高西全/丁玉美 ·《数字信号处理——原理、实现及应用》配套用书

21 世 纪 高 等 学 校 通 信 类 规 划 教 材

数字信号处理学习指导与题解

丁玉美　高西全　王军宁　编著

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

21世纪高等学校通信类规划教材

数字信号处理学习指导与题解

丁玉美　高西全　王军宁　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内容简介

本书是高西全等编著的《数字信号处理——原理、实现及应用》的配套用书。主要内容包括：(1) 各章重点、难点及重要公式；(2) 各章重要内容及解题方法；(3) 各章习题解答，包括习题的详细解答和上机题的求解程序及其运行结果；(4) 重点大学本科生期末考试题分析及解答；(5) 重点大学硕士研究生入学考试题分析及解答。

本辅导书的各章内容不是《数字信号处理——原理、实现及应用》一书中相关内容的简单重复，而是数字信号处理基本原理、基本概念和基本方法的归纳总结。所以，该书既可以作为《数字信号处理——原理、实现及应用》的配套用书，又可以独立应用。凡本科生或者大专生在学习数字信号处理课程时，都可以采用此书进行指导、复习、检查或者考研前的准备，更适合作为教师的教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数字信号处理学习指导与题解 / 丁玉美，高西全，王军宁编著．—北京：电子工业出版社，2007.9
（21 世纪高等学校通信类规划教材）
ISBN 978-7-121-04928-6

Ⅰ．数… Ⅱ．①丁…②高…③王… Ⅲ．数字信号－信号处理－高等学校－教学参考资料 Ⅳ．TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 133092 号

策划编辑：韩同平
责任编辑：余　义
印　　刷：
装　　订：北京牛山世兴印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：17.25　字数：442 千字
印　　次：2007 年 9 月第 1 次印刷
印　　数：4000 册　　定价：25.00 元

出 版 说 明

教材建设是高等学校教学和学科建设的主要内容之一。近几年来，我国各高等学校实施了一系列面向21世纪教学改革计划，在教学内容和课程体系改革上取得了丰硕的成果，因此需要适时推出适应教改成果的教材。同时，通信技术发展十分迅速，原有教材或者内容已比较陈旧、落后，难以适应教学的要求，需要修订或重新编写；或者需要开设新课程，编写新教材以填补空白。

电子工业出版社作为以信息技术领域出版为特色的中央级科技与教育出版社，始终关注着电子信息技术的发展方向，始终把出版适应我国高等学校发展要求的高质量精品教材放在重要位置上，出版了一系列特色鲜明的教材，希望能把它们放在学生的书包里、课桌上，为培养高素质人才打下良好的基础。

基于上述考虑，经过一年多的调研，并征求多方的意见，根据国内高等学校通信专业的发展现状，以及教育部《关于"十五"期间普通高等教育教材建设与改革意见》的指示精神，电子工业出版社规划出版了这套《21世纪高等学校通信类规划教材》。

目前，我国多数高等学校都设有通信专业，但办学水平、特色及人才培养层次差异很大。这套教材定位于重点高校，即以研究型、研究教学型人才培养为主的高等学校通信类专业，包括其他相关专业的通信类课程教材。教材的作者全部来自于重点高校，多数是"信息与通信工程"一级学科设有全国重点学科的高校。

与以往出版的同类教材相比，这套教材具有以下特点：

(1) 专业特色鲜明：以重点院校本科通信类专业的专业课程教材为主线，兼顾其他相关专业的通信类课程。

(2) 突出系统性：本套规划教材覆盖了本科通信类专业的专业基础课、专业方向课及专业选修课，形成一个完整的教材系列，规模之大是以往教材中所不多见的。同时注意教材之间内容的合理划分与衔接，层次分明，重点突出，各高校可以根据需要组合选用，我们的目的是为通信类课程打造一套全方位解决方案。

(3) 体系、内容新颖：整个知识点建立在"高"、"新"平台上。基本理论阐述精练，深入浅出，便于自学；注意吸收新理论、新技术成果；加强实践性与应用性，结合实例进行讲解。

(4) 配套教学支持：多数教材配有教学课件（电子教案），部分重要课程配套出版教学辅导书或实验教材。

(5) 质量保证：多数教材为已出版教材的修订版，原教材在高校的影响大；重新规划的教材将在组织有关专家／教授对写作大纲和知识点进行充分讨论的基础上，选择优秀作者编写。

本套教材可作为高等学校通信专业及相关专业的本科生或研究生教材，也可供通信领域的有关专业人员学习参考。

为做好本套教材的出版工作，我们聘请了多位国内通信教育领域的著名教授作为教材顾问，并聘请了清华大学、东南大学、上海交通大学、北京交通大学、北京邮电大学、西安电子科技大学、电子科技大学等著名高校电子信息学院（系）的院长（系主任）成立教材编委会，从根本上保证了教材的高质量。在此对他们的辛勤工作表示衷心的感谢。

今后，我们将进一步加强同各高校教师的密切联系和合作，广泛听取一线教师对教材的反馈意见和建议，以便使我们的教材出版工作做得更好。

电 子 工 业 出 版 社

前　　言

《数字信号处理——原理、实现及应用》属普通高等教育“十一五”国家级规划教材，本书是与其配套应用的辅导教材。

本书共有11章，前9章对应配套教材的前9章。第1章是时域离散信号和系统，重点介绍了如何解线性卷积、如何求单位阶跃响应，以及如何求确定信号的自相关函数，后两个课题在主教材中没有直接介绍，在这里加以补充。第2章是时域离散信号和系统的频域分析，重点介绍了IFT、IZT的概念及计算，系统的各种输出响应，系统稳定时间的测定，系统频率特性分析方法。第3章是DFT和FFT，重点介绍了DFT的物理意义，用FFT计算循环卷积和线性卷积的原理与计算方法，补充DFT的性质定理和修正DFT。第4章是模拟信号数字处理，重点介绍了时域采样定理和频域采样定理的应用，以及模拟信号的频谱分析问题。第5章是数字滤波器的基本概念，仅介绍了简单滤波器的设计问题。第6章和第7章是IIR和FIR数字滤波器的设计，重点介绍了滤波器的设计方法和公式，包括模拟滤波器的设计。第8章是时域离散系统的实现，重点介绍了由流图求系统函数或者求差分方程的方法。第9章重点介绍了采样率转换系统的知识要点及重要公式。另外，以上各章均指出了学习重点、难点以及重要公式。第10章是4份本科生期末考题及其解答，以便本科生或大专生期末复习检查；第11章是几所重点大学的硕士研究生的入学考试题及其解答，供考研的同学们复习参考。

本指导书的特点如下：

(1) 突出重点、难点的分析，以及解题方法的介绍，滤波器部分汇总了设计方法及公式，避免一般理论或者教材内容的简单重复。

(2) 各章的习题解答中包括求解程序及运行结果，辅导读者用MATLAB语言上机分析与仿真数字信号处理的基本内容。

(3) 适合作为考研辅导材料，书中一些内容（如求单位阶跃响应、修正DFT、用FFT求相关函数等）就是参考研究生入学考试题补充编写的。最后一章专门介绍了几所重点大学的硕士研究生入学考试题，并进行了分析和解答。

(4) 本书是《数字信号处理——原理、实现及应用》的配套辅导教材，但可以独立应用。各章内容和习题及其解答都可以独立应用，因此可以作为一般学习数字信号处理的辅导教材。

(5) 在本书“习题与上机题解答”部分，标识为“P”的图是主教材习题中的图，而标识为“S”的图是本书习题解答过程中绘出的图，请读者注意区别。

(6) 本书有助于初次讲授数字信号处理课程的教师掌握教材内容、扩充讲授素材、顺利完成答疑和上机辅导等常规教学工作。

最后对本书提供帮助的许多同志表示感谢！尤其对韩同平策划编辑的积极帮助表示感谢！限于编著者的水平，本辅导教材中难免有错误和不合适的地方，欢迎读者提出并告知，谢谢！

编著者于西安电子科技大学

2007年7月

目　录

第 1 章　时域离散信号和系统

1.1 引　　言

本章内容是全书的基础。学生从学习模拟信号分析与处理到学习数字信号处理，要建立许多新的概念，数字信号和数字系统与原来的模拟信号和模拟系统不同，尤其是处理方法上有本质的区别。模拟系统用许多模拟器件完成，数字系统用运算方法完成。如果对本章中关于数字信号与系统的若干基本概念不清楚，那么在学习数字滤波器时，会感到不好掌握，因此学好本章是很重要的。

1.2 本章学习要点

(1) 关于信号

- 模拟信号、时域离散信号、数字信号三者之间的区别。
- 如何由模拟信号产生时域离散信号。
- 常用的时域离散信号。
- 如何判断信号是周期性的，其周期如何计算。

(2) 关于系统

- 什么是系统的线性、时不变性，以及因果性、稳定性；如何判断。
- 线性、时不变系统输入和输出之间的关系；求解线性卷积的图解法、列表法、解析法，以及用 MATLAB 工具箱函数求解。
- 线性常系数差分方程的递推解法。
- 用 MATLAB 求解差分方程。
- 什么是滑动平均滤波器，它的单位脉冲响应是什么。

1.3 本章重要公式

(1) $y(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n)$

这是一个线性卷积公式，注意公式中是在$\pm\infty$之间对 m 求和。如果公式中 $x(n)$和 $h(n)$分别是系统的输入和单位脉冲响应，$y(n)$是系统输出，那么该式说明系统的输入、输出和单位脉冲响应之间服从线性卷积关系。

线性卷积公式服从交换律、结合律和分配律。

(2) $x(n)=x(n)*\delta(n)$

该式说明任何序列与 $\delta(n)$ 的线性卷积等于原序列。

(3) $x(n-n_0)=x(n)*\delta(n-n_0)$

1.4　如何解线性卷积

解线性卷积有三种方法，即图解法（列表法）、解析法和在计算机上用 MATLAB 语言求解，它们各有特点。图解法（列表法）适合简单情况，如短序列的线性卷积，因此考试中常用，但不容易得到封闭解。解析法适合用公式表示序列的线性卷积，得到的是封闭解，考试中会出现简单情况的解析法求解。解析法求解过程中，关键问题是确定求和限，求和限可以借助于画图确定。第三种方法适合用计算机求解一些复杂且较难的线性卷积，实验中常用。

解线性卷积也可用 Z 变换法以及离散傅里叶变换法求解，这是后面几章的内容。

例题 1.4.1　设 $x(n)=R_4(n)$， $h(n)=R_4(n)$，求 $y(n)=x(n)*h(n)$。

解：该题是两个短序列的线性卷积，可以用图解法（列表法）或者解析法求解，下面先用列表法求解。

表 1.4.1　图解法 (列表法)

$x(m)$				1	1	1	1				
$h(m)$				1	1	1	1				
$h(-m)$	1	1	1	1							$y(0)=1$
$h(1-m)$		1	1	1	1						$y(1)=2$
$h(2-m)$			1	1	1	1					$y(2)=3$
$h(3-m)$				1	1	1	1				$y(3)=4$
$h(4-m)$					1	1	1	1			$y(4)=3$
$h(5-m)$						1	1	1	1		$y(5)=2$
$h(6-m)$							1	1	1	1	$y(6)=1$

$$y(n)=\{\cdots,0,0,1,2,3,4,3,2,1,0,0,\cdots\}$$

下面学习用解析法求解。写出卷积公式为

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}R_4(m)R_4(n-m)$$

在该例题中，$R_4(m)$ 的非零区间为 $0\leqslant m\leqslant 3$，$R_4(n-m)$ 的非零区间为 $0\leqslant n-m\leqslant 3$，或者写成 $n-3\leqslant m\leqslant n$，这样 $y(n)$ 的非零区间要求 m 同时满足下面两个不等式：

$$0\leqslant m\leqslant 3,\quad n-3\leqslant m\leqslant n$$

上式表明，m 的取值和 n 的取值有关，需要将 n 做分段的假设。按照上式，当 n 变化时，m 应该按下式取值：

$$\max\{0,n-3\}\leqslant m\leqslant \min\{3,n\}$$

当 $0\leqslant n\leqslant 3$ 时，下限应该是 0，上限应该是 n；当 $4\leqslant n\leqslant 6$ 时，下限应该是 $n-3$，上限应该是 3；当 $n<0$ 和 $n>6$ 时，上面的不等式不成立，因此 $y(n)=0$；这样就将 n 分成三种情况计算：

(1) $n<0$ 或者 $n>6$ 时，$y(n)=0$；

(2) $0\leqslant n\leqslant 3$，$y(n)=\sum_{m=0}^{n}1=n+1$；

(3) $4 \leqslant n \leqslant 6$，$y(n)=\sum\limits_{m=n-3}^{3} 1 = 7-n$。

将 $y(n)$ 写成如下形式：

$$y(n)=\begin{cases} n+1, & 0 \leqslant n \leqslant 3 \\ 7-n, & 4 \leqslant n \leqslant 6 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

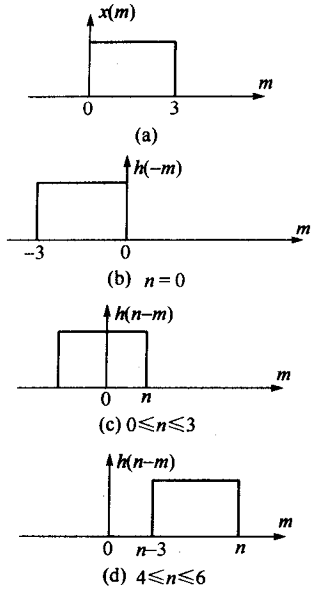

图 1.4.1

在封闭式求解过程中，有时候决定求和的上下限有些麻烦，这时可借助于非零值区间的示意图确定求和限。在该例题中，非零值区间的示意图如图 1.4.1 所示。在图 1.4.1(b)中，当 $n<0$ 时，图形向左移动，图形不可能和图 1.4.1(a)的图形有重叠部分，因此 $y(n)=0$。当图形向右移动，此时 $0 \leqslant n \leqslant 3$，图形如图 1.4.1(c)所示，对照图 1.4.1(a)，重叠部分的上下限自然是 $0 \leqslant m \leqslant n$。当再向右移动，此时 $4 \leqslant n \leqslant 6$，如图 1.4.1(d)所示，重叠部分的上下限是 $(n-3) \leqslant m \leqslant 3$。当图形再向右移动，此时 $7 \leqslant n$，图形不可能和图 1.4.1(a)有重叠部分，因此 $y(n)=0$。

该例题说明，解析法中定求和限有些麻烦，但借助图示容易解决。短序列的线性卷积用列表法较为简单，因此尽量不要用解析法。读者可以练习用图示法确定主教材中例题1.3.3 的求和上下限。

例题 1.4.2 已知 $x_1(n)=\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)$，$x_2(n)=u(n)-u(n-3)$，试求信号 $x(n)$，它满足 $x(n)=x_1(n)*x_2(n)$，并画出 $x(n)$ 的波形。（选自西安交通大学 2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题。）

解：这是一个典型的解线性卷积的题目。

$$\begin{aligned} x(n) &= x_1(n)*x_2(n)=[\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)]*[u(n)-u(n-3)] \\ &= [\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)]*R_3(n) \\ &= R_3(n)+3R_3(n-1)+2R_3(n-2) \\ &= \delta(n)+4\delta(n-1)+6\delta(n-2)+5\delta(n-3)+2\delta(n-4) \end{aligned}$$

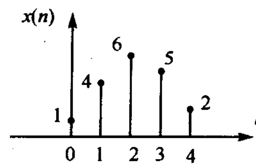

图 1.4.2

画出 $x(n)$ 的波形如图 1.4.2 所示。

例题 1.4.3 已知离散信号 $x(n)$ 如图 1.4.3(a) 所示，试求 $y(n)=x(2n)*x(n)$，并绘出 $y(n)$ 的波形。（选自西安交通大学 2001 年攻读硕士学位研究生入学考试试题。）

解：这也是一个解线性卷积的题目，只不过要先求出 $x(2n)$。解该题适合用列表法和图解法。

$$x(2n)=\{1,1,1,0.5;n=0,1,2,3\}$$

$$\begin{aligned} y(n) &= x(2n)*x(n) \\ &= \{1,2,3,3,3,3,2.75,2,1,0.25;n=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \end{aligned}$$

绘出 $y(n)$ 的波形如图 1.4.3(b)所示。

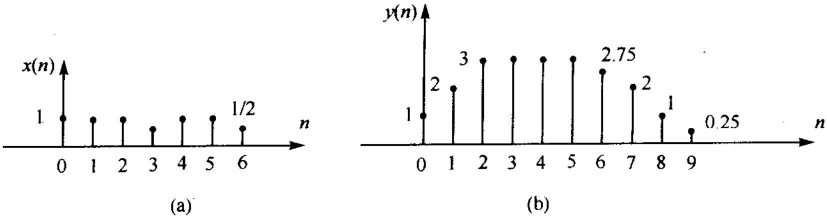

图 1.4.3

1.5 如何求单位阶跃响应

单位脉冲响应是系统输入单位脉冲序列时系统的零状态响应，它表征系统的时间特性，因此单位脉冲响应在系统中起重要作用，它和描述系统的差分方程有同样的作用。单位阶跃响应是系统输入单位阶跃序列时系统的零状态响应，它也表征系统的时间特性，但用得最多的是单位脉冲响应。单位阶跃响应的重要作用是可以表示系统的稳定性，如果单位阶跃响应趋于一个常数（包括零），第 2 章中可以证明系统是稳定的，因此常用来测试系统的稳定性。

已知系统的差分方程，求系统的单位阶跃响应可以用递推法求解，也可以用第 2 章讲到的 Z 变换法求解。如果已知系统的单位脉冲响应，可以用单位阶跃序列和单位脉冲响应进行线性卷积得到单位阶跃响应。

本章习题1.17、习题1.19、习题1.20 和习题 1.22 中有关于单位阶跃响应的求解，求解方法请参考习题解答。

1.6 如何求确定信号的自相关函数

信号有确定信号和随机信号之分，这里只介绍确定信号的相关函数。确定的实信号 $x(n)$ 的自相关函数定义为 $r_{xx}(m)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}x(n)x(n+m)$。

自相关函数反映了信号 $x(n)$和进行一段延迟之后的 $x(n+m)$的相似程度。相应地，还有两个不同序列的互相关函数，实的 $x(n)$和实的 $y(n)$的互相关函数定义为 $r_{xy}(m)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}x(n)y(n+m)$。

同样，互相关函数表示两个序列的波形相似程度。

观察自相关函数的公式，可以发现它类似于线性卷积公式。将自相关公式写成下式：

$$r_{xx}(m)=\sum_{n=\infty}^{\infty}x(n)x(n-(-m))$$

按照上式，可以得到 $r_{xx}(m)=x(m)*x(-m)$。

例题 1.6.1　已知四点的有限序列 $f(n)=\{1,2,4,-2;\ n=0,1,2,3\}$，求该序列的自相关函数。（选自北京交通大学 2004 年硕士研究生入学考试试题。）

解： $r_{ff}(m)=f(m)*f(-m)$

利用列表法，得到

$f(m)$				1	2	4	−2				
$f(-m)$	−2	4	2	1							
$f(m)$				1	2	4	−2				$r_{ff}(0)=25$
$f(1+m)$					1	2	4	−2			$r_{ff}(1)=2$
$f(2+m)$						1	2	4	−2		$r_{ff}(2)=0$
$f(3+m)$							1	2	4	−2	$r_{ff}(3)=-2$
$f(-1+m)$			1	2	4	−2					$r_{ff}(-1)=2$
$f(-2+m)$		1	2	4	−2						$r_{ff}(-2)=0$
$f(-3+m)$	1	2	4	−2							$r_{ff}(-3)=-2$

$$r_{ff}(m)=\{-2,0,2,25,2,0,-2;m=-3,-2,-1,0,1,2,3\}$$

求解过程中会发现，求自相关函数比求线性卷积简单，求自相关函数与求线性卷积相比，不需要将序列反转。另外，自相关函数有一个重要性质，即自相关函数是一个偶函数，因此求出的自相关函应该关于 $m=0$ 对称，否则求出的结果就不对。

1.7 习题与上机题解答

1.1 用单位脉冲序列及其加权和表示图 P1.1 所示的序列。

解： $x(n)=\delta(n+2)-\delta(n+1)+2\delta(n)+\delta(n-1)+2\delta(n-2)+3\delta(n-3)+\delta(n-4)+2\delta(n-6)$

1.2 给定信号 $x(n)=\begin{cases}2n+4, & -4\leqslant n\leqslant -1\\ 4, & 0\leqslant n\leqslant 4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

(1) 画出 $x(n)$的波形，标上各序列值；

(2) 试用延迟的单位脉冲序列及其加权和表示 $x(n)$序列；

(3) 令 $x_1(n)=2x(n-2)$，画出 $x_1(n)$ 的波形；

(4) 令 $x_2(n)=x(2-n)$，画出 $x_2(n)$ 的波形。

解： (1) 画出 $x(n)$的波形，如图 S1.2.1 所示。

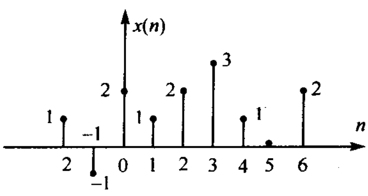

图 P1.1

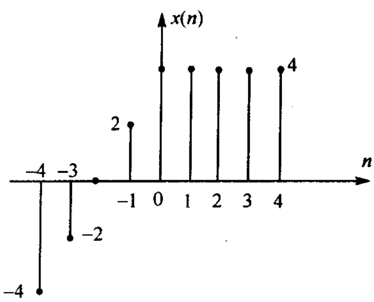

图 S1.2.1

(2) $x(n)=-4\delta(n+4)-2\delta(n+3)+2\delta(n+1)+4\delta(n)+4\delta(n-1)+4\delta(n-2)+4\delta(n-3)+4\delta(n-4)$。

(3) 画出 $x_1(n)=2x(n-2)$ 的波形，如图 S1.2.2 所示。

(4) 画出 $x_2(n)=x(2-n)$ 的波形，如图 S1.2.3 所示。

1.3 判断下列信号中哪一个是周期信号，如果是周期信号，求出它的周期。

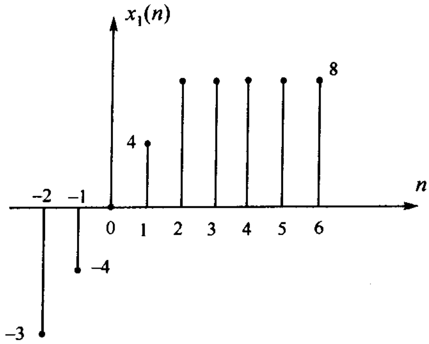

图 S1.2.2

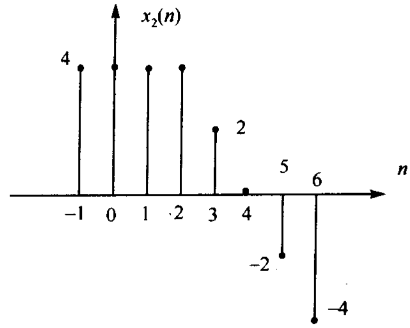

图 S1.2.3

(a) $\sin 1.2n$ (b) $\sin 9.7\pi n$ (c) $e^{j1.6\pi n}$

(d) $\mathrm{con}(3\pi n/7)$ (e) $A\cos\left(\frac{3}{7}\pi n-\frac{\pi}{8}\right)$ (f) $e^{j\left(\frac{1}{8}n-\pi\right)}$

解: (a) $\sin 1.2n$ 是非周期信号。

(b) $\sin 9.7\pi n$ 是周期信号，$\frac{2\pi}{\omega}M=\frac{2\pi}{9.7\pi}M=\frac{20}{97}M$，取 $M=97$，周期为 20。

(c) $e^{j1.6\pi n}$ 是周期信号，$\frac{2\pi}{\omega}M=\frac{2\pi}{1.6\pi}M=\frac{5}{4}M$，取 $M=4$，周期为 5。

(d) $\mathrm{con}(3\pi n/7)$ 是周期信号，$\frac{2\pi}{\omega}M=\frac{2\pi}{3/7\pi}M=\frac{14}{3}M$，周期为 14。

(e) $A\cos\left(\frac{3}{7}\pi n-\frac{\pi}{8}\right)$ 是周期信号，周期为 14。

(f) $e^{j\left(\frac{1}{8}n-\pi\right)}$ 是非周期信号。

总结以上，如果数字频率 ω 不是 π 的函数，则一定是非周期序列。

1.4 对图 P1.1 给出的 $x(n)$，要求：

(1) 画出 $x(-n)$的波形； (2) 计算 $x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$，并画出 $x_e(n)$ 的波形；

(3) 计算 $x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$，并画出 $x_o(n)$ 的波形；

(4) 令 $x_1(n)=x_e(n)+x_o(n)$，将 $x_1(n)$ 和 $x(n)$进行比较，你能得出什么结论？

解: (1) 画出 $x(-n)$的波形如图 S1.4.1 所示。

(2) 将图 P1.1 所示波形和图 S1.4.1 所示波形相加再除以 2，得到 $x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$ 的波形，如图 S1.4.2 所示。

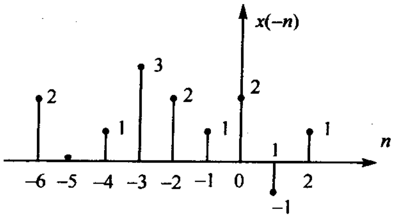

图 S1.4.1

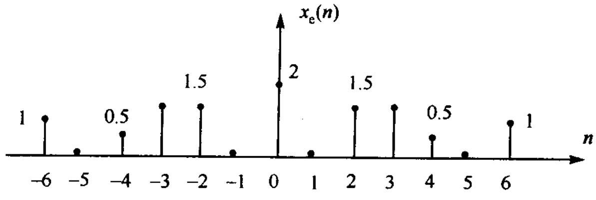

图 S1.4.2

(3) 将图 P1.1 所示波形和图 S1.4.1 所示波形相减，再除以 2，得到 $x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$ 的波形，如图 S1.4.3 所示。

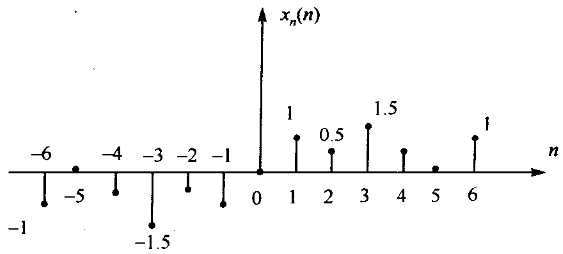

图 S1.4.3

(4) 令 $x_1(n)=x_e(n)+x_o(n)$，画出波形，得到 $x_1(n)=x_e(n)+x_o(n)=x(n)$。另外，由波形得到 $x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$ 是 $x(n)$的偶对称序列，$x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$ 是 $x(n)$的奇对称序列。这是一个具体例子，但可以推广到一般情况，结论是对于一般实序列可以分解成偶对称序列 $x_e(n)$ 和奇对称序列 $x_o(n)$，即 $x(n)=x_e(n)+x_o(n)$，式中 $x_e(n)=\frac{1}{2}[x(n)+x(-n)]$，$x_o(n)=\frac{1}{2}[x(n)-x(-n)]$。

1.5 以下序列是系统的单位脉冲响应 $h(n)$，试说明系统是否是因果的和稳定的。

(1) $\frac{1}{n^2}u(n)$　　(2) $\frac{1}{n!}u(n)$　　(3) $3^n u(n)$　　(4) $3^n u(-n)$

(5) $0.3^n u(n)$　　(6) $0.3^n u(-n-1)$　　(7) $\delta(n+4)$

解: (1) $\frac{1}{n^2}u(n)$，系统是因果、稳定的。　(2) $\frac{1}{n!}u(n)$，系统是因果、稳定的。

(3) $3^n u(n)$，系统是因果的，但不稳定。　(4) $3^n u(-n)$，系统是非因果、稳定的。

(5) $0.3^n u(n)$，系统是因果、稳定的。　(6) $0.3^n u(-n-1)$，系统是非因果的，不稳定。

1.6 假设系统的输入和输出之间的关系分别如下式所示，试分别分析系统是否是线性时不变系统。

(1) $y(n)=3x(n)+8$　　(2) $y(n)=x(n-1)+1$

(3) $y(n)=x(n)+0.5x(n-1)$　　(4) $y(n)=nx(n)$

解: (1) $y(n)=3x(n)+8$

将上式中的 n 用 $n-n_0$ 代替，得到 $y(n-n_0)=3x(n-n_0)+8$。令 $y'(n)=T[x(n-n_0)]=3x(n-n_0)+8$，因此 $y(n-n_0)=T[x(n-n_0)]$，系统是时不变系统。

令系统的输入信号为两个信号的线性组合 $x(n)=ax_1(n)+bx_2(n)$，则输出为

$$y(n)=T[ax_1(n)+bx_2(n)]=3ax_1(n)+3bx_2(n)+8,\quad T[ax_1(n)]=3ax_1(n)+8,\quad T[bx_2(n)]=3bx_2(n)+8$$

因为 $T[ax_1(n)+bx_2(n)]\neq T[ax_1(n)]+T[bx_2(n)]$，因此该系统不服从线性叠加原理，是非线性系统。

(2) $y(n)=x(n-1)+1$

分析方法同上，该系统是时不变非线性系统。

(3) $y(n)=x(n)+0.5x(n-1)$

由上式有

$$y(n-n_0)=x(n-n_0)+0.5x(n-n_0-1)$$

$$T[x(n-n_0)]=x(n-n_0)+0.5x(n-n_0-1)$$

因此 $y(n-n_0)=T[x(n-n_0)]$，该系统是时不变系统。

令系统的输入信号为两个信号的线性组合 $x(n)=ax_1(n)+bx_2(n)$，则输出为

$$y(n)=T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ax_1(n)+0.5ax_1(n-1)+bx_2(n)+0.5bx_2(n-1)$$

$$T[ax_1(n)]=ax_1(n)+0.5ax_1(n-1),\qquad T[bx_2(n)]=bx_2(n)+0.5b\ x_2(n)$$

因为 $T[ax_1(n)+bx_2(n)]=T[ax_1(n)]+T[bx_2(n)]$，因此该系统服从线性叠加原理，是线性系统。

(4) $y(n)=nx(n)$

由上式得到
$$y(n-n_0)=(n-n_0)x(n-n_0)$$
$$T[x(n-n_0)]=nx(n-n_0)$$

这样 $y(n-n_0)\neq T[x(n-n_0)]$，该系统不是时不变系统。按照差分方程，可把系统看成是一个放大器，放大器的放大量是 n，因为该放大量随 n 改变，从物理概念上讲，该系统也是一个时变系统。

令系统的输入信号为两个信号的线性组合 $x(n)=ax_1(n)+bx_2(n)$，则输出为

$$y(n)=T[ax_1(n)+bx_2(n)]=n[ax_1(n)+bx_2(n-1)],\quad T[ax_1(n)]=nax_1(n),\quad T[bx_2(n)]=nbx_2(n)$$

因为 $T[ax_1(n)+bx_2(n)]=T[ax_1(n)]+T[bx_2(n)]$，因此该系统服从线性叠加原理，是线性系统。

1.7 按照图 P1.7 完成下面各题。

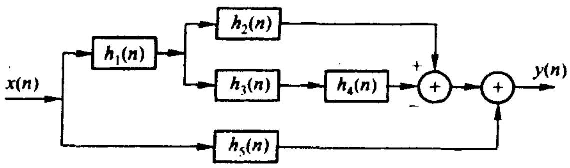

图 P1.7

(1) 根据串并联系统的原理直接写出总的系统单位脉冲响应 $h(n)$;

(2) 设 $h_1(n)=4\times0.5^n[u(n)-u(n-3)]$，$h_2(n)=h_3(n)=(n+1)u(n)$，

$h_4(n)=\delta(n-1)$，$h_5(n)=\delta(n)-4\delta(n-3)$

试求总的系统单位脉冲响应 $h(n)$，并推出 $y(n)$和输入 $x(n)$之间的关系。

解：(1) $h(n)=h_1(n)*[h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)]+h_5(n)$。

(2) 在下面的推导中，用一些常用的公式，会使推导简便，它们是

$$x(n)*\delta(n)=x(n),\quad x(n)*\delta(n-n_0)=x(n-n_0);\qquad nu(n)=nu(n-1),\quad u(n-1)=u(n)-\delta(n)$$

在(1)式中，$h_3(n)*h_4(n)=(n+1)u(n)*\delta(n-1)=nu(n-1)=nu(n)$

$$h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)=(n+1)u(n)-nu(n)=u(n)$$

$$h_1(n)=4\times0.5^n[u(n)-u(n-3)]=4\times0.5^n[\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)]=4\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)$$

$$h_1(n)*[h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)]=[4\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)]*u(n)=4\delta(n)+6\delta(n-1)+7u(n-2)$$

$$\begin{aligned}h(n)&=h_1(n)*[h_2(n)+h_3(n)*h_4(n)]+h_5(n)=7u(n-2)+4\delta(n)+6\delta(n-1)+\delta(n)-4\delta(n-3)\\&=7u(n-2)+5\delta(n)+6\delta(n-1)-4\delta(n-3)\end{aligned}$$

或者 $h(n)=7u(n)-2\delta(n)-\delta(n-1)-4\delta(n-3)$

$$y(n)=x(n)*h(n)=7x(n)*u(n)-2x(n)-x(n-1)-4x(n-3)$$

1.8 由三个因果线性时不变系统串联而成的系统如图 P1.8(a)所示，已知分系统

$$h_2(n)=u(n)-u(n-2)$$

整个系统的单位脉冲响应如图 P1.8(b)所示。

(1) 求分系统单位脉冲响应 $h_1(n)$；

(2) 如果输入 $x(n)=\delta(n)-\delta(n-1)$，求该系统的输出 $y(n)$。

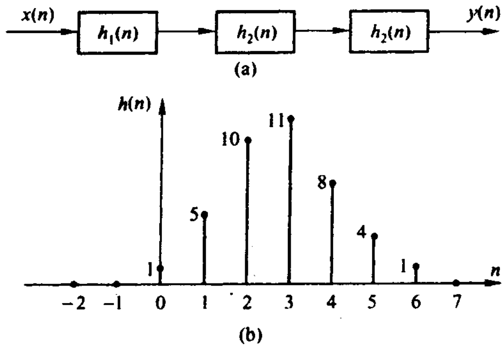

图 P1.8

解：(1) 按照图 P1.8(a)写出系统的单位脉冲响应如下：

$$h(n)=h_1(n)*h_2(n)*h_2(n)$$

式中，$h_2(n)=u(n)-u(n-2)=R_2(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$。

$$h_2(n)*h_2(n)=[\delta(n)+\delta(n-1)]*[\delta(n)+\delta(n-1)]=\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)$$

$$h(n)=h_1(n)*h_2(n)*h_2(n)=h_1(n)*[\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)]=h_1(n)+2h_1(n-1)+h_1(n-2)$$

$$h_1(n)=h(n)-2h_1(n-1)-h_1(n-2)$$

已知 $h(n)$，求 $h_1(n)$。上式是一个递推公式，用递推法求解。求解时注意系统是一个因果系统。

$n=0,\ h_1(0)=h(0)=1$；　　$n=1,\ h_1(1)=h(1)-2h_1(0)=5-2=3$；

$n=2,\ h_1(2)=h(2)-2h_1(1)-h_1(0)=10-6-1=3$；　　$n=3,\ h_1(3)=h(3)-2h_1(2)-h_1(1)=11-6-3=2$；

$n=4,\ h_1(4)=h(4)-2h_1(3)-h_1(2)=8-4-3=1$；　　$n=5,\ h_1(5)=h(5)-2h_1(4)-h_1(3)=4-2-2=0$；

$n=6,\ h_1(6)=h(6)-2h_1(5)-h_1(4)=1-1=0$；　　$n=7,\ h_1(7)=h(7)-2h_1(6)-h_1(5)=0$。

最后得到

当 $n=0,1,2,3,4,5,6,7,\cdots$ 时，

$$h_1(n)=\{1,3,3,2,1,0,0,\cdots\}$$

(2) $y(n)=x(n)*h_1(n)*h_2(n)*h_2(n)=h_1(n)*x(n)*h_2(n)*h_2(n)$

$$\begin{aligned}y(n)&=h_1(n)*[\delta(n)-\delta(n-1)]*[\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)]=h_1(n)*[\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)-\delta(n-3)]\\&=h_1(n)+h_1(n-1)+h_1(n-2)-h_1(n-3)\end{aligned}$$

将已求出的 $h_1(n)$ 代入上式，得到

当 $n=0,1,2,3,4,5,6,7,\cdots$ 时，$y(n)=\{1,4,5,3,-3,-4,-5,-1,0,0,\cdots\}$。

1.9 计算并画出图 P1.9 所示信号的卷积 $x(n)*h(n)$。

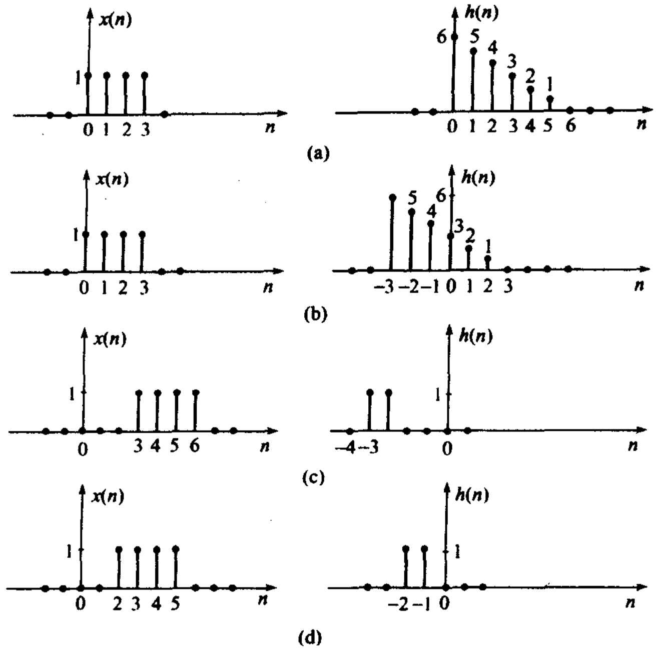

图 P1.9

(a) $x(n)*h(n)=\{\cdots,0,0,\underline{6},11,15,18,14,10,6,3,1,0,0,\cdots\}$，原点在 6 处，波形如图 S1.9.1(a)所示。

(b) $x(n)*h(n)=\{\cdots,0,0,6,11,15,\underline{18},14,10,6,3,1,0,0,\cdots\}$，原点在 18 处，波形如图 S1.9.1(b)所示。

(c) $x(n)*h(n)=\{\cdots,0,0,1,\underline{2},2,2,1,0,0,\cdots\}$，原点在第一个 2 处，波形如图 S1.9.1(c)所示。

(d) $x(n)*h(n)=\{\cdots,0,0,\underline{1},2,2,2,1,0,0,\cdots\}$，原点在第一个 1 处，波形如图 S1.9.1(d)所示。

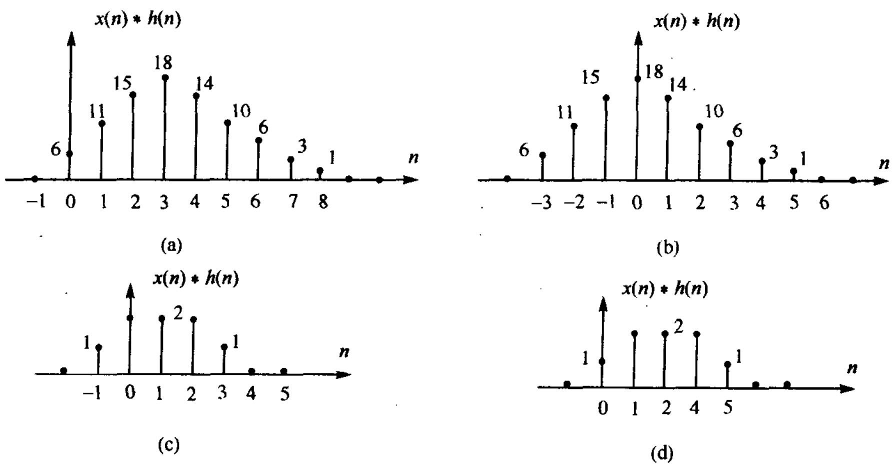

图 S1.9.1

1.10 证明线性卷积服从交换率、结合率和分配率，即证明如下等式成立：

(1) $x(n)*h(n)=h(n)*x(n)$

(2) $x(n)*(h_1(n)*h_2(n))=(x(n)*h_1(n))*h_2(n)$

(3) $x(n)*(h_1(n)+h_2(n))=x(n)*h_1(n)+x(n)*h_2(n)$

解：证明如下：