - E) =$ ()
A. 2 B. 3
C. 4 D. 5