



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数理经济学

Mathematical
Economics

□ 张金水 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



普通高等教育“十一五”

F224.0/122

2008

数理经济学

Mathematical
Economics



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。全书主要介绍一般均衡或可计算一般均衡(CGE)的基本模型与基本方法。第1、2章通过一些实际例子,讲解如何正确应用效用函数、生产函数、利润最大法则等基础性问题。第3章讲解如何通过物价指数将千千万万种产品归结为少数的几种或几十种产品。第4章讲解线性一般均衡的模型与方法。第5章讲解非线性一般均衡的模型与方法。其中,第4、5章结合中国的实际案例,分别讨论最优增长轨道的存在性与唯一性,并给出在最优增长轨道上,各种产品的合理价格、各部门的最佳比例、利润率、经济增长率等的简便求解方法。最后本书对应用一般均衡所研究的基本问题以及未来的发展进行了简要的讨论和说明。

本书内容自成体系,读者只要具备微观经济学以及高等数学的基础知识,就可以完全读懂和掌握全书的内容。

本书适合经济管理类高年级本科生或研究生作为必修课或选修课教材,也可以供经济管理类各专业的教师、学生、科研人员、实际工作人员作为参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数理经济学/张金水编著. —北京:高等教育出版社,
2008.1

ISBN 978 - 7 - 04 - 022481 - 8

I. 数… II. 张… III. 数理经济学 - 高等学校 -
教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 190432 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	北京铭成印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com

开 本 787 × 960 1/16
印 张 14.5
字 数 260 000

版 次 2008年1月第1版
印 次 2008年1月第1次印刷
定 价 23.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22481 - 00

关于本书

内容简介：本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。全书主要介绍一般均衡或可计算一般均衡(CGE)的基本模型与基本方法。第1、2章通过一些实际例子，讲解如何正确应用效用函数、生产函数、利润最大法则等基础性问题。第3章讲解如何通过物价指数将千千万万种产品归结为少数的几种或几十种产品。第4章讲解线性一般均衡的模型与方法。第5章讲解非线性一般均衡的模型与方法。其中，第4、5章结合中国的实际案例，分别讨论最优增长轨道的存在性与唯一性，并给出在最优增长轨道上，各种产品的合理价格、各部门的最佳比例、利润率、经济增长率等的简便求解方法。最后本书对应用一般均衡所研究的基本问题以及未来的发展进行了简要的讨论和说明。

本书内容自成体系，读者只要具备微观经济学以及高等数学的基础知识，就可以完全读懂和掌握全书的内容。

本书适合经济管理类高年级本科生或研究生作为必修课或选修课教材，也可以供经济管理类各专业的教师、学生、科研人员、实际工作人员作为参考书。

作者简介：张金水，1964年进清华大学自动控制系读本科，1978年进清华大学自动化系读研究生。现在为清华大学经济管理学院教授、博士生导师。曾任清华大学校学术委员会委员。出版著作、教材十几部，在国内外核心期刊，如《Economic Modelling》、《系统科学与数学》、《系统工程理论与实践》、《系统工程学报》、《清华大学学报》、《自动化学报》、《控制与决策》、《数量经济、技术经济研究》等刊物发表论文30多篇。主要从事微观经济学、宏观经济学、数理经济学、经济控制论等领域的科研与教学活动，负责并完成国家自然科学基金、国家教委博士点基金、清华大学软科学重大项目多项，曾获国家教委、省级奖。

前 言

一、数理经济学课程在所有经济学课程中的地位

众所周知，微观经济学、宏观经济学、计量经济学是数量经济学专业最主要的3门课程。简单地说，微观经济学、宏观经济学讲述经济学基本理论，国际贸易学可以看作国际微观经济学，国际经济学可以看作国际宏观经济学，计量经济学是将数量经济模型与现实数据有机连接的一门课程。那么，如果一个学生较好地掌握了微观经济学、宏观经济学、国际贸易学、国际经济学、计量经济学，是否就完成了经济学主干课程的学习呢？回答是否定的。因为微观经济学、宏观经济学、国际贸易学、国际经济学这几门课程仅仅介绍经济学的基本理论知识与基本的理论模型。有了这些知识，尚不能构建与实际紧密联系的应用数量经济模型。那么理论经济模型与应用数量经济模型有什么区别与联系呢？为了了解这一点，让我们来听一听如下的师生对话。

老师：请问你学过生产函数的数学表达式吗？

学生：学习过。例如学习过Cobb-Douglas生产函数。

老师：请你们写出Cobb-Douglas生产函数的数学表达式。

学生： $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ 。

老师：请问你所给出的表达式中有关变量 Y 、 K 、 L 的实际含义是什么？

学生： Y 表示产品的产出数量、 K 表示固定资本存量、 L 表示劳动工时。

老师：如果 Y 表示产品的产出数量，一种产品的产出要投入原材料、固定资本和劳动工时。在你的生产函数中没有出现原材料变量，难道产品的产出不需要原材料就可以吗？

学生：这个问题我没有想过，教科书上都是怎么写的。

笔者将以上的这些问题曾经问过许多学生，包括许多院校经济管理专业的本科生和研究生。许多学生的回答是错误或者概念不清楚的。这反映了我国当前数量经济学教学的一个重大的漏洞和弊端。也就是说，学生学习课本知识之后，尚不知道如何构建切合实际的数量经济学模型。例如上述问题，如果要寻找实际数据，并且利用计量经济学的基本知识，估计生产函数 $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ 的参数，那么每一个变量应该对应实际当中的什么样的数据呢？这个问题一个正确回答可以是这样的：如果用变量 Q 表示产品的产出数量， M 表示原材料的投入数量， Y 表示增加值的数量，那么投入产出之间的关系可以由两层生产函数来表示：

$$Q = \min\left(\frac{M}{a}, \frac{Y}{1-a}\right)$$

$$Y = AK^b L^{1-b}$$

原材料、固定资本、劳动工时与产出之间的投入产出关系为什么可以用上面的公式来表示(当然也可能用其他的公式,要依实际的数据来决定)?另外,它是一个单部门的数量经济模型,如何构造多种产品多部门的数量经济模型?这正是本教材所要讨论的问题。

可以看出,目前数量经济学教学还需要一门课程,用来训练学生构建切合实际的量经济模型的能力。这一门课程应该是数理经济学。

但是,目前国内外数理经济学的教材建设存在以下的几个误区:

1. 把数理经济学看作是经济数学,片面强调一些数学基本知识,把数理经济学看作是进一步学习经济学的数学工具。

2. 把数理经济学看作是数理微观经济学,内容与微观经济学大量重复。

3. 只给出理论的模型,没有应用的案例。

为避免以上不足,本教材定位于应用数理经济学的范围之内。因为应用数理经济学是构建许多应用于实际的量经济模型的基础。

本书可以供经济管理院校本科生或研究生作为数理经济学的教材和参考读物,还可以供经济管理科研人员作为参考书。

下面就本书作为教材或作为参考读物使用时应该注意的事项提出作者的看法和体会。

二、本教材需要的数学与经济学基础知识

数理经济学又称为数学经济学,顾名思义,要用到很多的数学知识。翻开本教材,确实有许多数学公式,可能有不少读者对此望而却步。不过只要你稍有勇气,多观察一下本书的数学公式,就会发现虽然公式比较多,但是并没有涉及很深的数学知识,基本上只用到高等数学中的导数、偏导数以及简单的常微分方程的基本知识,甚至都没有涉及高等数学中的积分。目前我国绝大多数院校都开设高等数学的课程,因此绝大多数本科水平以上的读者都可以理解本书所出现数学公式的数学意义。当然,数学公式中除了包含数学意义外,还包含经济学含义。那么理解本书数学公式中的经济学含义需要什么样的经济学基础知识呢?通常经济管理院校本科生都学过微观经济学与宏观经济学的课程,具备上述基本知识就可以很好理解数学公式中的经济含义。但是也有一些读者没有接触过微观经济学与宏观经济学的课程,这些读者是否也可以理解本书中数学公式的经济学含义呢?回答是肯定的。因为本书是自成体系的,在第1—3章给出了本书所必备的经济学基本知识。

三、本教材的难点

学习本教材的内容并不需要高深的数学知识，也不需要太多的经济学的知识作为基础。但这并不意味着学习本课程的内容就十分容易。因为本书主要内容是如何构建一般均衡模型，一般均衡模型就是要考虑众多经济变量之间的因果关系。本教材的难点就在于如何理顺这些因果关系。

众所周知，天气预报对人类生活有重大作用。太阳照在海面上，“生产”出云彩，云彩在世界各国的天空飘移。气象专家要观察云彩的飘移规律，从而准确预报天气变化。天气预报很复杂，但经济预测比天气预报复杂得多。对经济系统来讲，各种产品在全球各地生产出来，千千万万不同的产品在各国内贸易犹如不同特性的云彩在世界各国飘移。经济学专家要准确预测经济系统变动规律，需要有驾驭众多经济变量之间因果关系的能力。纵观近年来中国的现实经济，房价增速太快，超出普通居民的承受能力；股指大落又大起，价格偏离实物资产的真实价值；利率太低，甚至低于通胀率，居民存款得不到应有回报。所有这些问题的发生都并不是孤立的，它们是众多经济变量相互影响的运动结果。现实的经济需要大量有能力处理众多经济变量的经济学家和经济决策人员。

四、因果关系图的作用

为了帮助读者理解众多经济变量之间的因果关系，本书采用了因果关系图来描述经济变量之间的关系。这种方法在多年的数理经济学课程教学中取得了很好的效果。各行各业都需要图。例如，制造飞机、火车需要机械装配图，修彩电以及计算机需要电子线路图，盖房子需要建筑施工图，打仗需要军事地图，等等。进行经济管理也需要经济变量之间的因果关系图。

五、本教材各章节的内容安排

本教材的第1章介绍效用函数与需求函数的基本知识。第2章介绍生产函数、供给函数及要素需求函数的基本知识。这两章的内容应该是微观经济学课程的基本知识。由于有些学生在学习微观经济学课程之后，对效用函数、生产函数的数学表达式的具体含义缺乏深入的理解，所以要根据听课学生的具体情况来决定如何讲解这一部分内容。

第3章介绍物价指数与国民经济产品综合的基本知识。这一章的知识可以使我们理解千千万万种产品如何归结为一种或几种产品。它是构造多部门模型的基本出发点。许多人都熟悉关于牛顿和苹果的故事。有一天牛顿看见苹果从树上掉下来，他就想为什么苹果会从树上掉下来，而不是飞到天上去。牛顿因此发现了万有引力定律。其实自然界蕴藏着无数的奥秘。我们周边许多司空见惯的事实，都包含着无限深刻的道理。在这一章，我们将从一个苹果加一个排骨的问题引出万物综合法则。万物综合法则的重要性绝对不亚于万有引力定律。有的读者可能会说：“我读了书中的第3章，似乎也没有看出万物综合法

则有那么重要。”牛顿的惯性定律告诉我们：如果一个物体没有受到外力，那么它将保持静止或者按照原来的速度匀速前进。这个惯性定律似乎也没有看出有多么重要，然而它却是力学乃至自然科学的一块奠基石。万物综合法则也应该是经济学的一块奠基石。

第4章介绍线性多部门经济系统的一般均衡模型的基本知识。由于线性一般均衡模型的计算相对比较简单，所以通过这一章的讲解，可以让学生了解一般均衡模型构建的基本方法和基本思想。例如，如何从效用函数与生产函数出发，构造按成本定价模型、实物平衡模型，并且讨论平衡增长轨道的存在性与唯一性。掌握了这些基本方法，就不难掌握非线性多部门经济系统一般均衡模型的基本知识。

第5章介绍非线性多部门经济系统的一般均衡模型的基本知识。这一章应该是应用一般均衡理论与实践的核心内容。本章篇幅较长，这是因为这部分内容相对比较完整，分成更多的章节可能不利于阅读。在5.1节，首先给出瓦尔拉斯静态一般均衡模型的构模思想与方法。在5.2和5.3节，介绍20世纪60年代以后发展起来的可计算一般均衡模型的基本构模技术。这里给出的考虑税收的两要素多部门模型，可以看作是教学类的模型，根据这里给出的技术，不难构造更加切合实际的模型。在5.4节，把列昂惕夫线性一般均衡模型、瓦尔拉斯非线性一般均衡模型以及宏观经济学的动态新古典经济增长模型统一在一个框架里面，给出了一个国家、多个部门的非线性动态投入产出(IO)模型或动态可计算一般均衡模型。在5.5节，介绍非线性IO模型或动态可计算一般均衡模型的应用。在宏观上，给出了中国六部门非线性动态IO模型的应用例子，在微观上给出了石油企业非线性动态IO模型的应用例子。在5.6—5.10节，对于一个国家、多个部门的非线性动态投入产出模型或动态可计算一般均衡模型，进一步在理论上进行了概括与总结。利用非线性动态系统的庇隆-弗罗宾纽斯定理，讨论了解的存在性与唯一性，还讨论了非线性经济系统的效益可能性曲线，给出非线性经济系统平衡增长轨道的简便计算方法。在5.4节以及5.6—5.10节，含有作者多年的科研成果。最后在5.11节简要说明了应用一般均衡模型未来的发展，它是一个永无止境、最基本的研究领域。由于篇幅所限，本章没有介绍更多、更深入的非线性多部门一般均衡模型。

六、关于习题

本书配备了一定数量的习题供读者练习，并给出了大部分习题的参考答案。

有的读者可能会认为习题的数量不够多，其实不然。大学生和研究生的学习与中学的学习不同，因为大学生和研究生的学习时间有限，而学习的内容却很多，把整个一学期的时间都花在一门课程上，都不一定能够熟练掌握课程的

内容。因此,对于大学生或研究生来说,并不要求能够熟练掌握每门课程的内容,只要能掌握其中的基本思想和基本方法就可以。本书配的一定量的习题就是服务于这一目的的。虽然习题的数量不够多,但要独立地正确解答也不是一件容易的事情,要花相当的时间。

七、关于教学学时的建议

作者长期以来为清华大学经济管理学院经济系的本科生和研究生分别主讲内容不同的数理经济学课程。本教材的内容已经讲授多年。对于本科生来说,主要要求掌握第1章至第4章的内容,适当讲解第5章的内容。可以安排48学时讲授。对于研究生来说,如果他们没学过第1章至第4章的内容,那么可以要求掌握第1章至第5章的内容。由于研究生有比较强的理解能力,应将第5章的内容作为重点。可以安排64学时进行讲授。如果研究生已经修过一轮数理经济学的课程,也就是说,已经掌握了第1章至第4章的内容,那么本书的内容必须加以扩充,才能够满足教学的要求。所增加的内容可以参考教材《数理经济学——理论与应用》(张金水,清华大学出版社,1998年)。

八、致谢

本书部分内容来自清华大学经济管理学院经济系博士学位研究生姜超、连秀花、郝晓红的研究成果。张海山先生、郝凤玲、张淑贞和张淑珠同志对本书的写作给予很大的帮助。林铿娣、蔡依金女士对作者给予巨大帮助。谨致谢意!感谢高等教育出版社的编辑以及有关领导对本书的大力支持。本书的出版得到国家自然科学基金项目的资助(项目批准号:70571047),还得到高等教育全国精品教材项目的资助。尽管如此,本书的错误或不当之处在所难免,文责由作者自负,并请读者多多指正。

作 者

2007年9月

目 录

导论	1
第 1 章 效用函数与需求函数	9
1.1 效用函数的数学表达式及其特性	9
1.2 效用最大法则与需求函数	22
1.3 考虑多个时期的消费者最优选择	27
第 2 章 生产函数、要素的供给函数和需求函数	32
2.1 生产函数的数学表达式与等产量线	32
2.2 利润最大法则的数学表达式	36
2.3 要素的需求函数和供给函数的数学表达式	39
第 3 章 物价指数与国民经济产品的综合	48
3.1 物价指数	48
3.2 国民经济产品的综合与部门的划分	58
第 4 章 线性多部门经济系统的一般均衡模型	65
4.1 列昂惕夫单部门动态投入产出(IO)模型	65
4.2 列昂惕夫线性多部门一般均衡模型	75
4.3 冯·诺依曼生产活动分析模型	102
4.4 线性一般均衡模型解的存在性与唯一性	122
4.5 多种技术的线性一般均衡模型	123
第 5 章 非线性多部门经济系统的一般均衡模型	133
5.1 瓦尔拉斯静态一般均衡模型	133
5.2 两要素多部门模型均衡点的求解	139
5.3 考虑税收的两要素多部门模型	149
5.4 线性与非线性一般均衡模型的统一认识	161
5.5 非线性动态投入产出模型或动态可计算一般均衡模型及应用	176
5.6 非线性动态投入产出模型或动态可计算一般均衡模型	194
5.7 庇隆-弗罗宾纽斯定理	197
5.8 可计算非线性一般均衡模型解的存在性与唯一性	199
5.9 非线性经济系统的效益可能性曲线	200
5.10 非线性经济系统平衡增长轨道的简便计算方法	201
5.11 应用一般均衡模型的未来发展	203

习题.....	205
习题参考答案.....	208
参考文献.....	215

导 论

一、数理经济学的定义

数理经济学 (Mathematical Economics) 可以有如下的两种定义：数学在经济学中的各种应用；采用更多数学来描述的经济学。

按照第一种定义，《数理经济学》教材的风格应该以数学知识为主线，然后介绍这些数学知识在经济学中的应用。例如，有的《数理经济学》教材讲述高等数学导数的知识，然后再介绍偏导数与经济学中边际效用之间的关系。按照第二种定义，《数理经济学》教材的风格应该以经济学知识为主线，或者说，数理经济学就是采用更多的数学来描述的经济学。所以，按照第二种定义，数理经济学应该就是经济学。本教材是按第二种风格来编写的。也就是说，它是

以经济学知识为主线的经济学教材。

二、数理经济学与微观经济学、宏观经济学、国际贸易学、国际经济学、计量经济学等学科之间的关系

微观经济学主要描述消费者对产品的需求、生产者对产品的供给以及对劳动与资本的要素需求，然后讨论产品市场、劳动市场、资本市场的静态平衡。微观经济学又可以按照使用数学工具的深浅分为初级微观经济学、中级微观经济学、高级微观经济学。中级微观经济学使用的数学工具有偏导数、线性代数等。由于《中级微观经济学》教材采用中级水平的数学知识，所以，目前我国有一些《数理经济学》教材其实应该归类为《中级微观经济学》。《高级微观经济学》以现代数学为主要描述工具。例如，阿罗、德布鲁等利用角谷不动点定理证明了产品市场供求平衡解的存在性与唯一性。由于《高级微观经济学》要求掌握相当深的数学知识，一般院校的学生难以掌握，所以我国目前这方面的教材尚比较缺乏。《高级微观经济学》教材偏重于理论描述，所以它又可以看作为《理论数理经济学》。

如果说微观经济学侧重于研究经济系统的静态平衡，而宏观经济学则侧重于研究经济系统的动态平衡增长。也就是说，宏观经济学的主要任务是要寻求经济系统的最优增长轨道，并且设计出宏观财政政策与货币政策，对经济系统进行调控，使之沿着最优增长轨道前进。

国际贸易学可以看作多个国家的微观经济学。也就是说，微观经济学主要讨论一个国家经济系统的静态平衡，而国际贸易学主要讨论多个国家经济系统

的静态平衡。所以，国际贸易学又可以称为国际微观经济学。

国际经济学可以看作多个国家的宏观经济学。也就是说，宏观经济学主要讨论一个国家经济系统的动态平衡增长，而国际经济学主要讨论多个国家经济系统的动态平衡增长。所以，国际经济学又可以称为国际宏观经济学。

可以说，微观经济学、宏观经济学、国际贸易学、国际经济学这四门课程包含了经济理论最基础的部分。那么数理经济学这一门课程又处在什么位置呢？我们注意到上述四门课程主要偏重理论的描述，同时主要涉及一个部门的经济系统。例如，《高级微观经济学》中，阿罗、德布鲁等利用角谷不动点证明产品市场供求平衡解的存在性与唯一性，但是他们并没有告诉我们市场供求平衡解具体的数值。换句话说，他们只告诉我们存在一个市场供求平衡的价格，但是并没有告诉我们这个价格是多少？再具体地说，理论经济学家只告诉我们目前北京市存在一个合理的住宅平均价格，但是并没有告诉我们目前北京市五环以内平均住宅价格每平方米1万元是否合理。如果要知道这个价格是否合理，就应该建立相应的模型，搜集相应的数据，进行实际的计算。这个工作需要应用数理经济学和计量经济学知识。《应用数理经济学》又可以被称为应用一般均衡或可计算一般均衡。应用数理经济学课程要达到如下的目的：利用经济学知识去构建有实际数据支持的数量经济模型。计量经济学课程的目的就是要针对上述模型，利用数学与统计学知识估计并确定模型的具体参数。一旦得到与经济学原理以及实际数据相符合的数量经济模型，就可以进行实际的计算。计算结果可以让我们进一步的认识现实经济系统的运动规律，并去调控或者改变现实的经济系统的运动方向，使现实的经济系统达到更加和谐的状态。

有读者可能要问：学习应用数理经济学这一门课程前是否应该全面地学习微观经济学、宏观经济学、国际贸易学、国际经济学、计量经济学这些课程呢？应当指出，应用数理经济学所包含的内容极其广泛，不可能在一门课程中包含太多的内容。如果我们要构建多国、多部门、全球一体化之下的动态一般均衡模型，那么，上述所有课程的知识都是必需的。但是就本教材所涉及的内容来说，它仅仅包含应用数理经济学中最基本的部分。学习本教材的内容，必须具备微观经济学、高等数学的先修知识。有了本课程的基本知识，读者就可以理解许多有实际应用价值的数量经济模型，并且可以进一步学习或者自学更深入的课程。

三、数理经济学研究的基本内容

经济学主要研究如何利用有限的资源，合理安排生产，生产出来的产品在消费者中进行合理分配，以达到人类现在与未来的最大满足。所以，经济学的中心内容就是需求与供给的平衡，即

生产出来的产品 = 消费者需求

或

供给 = 需求

因此, 数理经济学研究的基本内容就是在经济全球化情况下, 建立包括产品市场、资本市场、劳动力市场、货币市场供求平衡的数量经济模型, 并给出计算方法来求解市场供求平衡价格、生产数量、经济增长速度、资本回报率、税率、汇率等重要经济变量. 一般地说, 理论数理经济学与应用数理经济学之间的关系密不可分. 但是, 理论数理经济学或者理论一般均衡注重探讨经济变量之间的数量规律, 并不一定关心具体的计算数值. 例如, 它可以探讨 1 万种产品甚至无穷多种产品供求平衡点的存在性与唯一性, 以及到达供求平衡点的稳定性等理论问题. 而应用数理经济学或应用一般均衡更加关心实际的应用, 它必须构造有实际数据支持的数量经济模型. 因此它不能够去构造包含 1 万种产品甚至无穷多种产品的数量经济模型. 在实际应用时, 一般只能构造包含几十种产品的数量经济模型, 并且有切实可行的计算方法, 求出具体的计算结果.

四、一般均衡的发展与各个阶段的代表人物

最简单的供求平衡模型应该是局部均衡模型, 它讨论一种产品的供求平衡. 即

$$S(p) = D(p)$$

其中, p 为产品的价格, 供给数量 $S(p)$ 以及需求数量 $D(p)$ 都是价格的函数.

局部均衡模型的代表人物之一是艾尔弗雷德·马歇尔. 马歇尔将高等数学中求偏导数的概念应用到经济学中, 产生了所谓的边际经济学. 由于在笛卡儿坐标系中, 供给函数 $S(p)$ 是向右上方倾斜的一条曲线, 而需求函数 $D(p)$ 是向右下方倾斜的一条曲线, 两者的交叉像一把剪刀, 因此又称之为“马歇尔剪刀”.

局部均衡讨论的是一种产品的供求平衡. 如果要讨论多种产品的供求平衡问题, 则称之为一般均衡. 瓦尔拉斯最早给出了构建一般均衡模型的方法. 瓦尔拉斯给出的建模思想至今仍然是构建一般均衡模型的基本依据. 考虑如下的 n 种产品的供求平衡方程:

$$D_1(p_1, \dots, p_n) = S_1(p_1, \dots, p_n)$$

.....

$$D_n(p_1, \dots, p_n) = S_n(p_1, \dots, p_n)$$

其中, 供给数量 $S_i(p_1, \dots, p_n)$ 以及需求数量 $D_i(p_1, \dots, p_n)$ 是产品或者要素价格 p_1, \dots, p_n 的函数.

莱昂·瓦尔拉斯(1834—1910, 法国)是边际革命的奠基者之一, 洛桑学派创始人. 有的读者可能要问, 一般人都会列写出以上 n 种产品的供求平衡方

程,为什么要称瓦尔拉斯为创始人?这是因为瓦尔拉斯给出的需求函数 $D_i(p_1, \dots, p_n)$ 和供给函数 $S_n(p_1, \dots, p_n)$ 并不是任意给定的一个数学表达式,而是分别由效用最大法则和利润最大法则推导而来。

瓦尔拉斯虽然给出 n 种产品的一般均衡模型,但是并没有给出求解非线性一般均衡模型的具体方法。经过许多经济学家几十年的努力,人们得到静态非线性一般均衡模型是否有解以及解是否唯一的存在性与唯一性定理。解决一般均衡解的存在性与唯一性的代表人物是阿罗和德布鲁。为此,他们获得诺贝尔经济学奖。

瓦尔拉斯一般均衡解模型只是静态模型,没有涉及经济增长问题。美籍华裔经济学家列昂惕夫最早给出多部门经济增长的动态平衡方程。列昂惕夫静态投入产出模型由下面的公式描述:

$$x(t) = Ax(t) + c(t)$$

列昂惕夫动态投入产出模型由下面的公式描述:

$$x(t) = Ax(t) + B[x(t+1) - x(t)] + c(t)$$

其中, $x(t)$ 为第 t 年度的总产出向量, A 为中间投入系数矩阵, B 为固定资本使用系数矩阵, $c(t)$ 为第 t 年度的消费需求向量。由于列昂惕夫给出了多部门线性一般均衡模型,也因此获得诺贝尔经济学奖。

瓦尔拉斯给出的 n 种产品多部门非线性静态一般均衡模型,列昂惕夫给出的多部门线性静态与动态一般均衡模型,已经基本解决了一个国家的多部门非线性动态一般均衡模型及其求解方法。但是,多国多部门非线性动态一般均衡模型还存在许多没有解决的基本问题。表 0.1 给出了应用一般均衡的历史发展与主要成果。

表 0.1 应用一般均衡的历史发展与主要成果

序号	部门数	国家数	线性与非线性	静态与动态	算 法	解决年代,代表人物之一,相应模型名称
1	1	1	非线性	静态	笛卡儿坐标系上图解	100 多年前,马歇尔,马歇尔剪刀
2	n	1	非线性	静态	没有解决	约 110 年前,瓦尔拉斯,瓦尔拉斯非线性静态一般均衡模型
3	n	1	非线性	静态	得到解存在性与唯一性定理,但求解方法没有解决	约 1950—1960 年,阿罗、德布鲁,非线性静态一般均衡模型解存在性与唯一性定理

续表

序号	部门数	国家数	线性与非线性	静态与动态	算 法	解决年代, 代表人物之一, 相应模型名称
4	n	1	非线性	静态	找到可行的求解方法	约 1960—2007 年, 斯卡夫等人, 可计算一般均衡 (CGE) 模型
5	n	1	线性	静态与动态	未解决模型通解表达式	约 1940—1950 年, 列昂惕夫, 列昂惕夫静态与动态投入产出模型
6	n	1	线性	静态与动态	解决模型特解与平衡增长轨道	约 1940—1950 年, 冯·诺依曼, 冯·诺依曼生产活动模型与平衡增长冯·诺依曼射线
7	n	1	线性	静态与动态	解决模型特解与最优增长轨道	约 1950—1960 年, 萨缪尔森等人, 给出线性多部门模型最优增长“快车道”定理
8	1	1	非线性	动态	解决	约 1960—1970 年, 索洛等人, 新古典增长模型
9	n	1	非线性	静态与动态	解决	见本教材介绍
10	n	n	非线性	静态与动态	未解决	永无止境的研究领域

五、经济学的永恒主题

众所周知, 爱情是文学的永恒主题. 那么, 什么是经济学的永恒主题? “需求、供给、平衡、增长”是经济学最核心的 8 个字. 经济和谐发展是更广泛意义下的经济增长. 所以, 我们可以认为“供给、需求、平衡、发展”是经济学的永恒主题. 图 0.1 给出了“需求、供给、平衡、增长”示意图.

从图 0.1 中可以看出, 现实的经济发展存在一条平衡增长轨道——“快车道”. 在这条轨道上, 需求、供给相协调, 或生产的产品正是人们所需要的. 但现实的经济发展平衡增长轨道不会是如此的. 好比下课以后, 同学们上食堂吃饭, 若沿着一条从教室通往食堂的单行道前进, 那么, 沿着马路中间走应该是最好的. 但是, 如果看不清这条道路, 就可能偏离这个最佳的轨道. 当

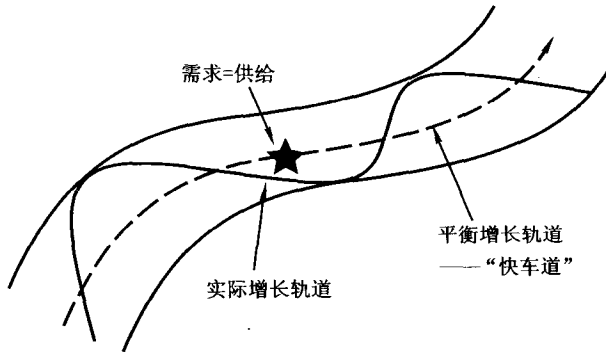


图 0.1 “需求、供给、平衡、增长”示意图

觉察到偏离了最佳的轨道时，就会调整方向。如果调整过了头，走到马路另一方的边上的时候，又能够凭着直觉感觉与最优轨道的偏差，这时候就再次调整方向。所以实际的轨道可能是一个摇摇摆摆又不断向前的一条道路。现实的经济系统正是如此。1958年，我国觉得钢铁是国民经济发展最重要的一种产品，提出了“以钢为纲、纲举目张”的经济口号，掀起了大跃进的浪潮。但是由于全民炼钢运动，使得粮食的生产减少，这时候好比是走到“马路的一边”。当觉察到对最优轨道偏差的时候，又提出了“调整、巩固、充实、提高”的八字方针，要增加粮食的生产。改革开放以来，我国现实的经济系统也是在不断摇摆的状态中前进。比如说，前几年需求小于供给，经济系统处在“过冷”的状态，经济系统好比是走到“马路的一边”。经济决策人员提出了“采用积极的财政政策”、“刺激内需”等措施。当经济系统摆脱了“过冷”状态的时候，经济系统又走到“马路的另一边”，产生了需求大于供给的“过热”状态，好比是经济系统走到“马路的另一边”。经济决策人员采取了“加息”等从紧的货币政策，调控经济系统的前进方向。

观察一下中国近几年的股票市场，上证指数从2000多点下降到1000点，又从1000点迅速上升到5000多点。这表明中国的股票市场在剧烈地摇摆的过程中往前行走。当然，如果走到“马路的边上”，还继续往“更靠边的”方向走去，那就可能“翻到沟里面去了”，或者说，“股票市场崩溃了”。再观察一下近几年的房地产市场，住宅的价格不断升高，超出了中国普通居民所能承受的范围。这表明中国的房地产市场正在往“马路的另一边”快速走去。

中国的股票市场以及房地产市场与经济学的一般均衡分析有什么联系呢？应该说具有不可分割的联系。当我们要进行股票市场以及房地产市场“基本面”分析的时候，最强有力的工具就是应该建立考虑各种因素的一般均衡模型，计算出股票以及房地产的合理价格。目前我国最缺乏这种基本而有力的分