

大学物理实验

主编：古金霞 田 维



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

大学物理实验

主编 古金霞 田 维

天津教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/古金霞,田维主编. —天津:天津教育出版社,2007.3

ISBN 978-7-5309-4876-7

I.大... II.①古...②田... III.物理学—实验—高等学校—教材 IV.04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 025951 号

 大学物理实验

出版人 肖占鹏

选题策划 王振坡 李 维

主 编 古金霞 田 维

责任编辑 霍文丽

出版发行 天津教育出版社

天津市和平区西康路 35 号

邮政编码 300051

经 销 全国新华书店

印 刷 天津地质矿产研究所印刷厂

版 次 2007 年 3 月第 1 版

印 次 2007 年 3 月第 1 次印刷

规 格 16 开(787×1092 毫米)

字 数 180 千字

印 张 14.25

书 号 ISBN 978-7-5309-4876-7

定 价 28.80 元

前 言

普通物理实验是理、工科学生进入大学后首次遇到的一门全面、系统的实验课程,也是必修的一门重要基础实验课程,是巩固物理基本知识、训练学生的逻辑思维能力、提高学生的动手能力、培养学生的创新精神和严谨科学态度的重要基础实践环节。

本书是按照教育部工科物理课程教学指导委员会颁布的物理实验基本要求,并结合我校特点和物理实验的多年教学改革经验,在多年使用中不断修改、完善物理实验讲义的基础上编写的。并且在编写过程中参阅了许多兄弟院校的教材以及教学仪器厂提供的资料,从中得到不少启发,在此表示衷心的感谢。

本书包括预备性实验 4 个,基础性实验 20 个,综合性实验 12 个,设计性实验 10 个,以立足基础、注重能力、培养高素质人才为教学理念,力求使学生循序渐进掌握物理实验基本技能,进而发挥其创新才能。全书内容主要包括绪论、误差基本理论、数据处理、物理实验基本方法、预备性及基础性实验、综合性及设计性实验。涵盖了力学、电磁学、光学、热学及近代物理等内容。

本书力求做到:实验原理阐述清晰、计算公式推导完整、实验内容及步骤简单明了、实验注意事项详细。全书列出了 46 个实验项目,可根据不同教学对象和不同专业类别的教学需要,选排其中的部分实验项目,力求实现分专业、模块化教育的新理念。

全书在王振坡教授和李维博士指导下完成,共分为 5 章,由古金霞和田维主编并负责全书的统稿。参加编写的有古金霞(前言、绪论、实验 10,实验 13,实验 17,实验 20,实验 26,实验 27,实验 29,实验 36,实验 38,实验 45),田维(实验 2,实验 6,实验 8,实验 16,实验 19,实验 24,实验 28,实验 46),李颖(第一章),霍光耀(实验 15,实验 22,实验 25,实验 35),姚橙(实验 7,实验 9,实验 23,实验 34,实验 41,实验 42),崔红宇(实验 3,实验 4),冯志辉(实验 14,实验 30,实验 32),李光旻(实验 11,实验 12,实验 39,实验 40),易静(实验 5,实验 18,实验 37,实验 44),闫卫国(实验 1,实验 21,实验 31,实验 33,实验 43)。

期望通过本书的出版能够有利于物理实验教学质量的提高,有利于对学生创新精神和实践能力的培养。

由于编者水平有限,经验不足,疏漏、错误之处在所难免,热切希望读者批评指正。

编 者

2006 年 12 月

绪 论

一、物理实验的意义和任务

物理学的形成和发展是以实验为基础的。物理学研究方法通常是在观察和实验的基础上,对物理现象进行分析、抽象概括和总结,从而建立物理定律,进而形成物理理论,再回到实验中去检验。

实践是检验真理的唯一标准。通过学习物理实验这门课程,既可以重现重要的物理定律、定理的发现过程,又可以从中探索学习未知的领域;既可以培养动手能力又可以提高分析问题、解决问题的能力;既可以形成理论联系实际的作风又可以培养实事求是、严肃认真的科学态度。

物理实验是高等院校进行实验训练的一门基础课,是各专业后继实验课的基础之一。其主要任务是:

1. 学习物理实验的基础理论,包括一些典型的实验方法及其物理思想。
2. 培养学生的动手能力:包括正确使用仪器进行测量、处理数据、分析结果及实验报告的完成。
3. 培养学生实事求是、一丝不苟、刻苦钻研的严谨科学态度。

总之,教学的重点应放在培养学生科学实验能力与提高学生科学实验素养方面,使学生在获取知识的自学能力、运用知识的综合分析能力、动手实践能力、设计创新能力以及实事求是的科学态度方面得到全方位的提高。

二、物理实验基本程序

1. 预习

任何的实验都是在明确的目的和充分的理论指导下进行的。没有无目的的实验,更没有无理论思想指导的实验。所以实验前必须认真阅读教材,做好必要的预习,才能按质、按量、按时地完成实验。预习包括了解实验原理、实验过程和步骤、主要仪器的使用方法和注意事项,写好预习报告。预习报告要求完成实验报告的四部分:实验原理、实验步骤、列出相关数据表格、回答预习思考题。

只有写好预习报告才可进入实验室进行实验。

2. 操作

操作是做好实验的关键。操作过程中要正确使用实验仪器,采用合适的实验手段和方法,善于观察和分析实验现象,真实准确的记录好实验数据。对异常现象要特别关注,遇到不

能解释的现象要积极探讨并向教师汇报。

操作完毕,得到指导教师对所测数据的签字认可,并把实验仪器整理好后方可离开实验室。

3. 报告

实验后要对实验数据进行及时的处理,并写出完整的实验报告。实验报告是实验工作的总结,是对实验操作、观察、测量和数据分析的永久性的科学记录。

实验报告要求用统一的实验报告纸书写,其格式和内容如下:

- (1) 实验名称、实验者姓名、实验日期;
- (2) 实验目的;
- (3) 实验仪器;
- (4) 实验原理:简述实验原理、计算公式、实验电路图或光路图等;
- (5) 实验内容和主要步骤:简要写出实验内容、主要步骤和注意事项;
- (6) 数据记录和处理:按照实验要求计算测量结果,用标准差或不确定度评估结果的可靠性;
- (7) 结果与讨论:对实验结果进行讨论,如分析实验中观察到的现象、讨论实验中存在的问题,回答思考题等等。也可以对实验本身的设计、实验仪器的改进等提出建设性的意见。

三、物理实验规则

为保证实验正常进行,以及培养严肃认真的实验作风,特制定下列规则,请同学们遵守。

1. 实验前必须认真预习,并写出预习报告,不预习或达不到预习要求者不得进行实验;
2. 准时上课:迟到者,教师对其批评教育并酌情降低其成绩。迟到超过 5 分钟及以上者不准进行此次实验。
3. 实验时态度应严肃认真:操作仪器、连接线路必须按照有关规定和注意事项进行。违反操作规程损坏仪器时,应填写仪器损坏报告单并按学校规定进行赔偿。不得擅自调换仪器,如遇发生故障应及时向指导教师报告。实验数据须经指导教师签字认可后,方可整理实验仪器,离开实验室。
4. 不能无故缺课:无故缺课者本次实验成绩为零。物理实验成绩不及格者必须重修。
5. 教师签字的原始记录不得丢失,如丢失则需补做该实验。

目 录

绪论	(1)
第一章 测量误差,不确定度及数据处理的基础知识	
第一节 测量及分类	(1)
第二节 误差及分类	(2)
第三节 系统误差的发现与消除	(4)
第四节 随机误差的统计分布	(6)
第五节 测量结果的不确定度评定	(8)
第六节 有效数字及其运算规律	(9)
第七节 实验数据处理的常用方法	(11)
第八节 物理实验的基本方法	(18)
第二章 预备性实验	
实验 1 力学基础实验	(23)
实验 2 光学基础实验	(28)
实验 3 电学基础实验(1)	(32)
实验 4 电学基础实验(2)	(38)
第三章 基础性实验	
实验 5 转动惯量的测定	(45)
实验 6 落球法测量液体粘滞系数	(50)
实验 7 固体线膨胀系数的测定	(54)
实验 8 导热系数的测量	(57)
实验 9 金属杨氏模量的测定	(61)
实验 10 弹簧振子的机械能研究	(66)
实验 11 静电场的描绘	(70)
实验 12 霍尔效应及其应用	(74)
实验 13 电子束的电偏转与电聚焦	(79)
实验 14 凯尔文电桥测量低值电阻	(83)
实验 15 分光计的自准直调整和使用	(87)
实验 16 杨氏双缝干涉	(91)
实验 17 用双棱镜研究光的干涉	(95)
实验 18 光的等厚干涉	(98)
实验 19 迈克尔逊干涉仪	(103)
实验 20 单缝衍射的光强分布和衍射法测细丝直径	(108)

实验 21	偏振光分析	(113)
实验 22	全息照相	(119)
实验 23	光电效应实验	(123)
实验 24	密立根油滴实验	(126)
第四章 综合性实验		
实验 25	空气、液体及固体介质的声速测量	(130)
实验 26	波尔共振仪研究受迫振动	(136)
实验 27	多普勒效应综合实验	(142)
实验 28	气体比热容比测定	(148)
实验 29	电子荷质比测定	(151)
实验 30	硅光电池特性研究	(154)
实验 31	阿贝成像原理和空间滤波	(161)
实验 32	微波布拉格衍射	(165)
实验 33	光纤传输技术实验	(170)
实验 34	夫兰克-赫兹实验	(175)
实验 35	双光栅微弱振动测量	(178)
实验 36	液晶电光效应实验	(184)
第五章 设计性实验		
实验 37	不规则物体的体积测量	(191)
实验 38	碰撞打靶实验研究	(192)
实验 39	电表改装与校准	(194)
实验 40	非线性电阻电路的测量	(197)
实验 41	电学设计性实验	(199)
实验 42	滑线变阻器特性研究	(204)
实验 43	惠斯登电桥测量中值电阻	(206)
实验 44	用电位差计测电动势	(209)
实验 45	自组显微镜、望远镜和幻灯机	(212)
实验 46	制作全息光栅	(214)
参考文献		(216)
附录 1	国际单位制(SI)	(217)
附录 2	国际单位制中具有专门名称的导出单位	(217)
附录 3	常用材料导热系数	(218)
附录 4	基本物理常量数据表	(218)
附录 5	某些液体的折射率($\lambda = 0.5893\mu\text{m}$)	(219)
附录 6	金属的电阻率及其温度系数	(219)

第一章

测量误差,不确定度及数据处理的基础知识

第一节 测量及分类

一、测量

在科学实验中,一切物理量都是通过测量得到的.所谓测量就是将待测物理量与规定作为标准单位的标准物理量通过一定的比较,得到其倍数关系的过程,其倍数即为待测物理量的测量值.

二、直接测量和间接测量

按测量方式的不同,测量分为直接测量和间接测量两类.

1. 直接测量

用待测量与同量纲的标准量直接进行比较,或者从已用标准量校准的仪器,仪表上直接读出测量值的过程称为直接测量,其特点是待测量的值和量纲可直接得到.例如,用米尺,千分尺,游标卡尺测长度,用秒表测时间,用天平称质量,用电流表测电流等均为直接测量.

2. 间接测量

多数物理量的值不便或不能直接测量,而是依据待测量与直接测量量的函数关系计算得到的,这种测量称为间接测量.例如用单摆测重力加速度时,用秒表,米尺分别对周期 T 和摆长 l 进行测量,则重力加速度 g 可通过 $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 计算出来, T, l 是直接测量量, g 是间接测量量.

当然,一个物理量是直接测量量还是间接测量量并不是绝对的,要由具体测量的方法和仪器确定.

三、等精度测量和不等精度测量

对某一量 N 进行多次测量,得 k 个数值: $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$,如果每次测量都是在相同的条件下进行的,则没有理由认为所得的 k 个值中,某一个值比另一个值要测得准确些.在这种情况下,所进行的一系列测量称为等精度测量.所谓相同条件的含义,是指同一个人,用

同一台仪器,每次测量的周围条件都相同(如测量时环境、气温、照明情况等未变动).这种情况就可认为各测量值的精确程度是相同的.对某一量 N ,进行了 k 次测量,得到 k 个值: $N_1, N_2, N_3, \dots, N_k$,如果每次测量的条件不同,那么这些值的精确程度不能认为是相同的.在这种情况下,所进行的一系列测量叫做不等精度测量.例如,同一实验者用精度不同的三种天平称量某一物体质量 m ,得到3个值 m_1, m_2, m_3 ,或者用3种不同的方法测量某一物质的密度 ρ ,得到3个值 ρ_1, ρ_2, ρ_3 ,这都是不等精度测量.

第二节 误差及分类

一、误差的定义

物质是客观存在的,有各种特性.反映物质特性的物理量在一定条件下,对应有一个确定的客观真实值,这个数值就称为真值.

从测量者的主观愿望来说,总想测出物理量的真值.然而任何实际测量都是在一定环境下,用一定的仪器、一定的方法,由一定的人员完成的,由于周围环境不理想、测量方法不完善、仪器设备不精密,而且受到测量人员技术经验和能力等因素的限制,使任何测量都不会绝对精确.

测量值与真值之间的差别,称为误差.任何测量都有误差,误差贯穿于测量的全过程.

某一物理量的误差,定义为该量的测量值 x 与真值 μ 之差,即:

$$\delta = x - \mu \quad (1.2.1)$$

由于真值测不出来,误差又不可避免,所以测量的目的便是:在给定的条件下,求出被测量的最可信赖值,并对它的精确程度给予正确的估计.

在我们的实验中,最可信赖值取多次测量的算术平均值,它是真值的最好近似,也称近真值.用公式表示为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.2.2)$$

测量数据的精确程度我们使用误差来描述.由于前边近真值是采用多次测量的方法得出的,所以误差我们使用平均绝对误差.用公式表示为:

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (1.2.3)$$

至此,测量的结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm \overline{\Delta x} \quad (1.2.4)$$

绝对误差反映测量精密程度,但它反映不出测量的严重程度.例如,测量两个物体的长度,结果分别为

$$l_1 = (1000.00 \pm 0.05) \text{ mm}$$

$$l_2 = (10.00 \pm 0.05) \text{ mm}$$

从绝对误差看,对两者的评价是相同的.但前者的误差占测量值的0.005%,后者则占

0.5%. 显然前者的相对精密度比后者高得多. 因此, 我们有必要引入相对误差: 即

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1.2.5)$$

因此, 我们测量结果的完整、正确表示应为

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \Delta x \\ E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases} \quad (1.2.6)$$

二、误差的分类

在物理实验中, 我们通常把误差分为系统误差、随机误差和粗大误差三大类.

1. 系统误差

实验系统的组成包括: 实验仪器、环境、实验的理论和方法以及实验人员. 由这四种组成所引起的有规律的误差称之为系统误差.

- a. 仪器误差: 由仪器本身的固有缺陷、校正不完善或使用不当引起的误差.
- b. 环境误差: 由仪器所处的外界环境如: 温度、湿度、电磁场等环境的变化引发的误差.
- c. 方法误差: 由于计算公式的近似, 没有完全满足理论公式所给定的条件而引起的误差.

例如, 单摆测重力加速度的实验中, 公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 采用了 $\sin\theta \approx \theta$ 的近似条件.

- d. 人员误差: 由测量者的个人因素造成的误差. 例如: 按秒表时总是超前或滞后等.

2. 随机误差 (又称偶然误差)

这种误差是由于感官灵敏度和仪器精密程度的限制, 周围环境的干扰以及伴随着测量而来的不可预料的随机因素的影响而造成的. 它的特点是大小无定值, 一切都是随机发生的, 因而把它叫做随机误差. 但它的出现服从以下统计规律.

- a. 单峰性: 测量值与真值相差越小, 其出现的可能性越大; 测量值与真值相差越大, 其出现的可能性较小.

- b. 对称性: 测量值与真值相比, 大于或小于某量的可能性是相等的.

- c. 有界性: 在一定的测量条件下, 误差的绝对值不会超过一定的限度.

- d. 抵偿性: 随机误差的算术平均值随测量次数的增加而越来越小.

根据上述特性, 通过多次测量求平均值的方法, 可以使随机误差最大程度地相互抵消. 算术平均值与真值较为接近, 一般作为测量的结果.

随机误差用误差范围来表示, 它可由误差理论估算出来, 其表示方法有标准误差、平均误差和极限误差等. 它们的区别仅在于概率大小的不同. 对于初学者来说, 首先需要的是建立误差概念以及学会对实验结果进行评价的简单误差来进行误差估算.

3. 粗大误差 (过失误差)

凡是明显歪曲测量结果, 又无法根据测量的客观条件做出合理解释的误差, 都称为粗大误差. 产生粗大误差的原因是多方面的. 主要原因是观测者的缺乏经验、或过于疲劳而造成的. 如测错、读错、记错、算错等测量过失. 此外, 外界的突发性干扰使实验条件发生不能容许的偏离而未被发现等所造成的误差.

三、测量的精密度,正确度和精确度

1. 精密度

测量的精密度,是指在相同条件下,对被测量进行多次反复测量,测得值之间的一致(符合)程度.从测量误差的角度来说,精密度所反映的是测得值的随机误差.精密度高,不一定正确度高.也就是说,测得值的随机误差小,不一定其系统误差亦小.

2. 正确度

测量的正确度,是指被测量的测得值与其“真值”的接近程度.从测量误差的角度来说,正确度所反映的是测得值的系统误差.正确度高,不一定精密度高.也就是说,测得值的系统误差小,不一定其随机误差亦小.

3. 精确度

测量的精确度亦称准确度,是指被测量的测得值之间的一致程度以及与其“真值”的接近程度,即是精密度和正确度的综合概念.从测量误差的角度来说,精确度(准确度)是测得值的随机误差和系统误差的综合反映.

下图是关于测量的精密度,正确度和精确度的示意图.设图(1-2-1)中的圆心 O 为被测量的“真值”,黑点为其测得值,则

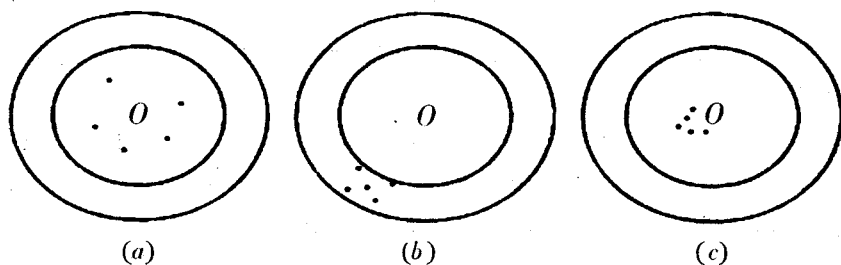


图 1-2-1 关于计量的精密度,正确度,精确度的示意图

图(a):正确度较高、精密度较差;

图(b):精密度较高、正确度较差;

图(c):精确度(准确度)较高,即精密度和正确度都较高.

第三节 系统误差的发现与消除

系统误差分为已定系统误差和未定系统误差两类.在实验中必须尽可能地消除或减小已定系统误差.在实际测量中,许多情况下系统误差往往对测量结果起主要影响作用.因此,寻找系统误差并设法消除或减小它的影响是提高测量准确度的关键.从理论上讲,系统误差具有确定的规律,但它可能隐藏在测量过程的每一步之中,当测量仪器较复杂时,各测量装置的相互干扰也会产生附加系统误差.所以,系统误差的处理是较困难的,必须对实验过程的每一步进行分析,一般与实验者的经验,学识和技巧有着密切的关系.因此,在物理实验的

学习过程中, 一定要注意这方面知识的积累. 下面就简单、常用的发现和消除系统误差的方法加以介绍.

一、系统误差的发现

提高测量精度, 首要问题是发现系统误差, 然而在测量过程中形成系统误差的因素是复杂的, 目前还没有能够适用于发现各种系统误差的普遍方法, 只有根据具体测量过程和测量仪器进行全面的仔细分析, 针对不同情况合理选择一种或几种方法加以校验, 才能最终确定有无系统误差. 下面简单介绍几种适用于发现某些系统误差的常用方法.

1. 实验对比法

这种方法主要适用于发现固定系统误差, 其基本思想是改变产生系统误差的条件, 进行不同条件的测量. 例如, 采用不同方法测同一物理量, 若其结果不一致, 表明至少有一种方法存在系统误差. 还可采用仪器对比法、参量改变对比法, 改变实验条件对比法、改变实验操作人员对比法等, 测量时可根据具体实验情况选用.

2. 理论分析法

主要进行定性分析来判断是否有系统误差. 如分析仪器所要求的工作条件是否满足, 实验所依据的理论公式所要求的条件在测量过程中是否满足, 如果这些要求没有满足, 则实验必有系统误差.

3. 数据分析法

主要进行定量分析来判断是否有系统误差. 一般可采用残余误差观察法、残余误差校核法、不同公式计算标准差比较法、计算数据比较法、 t 检验法、秩和检验法等方法. 有关误差理论方面的专著对这些方法有详尽地介绍.

二、系统误差的减小和消除

在实际测量中, 如果判断出有系统误差存在, 就必须进一步分析可能产生系统误差的因素, 想方设法减小和消除系统误差. 由于测量方法、测量对象、测量环境及测量人员不尽相同, 因而没有一个普遍适用的方法来减小或消除系统误差. 下面简单介绍几种减小和消除系统误差的方法和途径.

1. 从产生系统误差的根源上消除

从产生系统误差的根源上消除误差是最根本的方法, 通过对实验过程中的各个环节进行仔细分析, 发现产生系统误差的各种因素. 可以从下面几个方面采取措施从根源上消除或减小误差: 采用近似性较好又比较切合实际的理论公式, 尽可能满足理论公式所要求的实验条件; 选用能满足测量误差所要求的实验仪器装置, 严格保证仪器设备所要求的测量条件; 采用多人合作, 重复实验的方法.

2. 引入修正项消除系统误差

通过预先对仪器设备将要产生的系统误差进行分析计算, 找出误差规律, 从而找出修正公式或修正值, 对测量结果进行修正.

3. 采用能消除系统误差的方法进行测量

对于某种固定的或有规律变化的系统误差, 可以采用交换法、抵消法、补偿法、对称测量

法、半周期偶数次测量法等特殊方法进行清除. 采用什么方法要根据具体的实验情况及实验者的经验来决定.

无论采用哪种方法都不可能完全将系统误差消除, 只要将系统误差减小到测量误差要求允许的范围内, 或者系统误差对测量结果的影响小到可以忽略不计, 就可以认为系统误差已被消除.

第四节 随机误差的统计分布

原则上讲, 系统误差可以通过分析产生的原因并加以消除或减小, 而随机误差不可避免, 所以必须对其大小进行估算. 为了简化问题, 在分析随机误差时假定系统误差已经完全消除.

随机误差的特点是不可预见和不可控制. 但研究表明, 当等精度测量次数足够多时, 测量值和随机误差服从统计规律. 影响随机误差的因素是多种多样的, 根据产生的原因不同, 随机误差有多种分布形式. 在物理实验中, 常见的有正态分布和均匀分布.

一、正态分布

1. 正态分布的概率函数和性质

在同一条件, 无限多次测量的情况下, 测量 x 值的正态分布是连续的, 其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.4.1)$$

式中, μ 和 σ 是正态分布的两个分量; μ 与分布曲线的峰值对应, 是待测量的真值; σ 是曲线拐点处的横坐标, 称为标准误差, 也称标准差; x 为随机变量. 当 μ 和 σ 给定后, 这个正态分布就完全确定了.

根据误差的定义, $x - \mu = \varepsilon$ 是误差, 所以, 误差 ε 的正态分布为 $\psi(\varepsilon)$ 是误差 ε 的概率密度函数, 它表示误差出现在 ε 附近单位区间的概率. 根据概率密度的归一化条件, $\psi(\varepsilon)$ 曲线下的面积是 1 (误差在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的概率为 1), 所以 σ 越小, 曲线越陡, 峰值越高, 说明随机误差比较集中, 绝对值小的误差占优势, 也说明测量值的离散性小, 重复性好. 因而 σ 的大小反映了测量值的集中程度, 也反映了误差的大小.

误差在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内出现的概率为

$$p = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}} d\varepsilon = 0.683 \quad (1.4.2)$$

通过计算可以得到, 误差出现在 $\pm 2\sigma$ 区间内的概率为 0.954, 出现在 $\pm 3\sigma$ 区间内的概率为 0.997. 把 σ 称为一倍标准差, 把 $2\sigma, 3\sigma$ 分别称为二倍, 三倍标准差. 这些区间称为置信区间, 测量误差在置信区间出现的概率称为置信概率. 置信概率随置信区间的变化而改变, 增大置信区间, 误差出现的置信概率也增大, 当置信区间增大到对应的置信概率接近 1 时,

说明误差一定出现在该置信区间内, 把它称为极限概率, 简称误差限。

从以上分析也可看出, 在正态分布中, 将误差限 3σ (对应概率近似为 1) 除以常数 $c = 3$, 即得到对应概率为 0.683 的误差 σ 。

测量误差在 $\pm 3\sigma$ 区间内的概率为 0.997, 说明在 1000 次测量中, 只有 3 次测量值的误差的绝对值可能超过 3σ 。物理实验中测量次数一般不会超过 10 次, 所以可以认为绝对值大于 3σ 的误差出现的可能性极小。若发现测量值列中某个值的误差的绝对值大于 3σ , 则认为它是由某种非正常因素引起的“坏值”, 应予剔除, 称为“ 3σ 准则”, 该准则只适用于正态分布。

2. 多次重复测量的最佳估计值

一个物理量的真值是未知的, 测量者总是想得到真值, 但这实际上是不可能的。对物理量 X 进行 n 次测量时, 由正态分布可知, 正负误差出现的概率相等, 代数和近似为 0, 所以, 测量值的算术平均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.4.3)$$

$\bar{X}$ 最接近真值, 称它为真值的最佳估计值。 $\bar{X}$ 的标准偏差可用贝塞尔公式估算

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (1.4.4)$$

二、标准误差的计算

由理论计算得到, 当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, 标准差 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} (n \rightarrow \infty) \quad (1.4.5)$$

而实际的测量次数是有限的, 且真值未知, 所以, σ 也无法计算, 理论研究表明, 在有限的 n 次测量中, σ 的估计值为

$$s_x = t_p \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (1.4.6)$$

s_x 称为某次测量值的标准偏差, t_p 是由测量次数决定的修正参数, 它的取值与置信度和测量次数有关。置信概率为 0.683 的 t_p 值如下表所示。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	∞
t_p	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1

实际上, 平均值 $\bar{X}$ 也是一个随机变量, 它比每一个测量值都接近真值, 它的标准偏差为

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = t_p \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (1.4.7)$$

三、均匀分布

误差的均匀分布, 其概率密度为

$$\psi(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta} & -\Delta \leq \varepsilon \leq +\Delta \\ 0 & \varepsilon < -\Delta, \varepsilon > +\Delta \end{cases} \quad (1.4.8)$$

Δ 是均匀分布的误差限. 在区间 $[-\Delta', +\Delta']$ 的概率是 0.683, 则有 $2\Delta' \cdot \frac{1}{2\Delta} = 0.683$ 即

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\frac{1}{0.683}} = \frac{\Delta}{1.46} \quad (1.4.9)$$

上式说明, 在均匀分布中, 将误差限 Δ' (对应概率为 1) 除以常数 $c = 1.46$, 即得到对应概率为 0.683 的误差 Δ' .

第五节 测量结果的不确定度评定

一、不确定度的分类和估算方法

不确定度根据其性质和估算方法不同, 可分为 A 类不确定度和 B 类不确定度. A 类不确定度是被测量列能用统计方法估算出来的不确定度分量, 用 σ_A 表示; B 类不确定度则是不能用统计方法估算的所有不确定度分量, 用 μ_B 表示.

A 类不确定度分量的估算, 直接由测量列平均值的标准差公式来计算. 即

$$\sigma_A = S_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1.5.1)$$

式中: $S_{\bar{N}}$ 为有限次测量平均值的标准差; S 为有限次测量列的标准差.

B 类不确定度分量的估算, 最常用的方法是采用近似标准差估算非统计不确定度 μ_B .

当非统计不确定度相应的估计误差为高斯分布时

$$\mu_B = \frac{\Delta}{3} \quad (1.5.2)$$

当非统计不确定度相应的估计误差为均匀分布 (方法、环境、数字仪表等误差分布) 时

$$\mu_B = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (1.5.3)$$

式中 Δ 为非统计不确定度相应的估计误差限, 常视为实验仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$.

二、合成不确定度

合成不确定度, 即 A 类和 B 类不确定度的总和, 其合成公式为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^k u_j^2} \quad (1.5.4)$$

式中, σ 为合成不确定度; σ_j 为任一 A 类不确定度分量; u_j 为任一 B 类不确定度分量.

上式为合成不确定度的计算公式, 它是由多个彼此间相互独立的统计和非统计不确定度的方根和. 合成不确定度表明在测量过程中所有不确定度因素对测量结果的合成影响.

三、总不确定度及测量结果的表示

1. 总不确定度

总不确定度是以确定的置信概率所给出的与合成不确定度成正比的置信区间. 即

$$U_x = C\sigma \quad (1.5.5)$$

式中, U_x 为总不确定度; C 为置信因子; σ 为合成不确定度.

总不确定度即在一定置信概率下所对应的置信区间的范围. 当置信概率为 68.3% 时, 置信因子 C 为 1; 当置信概率为 95.4% 时, 置信因子 C 为 2; 当置信概率为 99.7% 时, 置信因子 C 为 3. 一般物理实验中取与标准差相对应的置信概率 68.3%, 故总不确定度就等于合成不确定度.

2. 不确定度的传递

由直接测量量的不确定度引起的间接测量量的不确定度传递公式, 如同标准差传递公式一样. 设间接测量量 X 的函数为 $f(A, B, C, \dots)$, 则

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2 + \dots} \quad (1.5.6)$$

$$\frac{\sigma_x}{\bar{X}} = \frac{1}{\bar{X}} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2 + \dots} \quad (1.5.7)$$

式中, σ_x 为被测量的不确定度; σ_A 、 σ_B 为各被测分量的不确定度; $\bar{X}$ 为被测量的平均值.

3. 用总不确定度表示测量结果

用总不确定度表示测量结果的形式为

$$X = (\bar{X} \pm U) (\text{单位}) \quad (\text{写出置信度 } P \text{ 值}) \quad (1.5.8)$$

当置信度 $P = 0.683$ 时, $U = \sigma$, 则式(1.5.8)变为

$$X = (\bar{X} \pm \sigma) (\text{单位}) \quad (P = 0.683, \text{可不写})$$

当置信度 $P = 0.954$ 时, $U = 2\sigma$, 则式(1.5.8)变为

$$X = (\bar{X} \pm 2\sigma) (\text{单位}) \quad P = 0.954$$

当置信度 $P = 0.997$ 时, $U = 3\sigma$, 则式(1.5.8)变为

$$X = (\bar{X} \pm 3\sigma) (\text{单位}) \quad P = 0.997$$

一般物理实验中表示测量结果多数都用置信度 $P = 0.683$ 的总不确定度表示, 此时表达式后不必写出置信度 P 值, 且 $U = \sigma$. 如果只考虑 A 类统计方法计算的不确定度 (B 类不确定度较小, 可忽略), 就与标准差表示的实验结果完全一致. 但如果 B 类不确定度较大 (即有较大的仪器误差、环境误差等), 则总不确定度综合了全部误差的因素, 因此, 用不确定度比用标准差表示的实验结果要更接近实际.

第六节 有效数字及其运算规律

一、有效数字

我们把测量结果中准确值和一位估计数字合称为测量值的有效数字. 比如最小刻度是