

数学圈



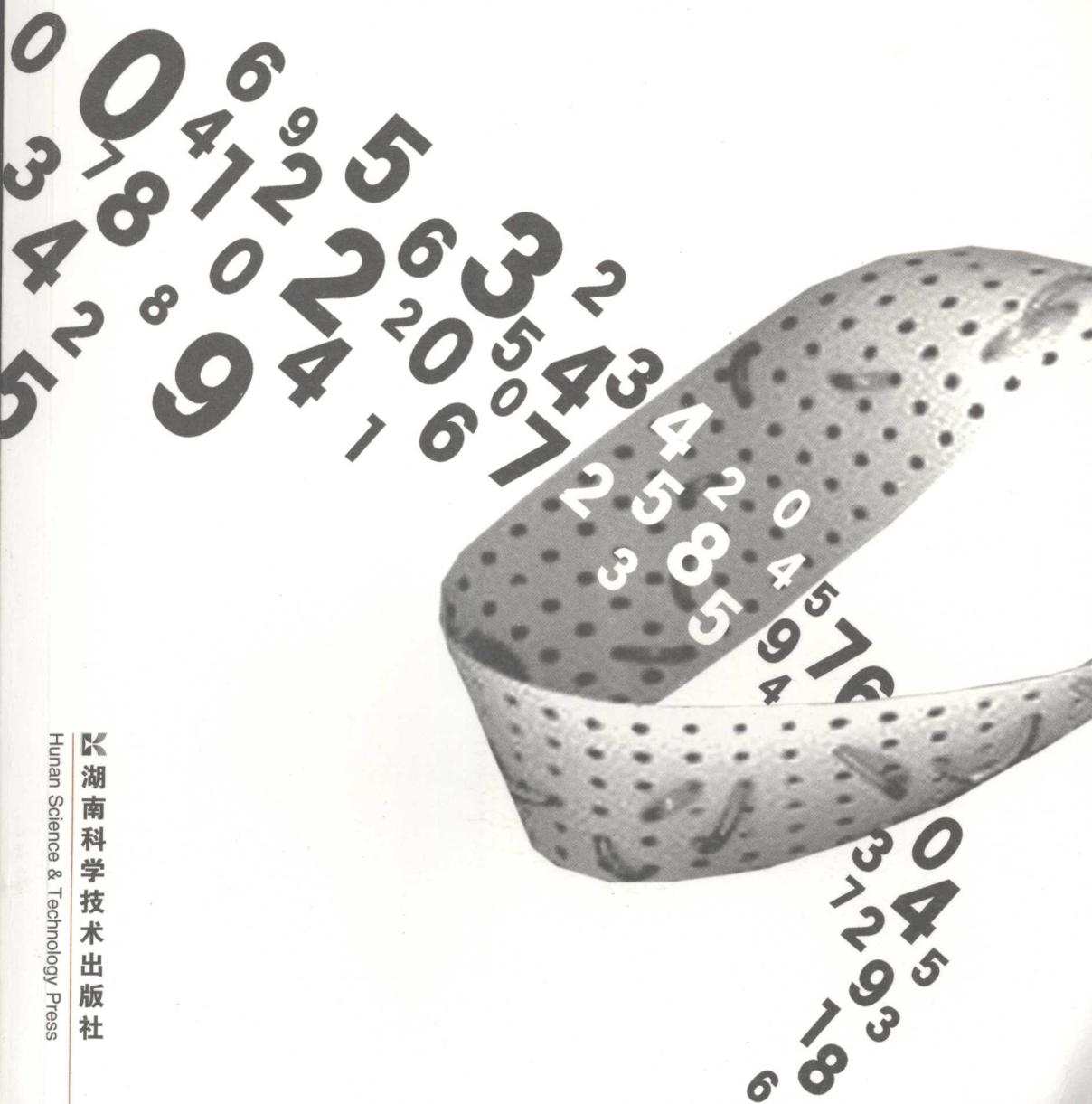
数学圈丛书

MATHEMATICAL
CIRCLES

Mathematical Circles Revisited & Mathematical Circles Squared

■【美】H·W·伊弗斯 / 著

■李泳 / 译



湖南科学技术出版社
Hunan Science & Technology Press

数学圈丛书

数学圈

Mathematical Circles Revisited & Mathematical Circles Squared

■【美】H·W·伊弗斯 / 著 ■李 泳 / 译



湖 南 科 学 技 术 出 版 社

Mathematical Circles Revisited & Mathematical Circles Squared

Copyright © 2003 by the Mathematical Association of America Washington, D. C.

湖南科学技术出版社通过美国数学会获得本书中文简体版中国大陆地区出版发行权。

本书根据 The Mathematical Association of America 2003 年版本译出。

著作权合同登记号: 18-2005-061

图书在版编目 (CIP) 数据

数学圈. 第2卷/ (美) 伊弗斯著; 李泳译. —长沙:
湖南科学技术出版社, 2007. 6

(数学圈)

书名原文: Mathematical Circles Revisited & Mathematical Circles Squared

ISBN 978-7-5357-4875-1

I. 数... II. ①伊... ②李... III. 数学-青少年读物
IV. O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 051232 号

数学圈丛书

数学圈 2

Mathematical Circles Revisited & Mathematical Circles Squared

著 者: [美] H·W·伊弗斯

译 者: 李 泳

责任编辑: 吴 炜

出版发行: 湖南科学技术出版社

社 址: 长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系: 本社直销科 0731-4375808

印 刷: 长沙化勘印刷有限公司

(印装质量问题请直接与本厂联系)

厂 址: 长沙市青园路 4 号

邮 编: 410004

出版日期: 2007 年 6 月第 1 版第 1 次

开 本: 950mm×670mm 1/16

印 张: 25.75

字 数: 266000

书 号: ISBN 978-7-5357-4875-1

定 价: 38.50 元

(版权所有·翻印必究)

封 底 出 木 封 学 译 南 航



欢迎你来数学圈

欢迎来到数学圈，那是我们熟悉而陌生的园地。

我们熟悉它，因为几乎每个人都走过多年的数学路，从123走到6月6（或7月7），从课堂走进考场。然后，我们把它留给最后一张考卷，解放的头脑，不再为它留一点儿空间。我们也陌生，模糊的记忆里，是残缺的公式和零乱的图形，是课堂的催眠曲，是考场的蒙汗药……去吧，那些被课本和考卷异化和扭曲了的数学；忘记那一朵朵恶之花，我们会迎来新的百花园。

“数学圈丛书”请大家走进数学圈，也走近数学圈子里的人。这是一套新视角下的数学读物，它不为专门传达任何具体的数学知识和解题技巧，而以“非数学的形式来普及数学”，着重宣扬数学和数学家的思想和精神。它的目的不是教人学数学，而是改变人们对数学和数学家的看法，把数学融入大众文化，回到人们的生活。读这些书不需要智力竞赛的紧张，而是要一点儿文艺欣赏的平和。你可以怀着360样心情来享受数学，经历它的趣味和生命，感悟符号背后的情感和人生。

没有人怀疑数学是文化的一部分，但诺大的“文化”，却往往将数学排除在外。当然，从人数来看，数学家在文



化人中顶多占一个测度为零的空间。但是，数学的每一点进步都影响着整个文明的根基。借一个历史学家的话说，“有谁知道，在微积分和路易十四时期的政治的朝代原则之间，在古典的城邦和欧几里得几何之间，在西方油画的空间透视和以铁路、电话、远距离武器制胜空间之间，在对位音乐和信用经济之间，原有深刻的一致关系呢？”（斯宾格勒《西方的没落·导言》）所以，数学不在象牙塔，就在身边。上帝用混乱的语言摧毁了石头的巴比塔，而人类用同一种语言建造了精神的巴比塔，那就是数学。它是艺术，也是生活；是态度，也是信仰；是最复杂的简单，也是最单纯的完美。

数学是生活。当然，我们的意思不是说生活离不开算术，技术离不开微积分；而是说数学本身也能成为大众的生活态度和生活方式。很多人感觉数学枯燥无味，是因为他把数学从生活中赶走了。当你发现一个小公式也像一首小诗那么多情的时候，还忍心把它忘记吗？大家能享受“诗意的生活”，从这点说，数学是一样的。

数学的生活很简单。如今流行着很多深藏“大道理”的小故事，那些道理多半取决于讲道理的人的态度和立场。它们是多变的，因为多变而被随意扭曲，因为扭曲而成为多样选择的理由。在所谓“后现代”的今天，似乎一切东西都成为多样的，人们像浮萍一样漂荡在多样选择的迷雾里，起码的追求也失落在“和谐”的“中庸”里。数学能告诉我们，多样的背后存在统一，极端才是和谐的源泉和基础。从某种意义说，数学的精神就是追求极端，它永远选择最简的、最美的，当然也是最好的。数学决没有圆滑的道理，也不为模糊的借口留下一点儿空间。

数学生活也浪漫。很多人怕数学抽象，却喜欢抽象的绘画和怪诞的文学。可见抽象不是数学的罪过。艺术家的想象力令人羡慕，而数学家的想象力更多。希尔伯特说过，如果哪个数学家一旦改行做了小说家（真的有），我们不要惊奇——因为那人缺乏足够的想象力做数学家，却足够做一个小说家。懂一点儿数学的



伏尔泰也感觉，阿基米德头脑的想象力比荷马的多。我们认为艺术家最有想象力，那是因为我们自己太缺乏想象力。

数学是明澈的思维。生活里的许多巧合——那些常被有心或无心地质异化为玄妙或骗术法宝的巧合，也许只是自然而简单的数学结果。以数学的眼光来看生活，不会有那么多的模糊。有数学精神的人多了，骗子（特别是那些穿戴科学衣冠的骗子）的空间就小了。无限的虚幻能在数学找到最踏实的归宿，它们“如龙涎香和麝香，如安息香和乳香，对精神和感观的激动都一一颂扬。”（波德莱尔《恶之花·感应》）

数学是奇异的旅行。数学在某个属于它们自身的永恒而朦胧的地方，在那片朦胧的土地上，我们已经看到了三角形的三个内角和等于 180° 度，三条中线总是交于一点而且三分每一条中线；在那片朦胧的土地上，还存在着无数更令人惊奇的几何图形和数字的奇妙，等着我们去和它们相遇。

数学是纯美的艺术。数学家像画家和诗人，都创造“模式”，不过是用思想来创造，用符号来表达。数学的思想，就像画家的色彩和诗人的文字，以和谐的方式组织起来。数学的世界里没有丑陋的位置。在数学家的眼里，自己笔下的公式和符号就像希腊神话里的那位塞浦路斯国王，从自己的雕像看到了爱人的生命。在数学里，在那比石头还坚硬的逻辑里，真的藏着数学家们的美的追求，藏着他们的性情和生命。

数学是精神的自由。惟独在数学中，人们可以通过完全自由的思想达到自我的满足。不论王摩诘的“雪地芭蕉”还是皮格马利翁（Pygmalion）的加拉提亚（Galatea），都能在数学中找到。数学没有任何外在的约束，约束数学的还是数学。

数学是永不停歇的人生。学数学的感觉就像在爬山，为了寻找新的山峰不停地去攀爬。当我们对寻找新的山峰不再感兴趣，生命也就结束了。

不论你是不是知道一点儿（或很多）数学，都可以走进数学圈，孔夫子说了，“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”



只要“君子乐之”，就走进了一种高远的境界。王国维先生讲人生境界，是从“望极天涯”到“蓦然回首”，换一种眼光看，就是从无穷回到眼前，从无限回归有限。而真正圆满了这个过程的，就是数学。来数学圈走走，我们也许能唤回正在失去的灵魂，找回一个圆满的人生。

1939年12月，怀特海在哈佛大学演讲《数学与善》中说，“因为有无限的主题和内容，数学甚至现代数学，也还是处在婴儿时期的学问。如果文明继续发展，那么在今后两千年，人类思想的新特点就是数学理解占统治地位。”这个想法也许浪漫，但他期许的年代似乎太过久远——他自己曾估计，一个新的思想模式渗透进一个文化的核心，需要1 000年——我们的希望是，这个过程会快一点儿，更快一点儿。

最后，我们借从数学家成为最有想象力的作家的卡洛尔笔下的爱丽思和那只著名的“柴郡猫”的一段充满数学趣味的对话，来总结我们的数学圈旅行：

“你能告诉我，我从这儿该走哪条路吗？”

“那多半儿要看你想去哪儿。”猫说。

“我不在乎去哪儿——”爱丽思说。

“那么你走哪条路都没关系，”猫说。

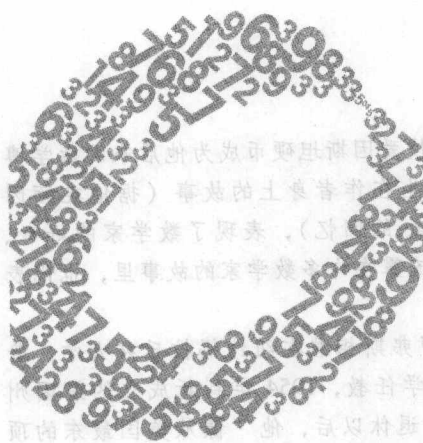
“——只要能到个地方就行，”爱丽思解释。

“噢，当然，你总能到个地方的，”猫说，“只要你走得够远。”

我们的数学圈没有起点，也没有终点，不论怎么走，只要走得够远，你总能到某个地方的。

李泳

2006年8月



中译本序

现在流行一句话，世界是平的。这原是物理概念，也是数学结论。借这句卖出去的话来说，数学是圆的，能把什么都圈进来了，而不单是问题、定理和公式。这也是本书不同于其他“方”数学读物的地方。

《数学圈》是一系列轻松愉快的精神旅行，包括《走进数学圈》（原分上下卷）、《重游数学圈》、《相约数学圈》、《告别数学圈》和《回归数学圈》，原由 Prindle, Weber & Schmidt 在 1969 到 1987 年间陆续出版，前些年美国数学会将其合为三册，即我们现在看到的版本。编者伊弗斯（Howard Eves）是了不起的数学导师，“不论给中学生、大学生讲还是给数学老师讲，他总能令听众着迷。”同事听了他的课，赞叹为“最迷人的演讲”。伊弗斯 1934 年在弗吉尼亚大学获学士学位，第二年为哈佛硕士，然后在普林斯顿大学继续学习，1948 年获俄勒冈州立大学数学博士学位。在普林斯顿，他认识了爱因斯坦，经常一起散步，从学校回家。路上有家杂货店，店里有冰激凌。有一次，爱因斯坦说那锥形的玩意儿挺好看，伊弗斯就给他买了一个。从此，他们每次经过都会买冰激凌。有一天，走到店门口时，爱因斯坦眼睛一亮，大声说，“看啦，今天我也带钱了！”当他把硬币放在柜台上时，伊弗斯赶紧拿出自

己的钱把它换了回来——那枚爱因斯坦硬币成为他后来的数学博物馆的第一件藏品。这个发生在作者身上的故事（据他在缅因州立大学的同事 Clayton Dodge 的回忆），表现了数学家的好奇、天真和快乐，这些品格时时流露在许多数学家的故事里，也代表着数学圈的精神。

20 世纪 40 年代以来，伊弗斯相继在纽约锡拉丘兹大学、普吉特湾大学和俄勒冈州立大学任教，1954 年到新成立的缅因州立大学，直到 1976 年退休。退休以后，他“像从美国最东的顶点滚下的石头”，从缅因州立大学的 Machias 和 Lubec 分校直到东南角的中佛罗里达大学。他一生写过 30 本书，200 多篇论文。两卷《几何考察》是他的权威著作，而两卷《数学的伟大时刻》是他关于数学历史的 43 个精彩演讲。我们把伊弗斯的履历写出来，是因为书中的许多故事就发生在他工作过的地方。同时也是为了纪念这位可敬的数学老师。其实他距离我们很近——三年前的今天，2004 年 6 月 6 日，93 岁的老人家才离开我们。

“圈”在这里的近 2000 个数学和数学家的故事，像出没在数学星空不同时空区域的星星，但我们很容易从它们组合出几个大的星座：数学史的、数学人的、数学娱乐的，还有数学幽默的。任何读者当然都能从这个星空发现乐趣，而在过去的几十年里，它还发挥了一样更特殊也许更重要的功能——正如出版者在前言里说的，“成千上万的数学老师都从这些轶事中发现了乐趣，还将它们用于教学，给课堂增添情趣，让数学多一点儿人文色彩，激发学生的灵感，追寻文化历史的线索。”我们相信，这些星星同样能点缀我们的中小学数学课堂，让同学通过它们来经历数学的惊奇，感觉数学的魔力。

数学的第一个魔力是吸引我们的好奇心。很多历史人物（不单数学家）小时候都为欧几里得几何感到惊奇，他们惊奇什么？今天我们在几何课上还有多少惊奇？同样惊奇的还有那个大家都习惯了的“第五公设”——现代数学和物理学，至少有一半是从对它的好奇开始的。如果没有那一点好奇，今天我们大概

也不能说“世界是平的”。因为原始的好奇，欧几里得几何把生活和观察理性化了；因为思想的好奇，非欧几何从人类的纯粹理性中产生了；而它们与物理世界的“前定和谐”，似乎就是爱因斯坦说的世界上“最难理解的”事情，也是我们永远的好奇心的源泉。

数学的第二个魔力来自一只看不见的手。想一个最简单的问题：一个物体在重力作用下从空间一点到另一点（两点不在同一垂线），沿什么样的路径最节省时间？这是300年前的一个数学挑战，好奇的同学可以慢慢思考。从某种意义上说，数学就是通过这个习题，伸出了它那只魔力的手，指引着万物运行的轨迹，也引出了一个绝妙的自然法则。大多数人并不需要学会如何挥动那只手，但如果知道有那样一只手，我们就能以更透明的眼光来看世界和自然，看到复杂的简单的和谐。

数学的第三个魔力在于它的人情味。孟夫子早就说过，“颂其诗，读其书，不知其人，可乎？”数学也不例外，也是“可以兴，可以观，可以群，可以怨”的，我们为什么不也怀着读诗的心情去认识它背后的人呢？每个人大概都能说出很多数学家的名字，不过那通常只是定理或公式的标签，并不能唤起对一个有血肉的人物的联想。我们在这儿能遇见形形色色的古今人物，可爱的，可恨的，可笑的，可悲的，可怜的，可敬的，可耻的……但“真正的数学家”（哈代的意思）似乎都很简单，有些还是被生活嘲弄的对象。其实他们本来也未必比别人聪明，只是靠了更多的无知换来那“一点”特别的聪明。我们可以看到，数学人比其他科学圈子里的人更像老子所谓的“建德若偷，质真若渝，大白若辱，大方无隅”。从这一点说，数学也是一门自我修养的工夫。一支笔，一张纸，“回也不改其乐”。有人问大数学家庞加莱如何才能像数学家一样思考，他回答说，“找一条倾斜的沙土小路，走上去，走下来，然后反复走上走下。数学思想就在脚底的摩擦中产生出来了。”简单地说，经常在自己的头脑里想想数学，则“鄙吝之心不复生矣！”



100年前,法国《数学教育》杂志对数学家进行过一次问卷调查,第一个问题是“你什么时候开始对数学发生兴趣?”60%的回答在11岁到18岁之间。就是说,数学不一定要从很小的时候起步,很多数学家是从中学时代开始对数学发生兴趣的。如果我们今天的课堂能多一点兴趣,多一点人情味,也许能少扼杀几个未来的数学家吧?

最后说说译本。

原书是相隔20年的产物,故事来源(作者)众多,有时出现不同说法,与流行说法也不尽相同,正好互为补充。很多人物多次出现,背景介绍时有重复,译本也保留了;对不那么出名的数学家,我们多次在译名后保留了原文。很多不大流行的名词(地名、杂志、图书等)零星出现在不同的地方,译本也不厌重复地留下原文,以方便感兴趣的读者利用网络和工具书检索相关信息。

原书引用了许多文学作品片断,译者未能全部找原著来对照,因此片断的译文不一定符合原来作品的环境。好在作者的意图是从中看到一点数学趣味,这一点尽量保留了。

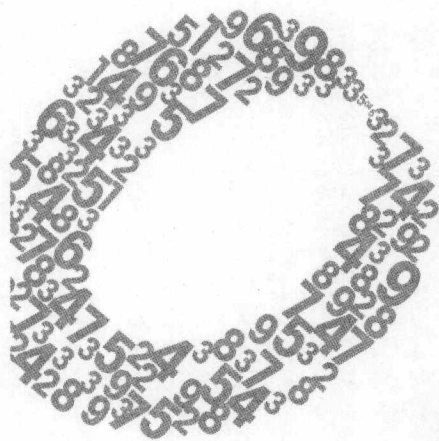
原书有不少带着数学家机敏的文字游戏(如打油诗、笑话、双关语等),有的完全是靠英文读音来表现的,如果译成中文,不但失去了原来的趣味和精神,中文也毫无意义。因此保留了原文,略加注释说明。它们是西方数学娱乐文化的一部分,也正好是课堂数学游戏的题目。

原书提及很多文化和教育背景,译本补充了一些注释和图片(原有的图片有编号,增加的图片没有编号)。图片主要来自一些名画和老照片,多数来源已无从考察。借作者在前言的话说,如果谁发现我们可能“偷”了他的作品,请求他原谅。

原书出现了一些德文、法文和西班牙文的句子,译者感谢张卜天、刘胜利、萧耐园、徐纪贵等先生的译文。

译者

2007年6月6日

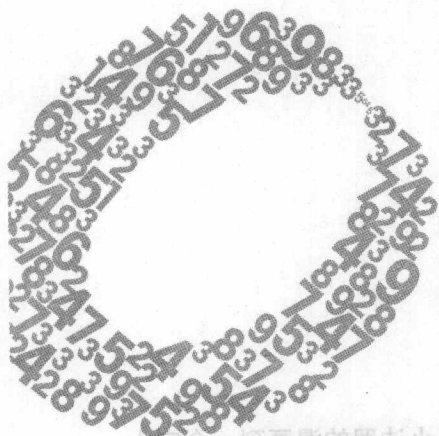


出版者的话

多年来，著名数学史家和数学导师霍华德·伊弗斯（Howard Eves）收集了大量数学和数学家的奇闻轶事，将它们汇编为六卷《数学圈》。成千上万的数学老师都从这些轶事中发现了乐趣，还将它们用于教学，给课堂增添情趣，让数学多一点儿人文色彩，激发学生的灵感，追寻文化历史的线索。通过与伊弗斯教授特别商量，美国数学会（MAA）很高兴将六卷《数学圈》重新出版发行。

《走进数学圈》是最早的一卷，1969年出版，赢得了一片喝彩。现在作为这个三卷本的第一卷。《重游数学圈》和《相约数学圈》合为第二卷，《告别数学圈》和《回归数学圈》合为第三卷。

这个三卷本《数学圈》全集一定能让你们快乐起来，所有的数学爱好者们，特别是那些欣赏数学人文和文化的人们。



目 录

目 录

重游数学圈

3 前言

5 第一象限 从有理数到度量系统

7 数与数字

25 大数

30 π

40 算命学

43 算盘

49 计数节

54 计算机

56 度与衡

67 第二象限 从加减法到新教曲线

69 符号与名词



76	算术与代数
84	几何
97	三角学
99	概率与统计
103	逻辑
108	拓扑学
113	第三象限 从小达罗的漫画到一个完人
115	漫画新数学
118	课堂的机智与滑稽
127	数学家与数学
137	数学女人
143	作者经历的一些故事
152	布尔巴基
157	阿基米德到卡宾
163	第四象限 从柯西初露锋芒到维纳的信
165	从柯西到库里奇
169	从戴德金到热尔贝
174	从哈密尔顿到哈代
178	从海尔布隆到赫尔维茨
181	从卡斯纳到劳伦斯
185	从米勒到牛顿
188	从皮亚诺到斯威夫特
194	从西尔维斯特到怀特海
199	维纳



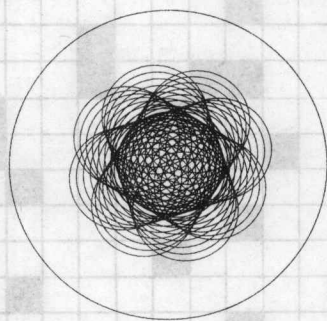
相约数学圈

- 205 前言
- 207 第一象限 从解释《圣经》到“绝妙的证明”
- 209 数字与计算
- 222 幻方
- 238 数学带来的设计
- 259 几何
- 271 第二象限 从过分的自重到数学的本质
- 273 发生在美国的故事
- 282 在英国
- 291 两个爱尔兰人
- 298 两个苏格兰人
- 303 最后一个通才
- 309 法国汤里的烤面包片
- 313 第三象限 从失落的手稿到希尔伯特之死
- 315 两个挪威人和一个俄罗斯人
- 318 数学家的王子
- 327 三个伟大的哥廷根教授
- 335 大师
- 353 第四象限 从“非常”教授到思想车轮
- 355 哥廷根数学家的故事（续）
- 362 其他德国数学家
- 365 什锦



376	印刷工和图书	200
379	心理学	
389	补遗 数学美与美的箴言	202
391	美感	
	"明玉的纹样" 从《圣经》释读从 附录一第	203
	其设计半楼	204
	衣饰	222
	书展的来帝半楼	238
	前几	239
	原本的书展原重自的位以从 附录二第	241
	书展的国英主美	243
	国英主	282
	人兰小变个西	291
	人兰林基个西	298
	下部个一议最	303
	书展的国英主美	309
	附录三第 从附录三第	313
	人兰小变个西	315
	于王治家半楼	318
	附录四第 从附录四第	323
	附录五第 从附录五第	325
	附录六第 从附录六第	327
	附录七第 从附录七第	329
	附录八第 从附录八第	331
	附录九第 从附录九第	333
	附录十第 从附录十第	335
	附录十一第 从附录十一第	337
	附录十二第 从附录十二第	339
	附录十三第 从附录十三第	341
	附录十四第 从附录十四第	343
	附录十五第 从附录十五第	345
	附录十六第 从附录十六第	347
	附录十七第 从附录十七第	349
	附录十八第 从附录十八第	351
	附录十九第 从附录十九第	353
	附录二十第 从附录二十第	355
	附录二十一第 从附录二十一第	357
	附录二十二第 从附录二十二第	359
	附录二十三第 从附录二十三第	361
	附录二十四第 从附录二十四第	363
	附录二十五第 从附录二十五第	365
	附录二十六第 从附录二十六第	367
	附录二十七第 从附录二十七第	369
	附录二十八第 从附录二十八第	371
	附录二十九第 从附录二十九第	373
	附录三十第 从附录三十第	375
	附录三十一第 从附录三十一第	377
	附录三十二第 从附录三十二第	379
	附录三十三第 从附录三十三第	381
	附录三十四第 从附录三十四第	383
	附录三十五第 从附录三十五第	385
	附录三十六第 从附录三十六第	387
	附录三十七第 从附录三十七第	389
	附录三十八第 从附录三十八第	391
	附录三十九第 从附录三十九第	393
	附录四十第 从附录四十第	395
	附录四十一第 从附录四十一第	397
	附录四十二第 从附录四十二第	399
	附录四十三第 从附录四十三第	401
	附录四十四第 从附录四十四第	403
	附录四十五第 从附录四十五第	405
	附录四十六第 从附录四十六第	407
	附录四十七第 从附录四十七第	409
	附录四十八第 从附录四十八第	411
	附录四十九第 从附录四十九第	413
	附录五十第 从附录五十第	415
	附录五十一第 从附录五十一第	417
	附录五十二第 从附录五十二第	419
	附录五十三第 从附录五十三第	421
	附录五十四第 从附录五十四第	423
	附录五十五第 从附录五十五第	425
	附录五十六第 从附录五十六第	427
	附录五十七第 从附录五十七第	429
	附录五十八第 从附录五十八第	431
	附录五十九第 从附录五十九第	433
	附录六十第 从附录六十第	435
	附录六十一第 从附录六十一第	437
	附录六十二第 从附录六十二第	439
	附录六十三第 从附录六十三第	441
	附录六十四第 从附录六十四第	443
	附录六十五第 从附录六十五第	445
	附录六十六第 从附录六十六第	447
	附录六十七第 从附录六十七第	449
	附录六十八第 从附录六十八第	451
	附录六十九第 从附录六十九第	453
	附录七十第 从附录七十第	455
	附录七十一第 从附录七十一第	457
	附录七十二第 从附录七十二第	459
	附录七十三第 从附录七十三第	461
	附录七十四第 从附录七十四第	463
	附录七十五第 从附录七十五第	465
	附录七十六第 从附录七十六第	467
	附录七十七第 从附录七十七第	469
	附录七十八第 从附录七十八第	471
	附录七十九第 从附录七十九第	473
	附录八十第 从附录八十第	475
	附录八十一第 从附录八十一第	477
	附录八十二第 从附录八十二第	479
	附录八十三第 从附录八十三第	481
	附录八十四第 从附录八十四第	483
	附录八十五第 从附录八十五第	485
	附录八十六第 从附录八十六第	487
	附录八十七第 从附录八十七第	489
	附录八十八第 从附录八十八第	491
	附录八十九第 从附录八十九第	493
	附录九十第 从附录九十第	495
	附录九十一第 从附录九十一第	497
	附录九十二第 从附录九十二第	499
	附录九十三第 从附录九十三第	501
	附录九十四第 从附录九十四第	503
	附录九十五第 从附录九十五第	505
	附录九十六第 从附录九十六第	507
	附录九十七第 从附录九十七第	509
	附录九十八第 从附录九十八第	511
	附录九十九第 从附录九十九第	513
	附录一百第 从附录一百第	515

重游数学圈



。4418 及 外 部 书 具 。 效 其 中 交 面 献 物 数 与 数 的 打 封 4 漏 册