山东省职业教育教材
审定委员会审定

中等职业教育规划教材

数学

第二册

SHUXUE

山东省职业教育教材编写组 编著

人民教育出版社

数学

东省职业教育教材
定委员会审定

中等职业教育规划教材

数学

第二册

SHUXUE

山东省职业教育教材编写组　编著

人民教育出版社

中等职业教育规划教材

数　学

第二册

山东省职业教育教材编写组　编著

*

人民教育出版社出版发行

网址:http://www.pep.com.cn

德州文源印刷有限公司印装　　全国新华书店经销

*

开本:787 毫米×1092 毫米　1/16　印张:12.5　字数:259 000

2007 年 1 月第 1 版　2007 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-107-20149-3
G·13199(课)　定价:12.50 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与本社出版科联系调换

(联系地址:北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编:100081)

主　　编　高存明

副 主 编　孙明红　李励信　陆泽贵

编写人员（按姓氏笔画排列）

王智海　刘学卫　刘树凤　祁志卫

李长林　李增华　杜红梅　徐　刚

彭晋顺

责任编辑　龙正武

出 版 说 明

为了贯彻全国、全省职业教育工作会议精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，按照《中共山东省委山东省人民政府关于大力发展职业教育的决定》要求，山东省教育厅组织力量对中等职业教育文化基础课程、专业课程教材建设进行了规划和编写，以适应职业教育改革与发展的需要. 本套教材经山东省职业教育教材审定委员会审定通过，从2006年秋季开学起，陆续提供给全省职业院校使用.

本套教材贯彻“以服务为宗旨、以就业为导向”的教学指导思想，以经济和社会发展对高素质劳动者和各种专门人才的需要为出发点，并充分考虑到中等职业学校学生的实际水平，注重对学生职业素质、创新精神和实践能力的培养，体现了“以人为本、以能力为本”的教育教学理念，在教材体系、知识结构和内容阐述方面均作了一些新的尝试，努力满足不同类别、不同学制、不同专业和不同办学条件的学校教学需要，供中等职业学校和其他类型的职业学校、各种职业培训机构选用.

希望各地、各有关职业院校在使用山东省职业教育规划教材过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高.

山东省职业教育教材编写领导小组

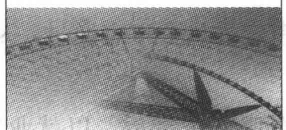
二〇〇六年五月

目 录

CONTENTS

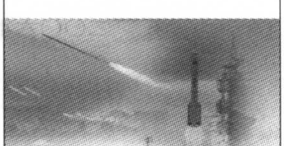
06

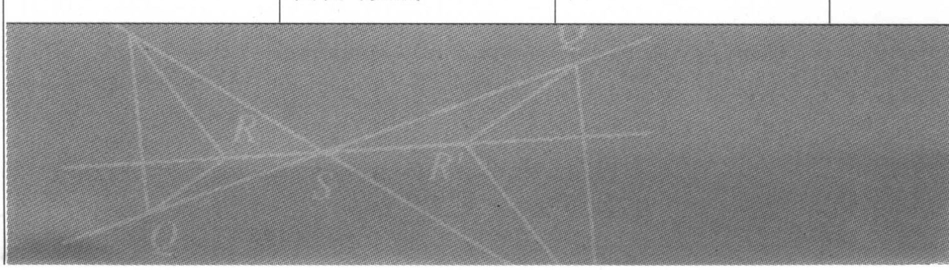
第六章
三角函数



07

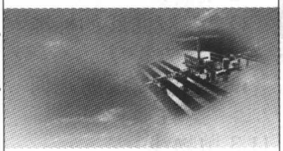
第七章
平面向量





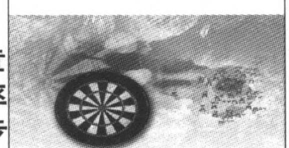
08

第八章
直线与圆的方程



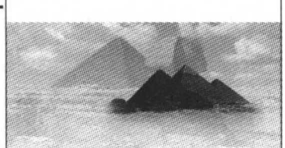
09

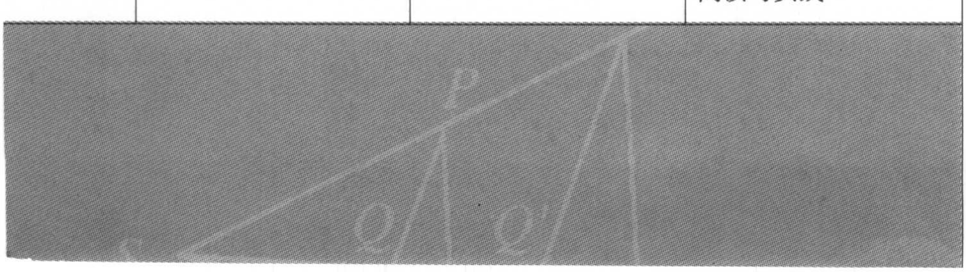
第九章
排列、组合与概率初步



10

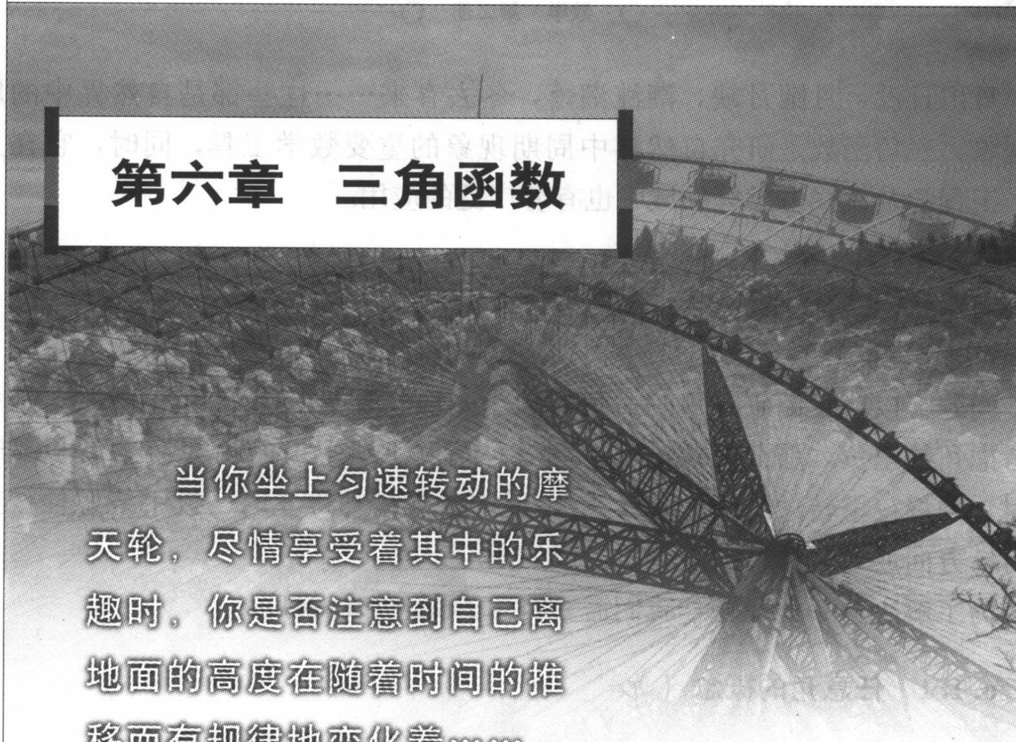
第十章
和角公式与解三角形 *





11

第十一章
圆锥曲线与方程 *



第六章　三角函数

当你坐上匀速转动的摩天轮，尽情享受着其中的乐趣时，你是否注意到自己离地面的高度在随着时间的推移而有规律地变化着……

数学的发展与完善和国家的繁荣富强紧密相关.

——拿破仑

缺乏必要的数学知识，就无法理解最简单的自然现象；若要深入洞察自然奥秘，那就非得同时研究数学方法不可.

——杨　格

日出日没，月圆月缺，潮涨潮落，冬去春来……这些都是自然界中的周期现象，三角函数是研究自然界中周期现象的重要数学工具，同时，它在力学、工程学及无线电学等领域中也有着广泛的应用.

6.1 任意角的概念与弧度制

问题　以前我们研究角时，角的大小一般不超过一个周角（360°），并且不考虑角的正负. 那么怎样描述下列各种情况下所形成的角呢？（1）机械表的时针一昼夜里转过的角；（2）用扳手拧紧或松动螺丝时，扳手绕螺栓按照顺时针方向或逆时针方向旋转所形成的角.

为了解决这一类问题，我们需要将角的概念加以推广.

6.1.1 任意角的概念

我们知道，在平面内，具有公共端点的两条射线组成的图形叫做角. 其中，公共端点叫做角的顶点，两条射线叫做角的边. 如图 6-1 所示，具有公共端点的两条射线 OA，OB 组成的图形记作$\angle AOB$（或$\angle BOA$）.

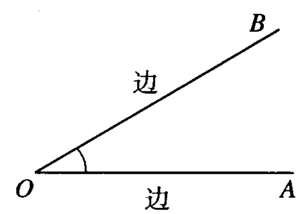
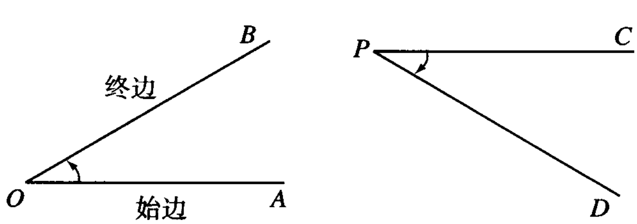


图 6-1

实际上，角还可以看做是平面内一条射线绕着它的端点旋转而成的图形. 射线的端点叫做角的**顶点**，旋转开始位置的射线叫做角的**始边**，旋转终止位置的射线叫做角的**终边**. 如图 6-2 (1)所示，平面内，射线 OA 绕其端点 O 按照图中箭头所指方向旋转到 OB 的位置所形成的角记作$\angle AOB$，其中点 O 是角的顶点，射线 OA 是角的始边，射线 OB 是角的终边.



(1)　　　(2)

图 6-2

想一想　如图 6-2(2)所示，射线 PC 绕其端点 P 按照图中箭头所指方向旋转到 PD 的位置所形成的角应怎样记？这个角的始边和终边分别是什么？

在平面内，一条射线绕着它的端点旋转时有两个相反的方向，即顺时针方向和逆时针方向．习惯上，我们规定，按照逆时针方向旋转而成的角叫做**正角**；按照顺时针方向旋转而成的角叫做**负角**；当射线没有旋转时，我们也把它看成一个角，叫做**零角**．在图 6-2（1）中，$\angle AOB$ 是正角；在图 6-2（2)中，$\angle CPD$ 是负角．

如图 6-3 所示，射线 OA 绕端点 O 按照逆时针方向旋转 $30°$到 OB 的位置所形成的角可记作$\angle AOB=30°$；射线 OA 绕端点 O 按照顺时针方向旋转 $45°$ 到 OC 的位置所形成的角可记作$\angle AOC=-45°$．

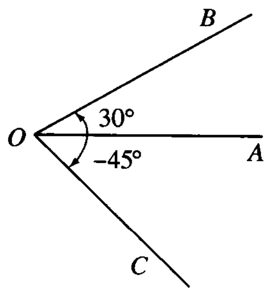


图 6-3

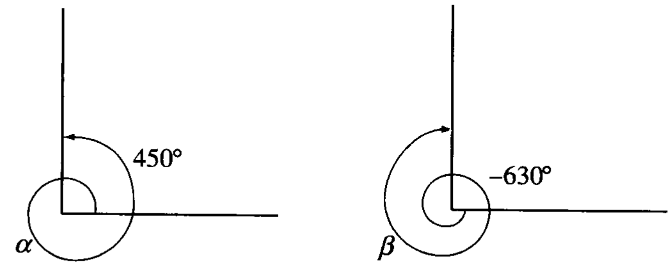


图 6-4

在作图时，我们常用带箭头的弧来表示旋转生成的角．例如，图 6-4 中，$\alpha=450°$，$\beta=-630°$．

这样，我们就把角的概念推广到了**任意角**，包括正角、负角和零角．

今后我们常在平面直角坐标系内讨论角．为了讨论问题的方便，我们总是使角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的正半轴重合．这时，角的终边在第几象限，我们就说这个角是第几**象限角**．如图 6-5 所示，$\angle xOA$ 是第一象限角，$\angle xOB$ 是第二象限角，$\angle xOC$ 是第四象限角，$\angle xOy$ 不属于任何象限．

> 请在 $60°$，$120°$，$270°$，$-210°$，$-300°$ 这些角中，找出象限角，并分别说出它们各是第几象限角．
>
> 试一试

在图 6-6 中，以 Ox 为始边，绕端点 O 旋转 $90°$到 Oy 的位置，接着再旋转$-30°$到 OA 的位置，则

$$\begin{aligned}\angle xOA &= \angle xOy+\angle yOA \\ &= 90°+(-30°)\end{aligned}$$

$=90°-30°$

$=60°.$

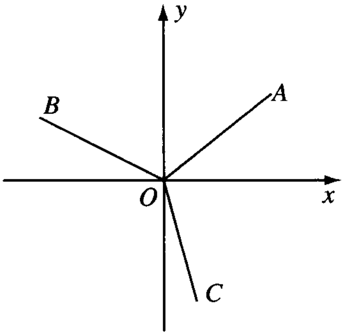


图 6-5

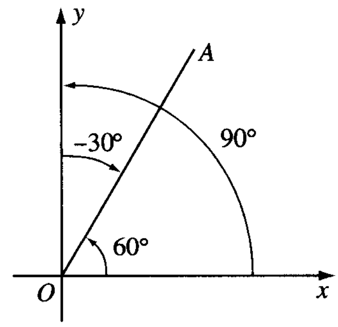


图 6-6

引入正角、负角的概念以后，角的减法运算可以转化为角的加法运算，即

$$\alpha-\beta=\alpha+(-\beta).$$

从图 6-7 中我们可以看出，以 Ox 为始边旋转 30°到 OA，接着再旋转 360°得到的角是 $30°+360°=390°$，因此 390°角与 30°角的终边相同*；同样，以 Ox 为始边旋转 30°到 OA，接着再旋转 $-360°$得到的角是$30°+(-360°)=-330°$，因此 $-330°$角与 30°角的终边也相同. 由于

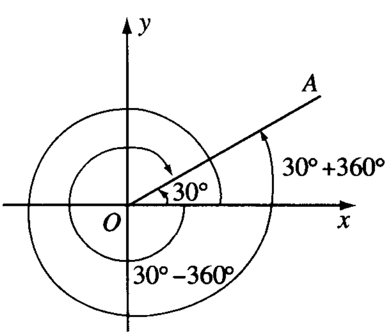


图 6-7

$390°=30°+1\times360°$,

$750°=30°+2\times360°$,

……

$-330°=30°+(-1)\times360°$,

$-690°=30°+(-2)\times360°$,

……

因此，通过旋转可以看出，以上这些角都与 30°角的终边相同.

议一议 以 Ox 为始边，把 30°角的终边分别按照逆时针方向和顺时针方向旋转 3 周后，所得角的大小各是多少度?

一般地，与角 α 的终边相同的角构成的

---

* 为了叙述方便，本书提到终边相同的角时，一律默认为角的始边也相同.

集合是

$$S=\{x|x=\alpha+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}.$$

例 1 写出与下列各角终边相同的角的集合，并指出它们是哪个象限的角：

(1) 45°; (2) 240°;

(3) -30°; (4) -225°.

解：(1) 与 45°角终边相同的角的集合是

$$S_1=\{x|x=45^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\},$$

因为 45°是第一象限角，所以集合 S_1 中的角都是第一象限角；

(2) 与 240°角终边相同的角的集合是

$$S_2=\{x|x=240^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\},$$

因为 240°是第三象限角，所以集合 S_2 中的角都是第三象限角；

(3) 与-30°角终边相同的角的集合是

$$S_3=\{x|x=-30^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\},$$

因为-30°是第四象限角，所以集合 S_3 中的角都是第四象限角；

(4) 与-225°角终边相同的角的集合是

$$S_4=\{x|x=-225^\circ+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\},$$

因为-225°是第二象限角，所以集合 S_4 中的角都是第二象限角.

例 2 在 0°～360°之间*，找出与下列各角终边相同的角，并分别判定各是哪个象限的角：

(1) -120°; (2) 640°; (3) -950°.

解：(1) 因为$-120^\circ=240^\circ-360^\circ$，所以$-120^\circ$角与 240°角的终边相同，它是第三象限角；

(2) 因为 $640^\circ=280^\circ+360^\circ$，所以 640°角与 280°角的终边相同，它是第四象限角；

(3) 因为$-950^\circ=130^\circ-3\times 360^\circ$，所以$-950^\circ$角与 130°角的终边相同，它是第二象限角.

例 3 写出终边在 x 轴上的角的集合.

解：终边在 x 轴的正半轴上的一个角为 0°，终边在 x 轴的负半轴上的一

---

* 在本书中，角 α 在 0°～360°之间，是指 $0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ$.

个角为 180°，如图 6-8 所示. 因此，终边在 x 轴的正半轴，负半轴上的角的集合分别是

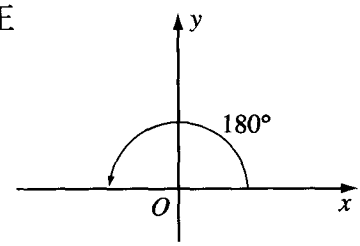


图 6-8

$$S_1=\{x \mid x=0°+k\cdot 360°,\ k\in \mathbf{Z}\}$$
$$=\{x \mid x=2k\cdot 180°,\ k\in \mathbf{Z}\},$$
$$S_2=\{x \mid x=180°+k\cdot 360°,\ k\in \mathbf{Z}\}$$
$$=\{x \mid x=(2k+1)\cdot 180°,\ k\in \mathbf{Z}\},$$

所以终边在 x 轴上的角的集合为

$$S=S_1\cup S_2$$
$$=\{x \mid x=2k\cdot 180°,\ k\in \mathbf{Z}\}\cup\{x \mid x=(2k+1)\cdot 180°,\ k\in \mathbf{Z}\}$$
$$=\{x \mid x=k\cdot 180°,\ k\in \mathbf{Z}\}.$$

> 你能根据例 3 的结论，直接写出终边在 y 轴上的角的集合吗？终边在直线 $y=x$ 上的角的集合呢？
>
> 试一试

例 4　写出第一象限角的集合.

解：因为在 0°～360°之间，第一象限角的取值范围是 $0°<x<90°$. 所以第一象限角的集合是

$$\{x \mid k\cdot 360°<x<90°+k\cdot 360°,\ k\in \mathbf{Z}\}.$$

练习6-1

1. 分别写出与下列各角终边相同的角的集合，并指出它们各是哪个象限的角：

(1) 60°；　(2) 120°；　(3) 225°；

(4) −45°；　(5) −120°；　(6) −300°.

2. 在 0°～360°之间，分别找出与下列各角终边相同的角，并判定它们各是哪个象限的角：

(1) −45°；　(2) 760°；

(3) −480°；　(4) 1 230°.

3. 写出终边在坐标轴上的角的集合.

4. 填写下表.

象限角	角的集合
第一象限角	
第二象限角	
第三象限角	
第四象限角	

6.1.2　弧度制

度量长度可以采用不同的度量制度，如米、海里等；度量质量也可以采用不同的度量制度，如千克、吨等. 采用不同的度量制度能给解决问题带来方便. 同样，角的度量除了角度制外，还有另外的度量制度. 下面我们介绍在数学和其他科学中常用的另一种度量角的制度——**弧度制**.

在角度制中，我们把圆周等分成 360 份，则每一份的圆弧所对的圆心角叫做 **1 度的角**. 那么在弧度制中，1 弧度的角是怎样定义的呢?

我们把等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 **1 弧度的角**. 例如，在图 6-9 中，$\overset{\frown}{AB}$的长等于半径 r，$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角就是 1 弧度的角，弧度记作 rad，即$\angle AOB=1$ rad. 这种用“弧度”做单位来度量角的制度叫做**弧度制**.

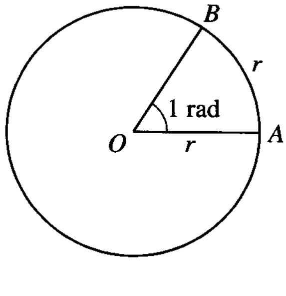


图 6-9

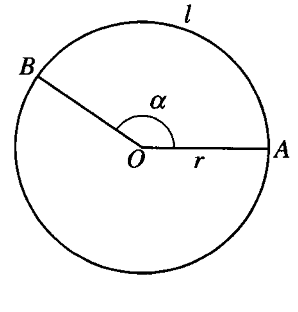


图 6-10

如图 6-10 所示，设在半径为 r 的圆中，长为 l 的弧所对的圆心角（正角）为 α，则

$$\alpha=\frac{l}{r}\text{ rad}.$$

用角度制度量角时，零角就是 $0°$ 角，而用弧度制度量角时，零角又是 0 rad角，除此以外，同一个角的度数和弧度数是不同的. 下面讨论角度制与弧度制之间的换算关系.

因为半径为 r 的圆的周长 $l=2\pi r$，所以周角的弧度数是

$$周角=\frac{2\pi r}{r}\text{ rad}=2\pi\text{ rad},$$

又因为

$$周角=360°,$$

于是

$$360°=2\pi\text{ rad},$$

$$180°=\pi\text{ rad}.$$

从这个关系式出发，我们可以得到角度制与弧度制之间的换算关系为

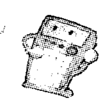
$$1°=\frac{\pi}{180}\text{ rad}\approx 0.017\ 45\text{ rad},$$

$$1\text{ rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx 57.3°=57°18'.$$

例 5 把 $67°30'$ 化成弧度.

解：因为 $67°30'=\left(\frac{135}{2}\right)°$，所以

$$67°30'=\frac{\pi}{180}\text{ rad}\times\frac{135}{2}=\frac{3\pi}{8}\text{ rad}.$$



想一想 直角是多少弧度?

例 6 把 $\frac{3\pi}{5}$ 弧度化成度.

解：$\frac{3\pi}{5}\text{ rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\times\frac{3\pi}{5}=108°.$

今后我们在用弧度制表示角的时候，“弧度”和 rad 通常可以略去不写. 例如 $\alpha=2$ 就表示 $\alpha=2$ rad.

下表列出了一些特殊角的度数与弧度数的对应关系.

度	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π