

普通高等院校  
电子信息类系列教材

*Shuzi Dianlu Yu  
Luoji Sheji*

数字电路与  
逻辑设计

◎ 邹虹 主编  
◎ 贺利芳 张希 杨浩澜 李文举 编



人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

TN79/167

2008

普通高等院校电子信息类系列教材

# 数字电路与逻辑设计

邹虹 主编

贺利芳、张希、杨浩澜 李文举 编

人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数字电路与逻辑设计/邹虹主编; 贺利芳等编.  
—北京: 人民邮电出版社, 2008.3  
(普通高等院校电子信息类系列教材)

ISBN 978-7-115-17240-2

I. 数… II. ①邹… ②贺… III. 数字电路—逻辑设计—高等学校—教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 196756 号

## 内 容 提 要

“数字电路与逻辑设计”是高等学校理工科专业一门重要的专业基础课。全书共 9 章, 系统介绍了数字电路的基本理论、逻辑分析和设计的基本方法。主要内容有数字逻辑基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、集成触发器、时序逻辑电路、硬件描述语言 (VHDL)、半导体存储器和可编程逻辑器件、D/A 和 A/D 转换、脉冲电路等。

本书紧扣教学大纲, 内容系统全面, 章节编排合理, 概念清晰, 注重应用, 语言流畅, 可读性强。各章末附有适量习题, 书末有附录。

本书可作为高等学校理工科通信、电子信息、计算机、自动化等专业的教科书, 也可作为研究生入学考试的辅导教材和有关工程技术人员的参考书。

普通高等院校电子信息类系列教材

## 数字电路与逻辑设计

- 
- ◆ 主 编 邹 虹
  - 编 贺利芳 张 希 杨浩澜 李文举
  - 责任编辑 滑 玉
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
  - 邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
  - 网址 <http://www.ptpress.com.cn>
  - 北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
  - 新华书店总店北京发行所经销
  - ◆ 开本: 787×1092 1/16
  - 印张: 21.75
  - 字数: 532 千字 2008 年 3 月第 1 版
  - 印数: 1~3000 册 2008 年 3 月北京第 1 次印刷

---

ISBN 978-7-115-17240-2/TN

定价: 32.00 元

读者服务热线: (010) 67170985 印装质量热线: (010) 67129223

反盗版热线: (010) 67171154

## 前　　言

“数字电路与逻辑设计”是高等学校理工科专业一门重要的专业技术基础课。为适应数字电子技术的最新发展，根据教育部制订的高等学校电子技术基础课程教学基本要求，总结多年教学实践的经验，并参考国内外优秀教材，编写了本书。

数字技术是当前发展最快的学科之一，数字逻辑器件已从当年的中、小规模集成电路发展到今天的大规模、超大规模集成电路。数字逻辑电路的设计方法也在不断的演变和发展，并涵盖了更为广泛的内容，即硬件逻辑设计、软件逻辑设计和专用集成电路设计。考虑到“数字电路与逻辑设计”课程的专业基础性和工程应用性，在编写过程中，力图把内容的重点放在培养学生分析问题和解决问题的能力上；在讲述分析、设计的经典方法时，以小规模集成电路为主，而在讨论器件的逻辑功能和应用时，以中、大规模集成电路为主，并强化外部功能，淡化内部结构；在介绍近期迅速发展起来的硬件描述语言（VHDL）和新型数字逻辑器件（可编程逻辑器件）时，吸收新技术和新的研究成果，强调在数字设计中的应用和开发过程。

全书共 9 章。第 1 章是数字逻辑基础，介绍逻辑代数的基本概念、编码规则、公式和定理，几种常用逻辑函数的表示方法及其相互转换，逻辑函数的公式化简法和图形化简法。第 2 章是逻辑门电路，介绍晶体三极管反相器、TTL 逻辑门电路和 CMOS 逻辑门电路的逻辑功能和电气特性。第 3 章是组合逻辑电路，介绍组合逻辑电路的基本概念和分析设计方法，几种典型的中规模集成组合逻辑电路，组合逻辑电路中的竞争冒险现象。第 4 章是集成触发器，介绍基本触发器的组成和特点，结构触发器的工作原理和动作特点，几种典型集成触发器的工作特性和应用。第 5 章时序逻辑电路是数字电路中最重要的内容，介绍时序逻辑电路的结构模型、特点和分析设计方法，几种典型的中规模集成时序逻辑电路。第 6 章是硬件描述语言（VHDL），介绍应用硬件描述语言（VHDL）描述简单的数字电路，以便为学生学习可编程器件及掌握 EDA 技术打下良好的基础。第 7 章是半导体存储器和可编程逻辑器件，介绍通用型大规模数字集成电路 SAM、ROM、RAM 等各种类型的存储器的结构特点和用 PROM 实现组合逻辑函数的方法，介绍 PLA、PAL、GAL、FPGA 的基本结构特点和工作原理。第 8 章是 D/A 和 A/D 转换，介绍各类数模转换器和模数转换器的组成和工作原理。第 9 章是脉冲电路，介绍 555 定时器以及由 555 定时器构成的脉冲单元电路。

本书紧扣教学大纲，内容系统全面，章节编排合理，概念清晰，注重应用，语言流畅，可读性强。各章末附有适量习题，以便学生能抓住重点，消化吸收理论知识。

考虑到各层次学生的需要，本书的实际内容超过教学学时数，以便教师在讲授时根据专业需要、学时多少和学生实际水平来决定取舍。

本书由邹虹担任主编。参加本书编写的还有贺利芳、张希、杨浩澜和李文举老师。本书在编写过程中，得到有关专家和教师的指导和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免存在许多缺点和不妥之处，恳切希望读者给予批评和指正。

编　　者

2007 年 12 月

# 目 录

<b>第1章 数字逻辑基础</b> .....	1
1.1 引论 .....	1
1.1.1 数字电路的由来及发展 .....	1
1.1.2 模拟/数字信号 .....	1
1.1.3 数字电路的特点 .....	2
1.1.4 数字集成电路的分类 .....	2
1.2 数制和编码 .....	4
1.2.1 数制 .....	4
1.2.2 不同数制间的转换 .....	6
1.2.3 常用编码 .....	9
1.3 逻辑代数.....	13
1.3.1 三种基本逻辑关系 .....	13
1.3.2 复合逻辑关系 .....	15
1.3.3 逻辑代数的基本公式、三个规则和常用公式 .....	18
1.3.4 逻辑函数及其表示方法 .....	21
1.3.5 逻辑函数的化简方法 .....	28
习题 .....	36
<b>第2章 逻辑门电路</b> .....	40
2.1 晶体三极管反相器.....	40
2.1.1 晶体三极管反相器的工作原理 .....	40
2.1.2 晶体三极管反相器输出波形的改善 .....	42
2.1.3 晶体管反相器的负载能力 .....	44
2.2 TTL集成逻辑门 .....	45
2.2.1 TTL与非门的典型电路及工作原理 .....	46
2.2.2 TTL与非门的主要外特性及参数 .....	48
2.2.3 TTL集成门电路使用注意事项 .....	53
2.2.4 TTL与非门的改进电路 .....	55
2.2.5 其他类型的TTL门电路 .....	58
2.3 发射极耦合逻辑门(ECL) .....	60
2.3.1 电路的基本结构 .....	61
2.3.2 ECL门的工作特点 .....	62
2.4 MOS集成门 .....	62
2.4.1 MOS反相器 .....	63
2.4.2 NMOS门电路 .....	64
2.4.3 CMOS门电路 .....	66
2.4.4 CMOS集成电路使用注意事项 .....	70
习题 .....	72

<b>第3章 组合逻辑电路 .....</b>	75
3.1 用传统方法分析和设计组合逻辑电路.....	75
3.1.1 组合逻辑电路分析.....	76
3.1.2 组合逻辑电路设计.....	78
3.2 中规模组合逻辑电路.....	85
3.2.1 编码器.....	85
3.2.2 译码器.....	89
3.2.3 数据选择器和数据分配器.....	97
3.2.4 运算电路（加法器） .....	101
3.2.5 数值比较器 .....	104
3.2.6 奇偶校验器 .....	107
3.3 用中规模集成器件实现组合逻辑电路 .....	109
3.3.1 用数据选择器实现组合逻辑电路 .....	109
3.3.2 用译码器实现组合逻辑电路 .....	115
3.3.3 用全加器实现组合逻辑电路 .....	116
3.4 组合逻辑电路中的竞争冒险现象 .....	117
3.4.1 产生竞争冒险的原因 .....	117
3.4.2 消除竞争冒险的方法 .....	118
习题.....	119
<b>第4章 集成触发器.....</b>	123
4.1 基本RS触发器 .....	123
4.2 钟控触发器 .....	126
4.2.1 钟控RS触发器 .....	126
4.2.2 钟控D触发器 .....	127
4.2.3 钟控JK触发器 .....	128
4.2.4 钟控T和T'触发器 .....	129
4.2.5 锁存器 .....	130
4.3 主从JK触发器 .....	131
4.3.1 主从JK触发器的工作原理 .....	131
4.3.2 主从JK触发器的一次翻转 .....	132
4.4 边沿触发器 .....	133
4.4.1 下降沿JK触发器 .....	133
4.4.2 维持—阻塞D触发器 .....	136
4.4.3 CMOS触发器 .....	138
习题.....	140
<b>第5章 时序逻辑电路.....</b>	145
5.1 概述 .....	145
5.1.1 时序逻辑电路的结构模型及特点 .....	145
5.1.2 时序逻辑电路的类型 .....	146
5.2 时序逻辑电路的分析 .....	147

5.2.1 时序逻辑电路的分析步骤 .....	147
5.2.2 常用时序逻辑电路分析 .....	149
<b>5.3 中规模时序电路 .....</b>	<b>155</b>
5.3.1 集成移位寄存器 .....	155
5.3.2 集成计数器 .....	161
<b>5.4 时序逻辑电路的设计 .....</b>	<b>172</b>
5.4.1 采用中规模集成器件实现任意模值计数(分频)器 .....	172
5.4.2 采用小规模器件设计时序逻辑电路的一般过程 .....	178
5.4.3 采用小规模器件设计计数器 .....	184
5.4.4 采用小规模器件设计序列信号发生器 .....	190
习题.....	193
<b>第6章 硬件描述语言(VHDL) .....</b>	<b>198</b>
6.1 VHDL描述数字系统的基本方法 .....	198
6.1.1 VHDL描述电路的基本方法 .....	198
6.1.2 常量、变量和信号所描述的对象 .....	200
6.1.3 数据类型 .....	202
6.1.4 运算操作符 .....	206
6.1.5 属性(attribute)描述 .....	209
6.2 VHDL的基本设计单元 .....	212
6.2.1 VHDL的基本设计单元组成 .....	212
6.2.2 构造体的子结构描述 .....	216
6.2.3 库和程序包的引用及配置 .....	218
6.3 VHDL构造体的描述方式 .....	221
6.3.1 构造体的行为描述方式 .....	221
6.3.2 构造体的寄存器传输描述方式 .....	223
6.3.3 构造体的结构描述方式 .....	224
6.4 VHDL的主要描述语句 .....	225
6.4.1 顺序描述语句 .....	225
6.4.2 并行描述语句 .....	232
6.4.3 子程序 .....	237
6.5 基本逻辑电路设计举例 .....	242
6.5.1 常见组合逻辑电路的VHDL描述 .....	243
6.5.2 常见时序逻辑电路的VHDL描述 .....	247
6.5.3 状态机的设计实例 .....	253
习题.....	257
<b>第7章 半导体存储器和可编程逻辑器件 .....</b>	<b>258</b>
7.1 半导体存储器 .....	258
7.1.1 半导体存储器的类型、特点和技术指标 .....	258
7.1.2 顺序存储器(SAM) .....	259
7.1.3 只读存储器(ROM) .....	261

7.1.4 随机存储器 (RAM) .....	266
7.2 可编程逻辑器件 (PLD) .....	269
7.2.1 PLD 的基本结构 .....	271
7.2.2 可编程逻辑阵列 (PLA) .....	273
7.2.3 可编程阵列逻辑 (PAL) .....	275
7.2.4 通用阵列逻辑 (GAL) .....	280
7.2.5 现场可编程阵列 (FPGA) .....	285
习题.....	290
<b>第8章 D/A 和 A/D 转换 .....</b>	<b>292</b>
8.1 D/A 转换器 .....	292
8.1.1 R-2R T型电阻 D/A 转换器 .....	293
8.1.2 集成 D/A 转换器.....	296
8.1.3 D/A 转换器的主要参数 .....	299
8.2 A/D 转换器 .....	301
8.2.1 A/D 转换的基本原理 .....	301
8.2.2 常见 A/D 转换的类型.....	303
8.2.3 集成 A/D 转换器.....	305
8.2.4 A/D 转换器的主要参数 .....	307
习题.....	309
<b>第9章 脉冲电路.....</b>	<b>311</b>
9.1 概述 .....	311
9.1.1 脉冲电路概念 .....	311
9.1.2 脉冲信号 .....	311
9.1.3 555 定时器 .....	312
9.2 施密特触发器 .....	314
9.2.1 555 定时器构成的施密特触发器 .....	314
9.2.2 集成施密特触发器 .....	315
9.2.3 施密特触发器应用 .....	317
9.3 单稳态触发器 .....	318
9.3.1 555 定时器构成的单稳态触发器 .....	318
9.3.2 集成单稳态触发器 .....	319
9.3.3 单稳态触发器的应用 .....	321
9.4 多谐振荡器 .....	322
9.4.1 555 定时器构成的多谐振荡器 .....	323
9.4.2 石英晶体振荡器 .....	324
习题.....	326
<b>附录 A 常用基本逻辑单元国标符号与非国标符号对照表.....</b>	<b>328</b>
<b>附录 B 半导体集成电路型号命名法 .....</b>	<b>331</b>
<b>附录 C 常用中、小规模集成电路产品型号索引 .....</b>	<b>333</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>340</b>

# 第 1 章 数字逻辑基础

数字电子技术已经广泛地应用在众多的电子系统中，诸如，电子计算机、通信系统、自动控制系统、电子测量技术、影视音响系统等，数字化已成为当今电子技术的发展潮流。数字电路是数字电子技术的核心，逻辑代数是学习数字电子技术的数字逻辑基础。本章主要介绍逻辑代数的基本概念、编码规则、公式和定理，几种常用逻辑函数的表示方法及其相互转换，逻辑函数的公式化简法和图形化简法。

## 1.1 引论

### 1.1.1 数字电路的由来及发展

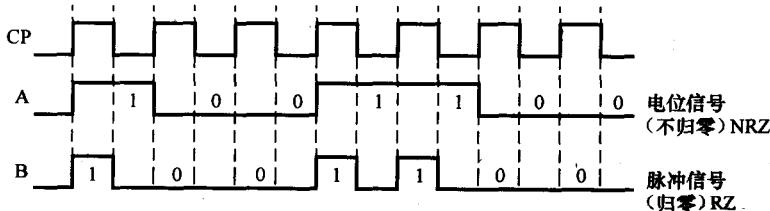
数字逻辑起源于 19 世纪，1847 年，逻辑代数的创始人——英国数理逻辑学家 Boole (布尔) 发表了一篇关于符号逻辑的论文。19 世纪 50 年代，他又运用代数方法研究逻辑学，成功地建立了第一个逻辑演算，引出数学当中的一个分支——布尔代数；20 世纪 30 年代，Shannon (山农) 发展了布尔的理论，形成了数字电路的分析、设计的一整套理论，这就是布尔代数。布尔代数是用数学符号描述逻辑处理的一种逻辑形式，也称逻辑代数。

从 20 世纪初的电子管，20 世纪 50 年代的晶体管，到 20 世纪 60 年代的集成电路 (IC) 以及 20 世纪 70 年代的微处理器，随着诸如这些电子器件的发展，电子整机设备的发展异常迅速。其发展趋势是，向系统集成、大规模、低功耗、高速度、可编程、可测试、多值化等方面发展。

### 1.1.2 模拟/数字信号

在自然界中，存在着两类物理量：一类称为模拟量 (Analog Quantity)，它具有时间和数值都连续变化的特点，例如温度、压力、交流电压等就是典型的模拟量；另一类称为数字量 (Digital Quantity)，数字信号无论在时间上还是在数值上都是离散变化的，它表示那些离散变化的物理量，例如，生产中自动记录零件个数的计数信号、台阶数、车间仓库里元器件的个数等。在数字电路中常常用电位的“高”和“低”、脉冲的“有”和“无”等完全对立的两种状态来表示。形式上表现为在极短的时间内发生极陡峭变化的电压或电流波形。

数字电路中数字信号的取值只有“0”和“1”，用0和1来描述两种完全对立的状态，绝对没有第三种取值。数字信号一个“0”或“1”的持续时间称为一拍，即1比特(bit)。数字信号有两种传输波形，一种称为电位型，另一种称为脉冲型。电位型数字信号是以一个节拍内信号是高电平还是低电平来表示“1”或“0”，也称为不归零型(Non-Return-Zero, NRZ)数字信号。而脉冲型数字信号是以一个节拍内有无脉冲来表示“1”或“0”，也称为归零型(Return-Zero, RZ)数字信号。如图1-1所示。



### 1.1.3 数字电路的特点

以数字量的形式处理信息的数字电路具有以下特点。

- 精度高：有两方面的含义，一是只要设备量允许，可以做到很高的精度，比如13位二进制的器件就可以有8192个间隔，使数字量和模拟量对应。二是在数字电路的基本单元电路中，对元件精度要求不高，允许有较大的误差，只要电路在工作时能可靠地区分0和1两种状态即可。
- 可靠性高：因为传递、记录、加工的信息只有0和1，不是连续变化，所以由数字电路组成的数字系统，抗干扰能力强，可靠性高，精确性和稳定性好，便于使用、维护和进行故障诊断。
- 容易处理信息：数字电路可以方便地对信息进行存储、算术运算、逻辑运算、逻辑推理和逻辑判断。
- 保密性：在进行数字量传递时可以进行加密处理，常用于军事、情报等方面。
- 快速：数字器件的速度很快。单个晶体管的开关时间可以小于10皮秒(1皮秒=1微微秒= $10^{-12}$ 秒)，由这些晶体管构成的一个完整、复杂的器件从检测输入到产生输出的时间，还不到2纳秒(1纳秒=1毫微= $10^{-9}$ 秒)，即每秒能产生5亿以上的结果。
- 经济性：数字电路结构简单，制造容易，便于集成和系列化生产，价格低，使用方便。

### 1.1.4 数字集成电路的分类

把由各种器件，包括二极管、三极管、电阻、导线等组成的各类电路制作到一个很小的半导体基片上所构成的电路，叫集成电路(Integrated Circuit, IC)。集成电路主要有体积小，重量轻，可靠性高等特点。

按规模的大小，集成电路可分为以下几种。

- (1) 小规模集成电路(Small Scale Integration, SSI)：指一个芯片上具有少于12个逻辑门的数字集成电路。

(2) 中规模集成电路 (Medium Scale Integration, MSI): 指一个芯片上逻辑门数目介于 12~99 之间的数字集成电路。

(3) 大规模集成电路 (Large Scale Integration, LSI): 指一个芯片上逻辑门数目介于 99~2999 之间的数字集成电路。

(4) 超大规模集成电路 (Very Large Scale Integration, VLSI): 指一个芯片上逻辑门数目介于 3000~99999 之间的数字集成电路。

(5) 特大规模集成电路 (Ultra Large Scale Integration, ULSI): 指一个芯片上逻辑门数目超过 100000 的所有数字集成电路。到 2006 年, 一个芯片上已可集成 2 亿个晶体管。

1965 年, 美国 Intel 公司 G. Moore 预言集成电路的发展遵循指数规律, 人们称之为“摩尔定律”, 其主要内容如下: ① 集成电路最小特征尺寸以每三年减小 70% 的速度下降, 集成度每一年翻一番。② 价格每两年下降一半。③ 这种规律在近 30 年内是正确的 (从 1965 年开始)。历史的发展证实了摩尔定律的正确性。表 1-1 列出了集成电路特征参数的进展情况。

表 1-1 集成电路特征参数的进展情况

发展阶段 主要特征	1990	1997	1999	2001	2003	2006
晶体管数/芯片	$10^6 \sim 10^7$	$11 \times 10^6$	$21 \times 10^6$	$40 \times 10^6$	$76 \times 10^6$	$200 \times 10^6$
线宽/ $\mu\text{m}$	1	0.25	0.18	0.15	0.13	0.1
时钟频率/MHz	75	750	1200	1400	1600	2000
芯片面积/ $\text{mm}^2$	50~100	300	385	430	520	620
金属布线层次		6	6~7	7	7	7~8
DRAM 容量		256M	1G	1G~4G	4G	16G
最低供电电压/V		1.8~2.5	1.2~1.8	1.2~1.5	1.2~1.5	0.9~1.2
最大晶圆直径/mm	150 6 (英寸)	200 8 (英寸)	300 12	300 12	300 12	300 12

按应用, 集成电路可分为以下几种。

(1) 通用型集成电路: 指已被定型的标准化、系列化的产品, 适用于不同的数字设备。

(2) 专用性集成电路 (Application-Specific IC, ASIC): 指为某种特殊用途专门设计, 具有特定的复杂而完整功能的功能块型产品, 只适用于专门的数字设备。ASIC 又可分为半定制和全定制两种。ASIC 一般是通过减少芯片的数量、物理尺寸和功率消耗来降低一个产品的元件总数和制造成本, 并且往往能够提供更高的性能。

(3) 可编程逻辑器件 (Programmable Logic Device, PLD): 指由用户编程以实现某种逻辑功能的新型逻辑器件, 诞生于 20 世纪 70 年代。PLD 具有通用型器件批量大、成本低和专用型器件构成系统体积小、电路可靠的特点。

按有源器件及工艺类型的不同, 集成电路可分为以下几种。

(1) 双极型晶体管集成电路: 由双极型晶体管组成, 如中、小规模数字集成电路 TTL、ECL 等。双极型晶体管集成电路工作速度高, 驱动能力强, 但功耗大, 集成度低。

(2) 单极型 MOS 集成电路: 有 NMOS 集成电路、PMOS 集成电路和 CMOS 集成电路

三种，其中 CMOS 集成电路集成度高，功耗小，并且随着工艺技术的进步，CMOS 集成电路不仅运行速度得到提高，噪声也变小，因而 CMOS 集成电路已经成为当前数字集成电路的主流技术。

(3) 双极与 MOS 混合集成电路——BiMOS 集成电路：集成电路中同时含有双极型晶体管和 MOS 场效应管。这是为了提高某种性能或满足某种需要，利用双极型器件和 MOS 器件各自的特点而采取的一种工艺技术。

## 1.2 数制和编码

### 1.2.1 数制

数制是计数进位制的简称，是指按进位的方法来进行计数。常用的数制有：十进制、二进制、八进制和十六进制。在数制中，有基数（radix）和位权值（weight）两个基本概念。基数是指表示计数进位制所用字符或数码的个数，写为数的下标，如  $(536.9)_{10}$ ,  $(1101.011)_2$ ,  $(13)_8$  等，位权值是指数制中每个数位对应的位值，如十进制的百位（第 3 位）的位权值为  $10^2 = 100$ 。

#### 1. 十进制

日常生活中最常用的是十进制（Decimal Number System）。十进制有 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 共 10 个基本数码，其基数为 10，遵循的计数规则是“逢十进一，借一当十”。第  $n$  位十进制整数的位权值是  $10^{n-1}$ ，第  $m$  位十进制小数的位权值是  $10^{-m}$ 。可以用位权值展开的方法描述一个十进制数，如

$$(536.9)_{10} = 5 \times 10^{3-1} + 3 \times 10^{2-1} + 6 \times 10^{1-1} + 9 \times 10^{-1}$$

其中， $(536.9)_{10}$  中的 5 是十进制数  $(536.9)_{10}$  最左边的数码，是该数中位权最大的数位，称为最高有效位或高阶位，用 MSD (Most Significant Decimal) 表示。 $(536.9)_{10}$  中的 9 是十进制数  $(536.9)_{10}$  最右边的数码，是该数中位权最小的数位，称为最低有效位或低阶位，用 LSD (Least Significant Decimal) 表示。

任意一个形如  $d_{n-1} d_{n-2} \dots d_1 d_0 . d_{-1} \dots d_{-m}$  的十进制数  $N_{10}$  都可按位权展开为

$$\begin{aligned} N_{10} &= d_{n-1} \times 10^{n-1} + d_{n-2} \times 10^{n-2} + \dots + d_1 \times 10^1 \\ &\quad + d_0 \times 10^0 + d_{-1} \times 10^{-1} + \dots + d_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \times 10^i \end{aligned}$$

#### 2. 二进制

最简单的数制是二进制（Binary Number System）。二进制只有 0, 1 两个基本数码，其基数为 2，遵循的计数规则是“逢二进一，借一当二”。第  $n$  位二进制整数的位权值是  $2^{n-1}$ ，第  $m$  位二进制小数的位权值是  $2^{-m}$ ，二进制各个数位的位权值如表 1-2 所示，其中 4 位二进制数的位权值分别是 8421。

表 1-2

二进制各位的位权值

二进制位数	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
权(十进制)	$2^{12}$	$2^{11}$	$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
二进制位数	$-1 \quad -2 \quad -3 \quad -4 \quad -5 \quad -6$												
权(十进制)	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$	$2^{-6}$							
二进制位数	$0.5 \quad 0.25 \quad 0.125 \quad 0.0625 \quad 0.03125 \quad 0.015625$												

同样，任意一个二进制数  $N_2$  都可按位权展开为

$$\begin{aligned} N_2 &= d_{n-1} \times 2^{n-1} + d_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + d_1 \times 2^1 \\ &\quad + d_0 \times 2^0 + d_{-1} \times 2^{-1} + \cdots + d_{-m} \times 2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \times 2^i \end{aligned}$$

数字系统常用二进制来表示数和进行运算，二进制具有如下的优点。

- (1) 数字系统常采用具有两个稳定开关状态的开关元件的状态来表示“0”和“1”这两个计数符号。例如，继电器的通与断，触发器的饱和与截止等。在电路技术和工程实现上都非常容易获得这些元件，而且它们可靠性很高，抗干扰能力很强。
- (2) 二进制运算非常简单，只需定义“加”和“乘”两种基本运算便能实现其他各种运算。
- (3) 数字系统具有存储信息的优点，而存储二进制信息所需要的设备量接近最低。
- (4) 有非常成熟的布尔代数作为分析和设计数字系统提供数学基础。

二进制的缺点是：书写长，难于辨认，难于记忆，不符合人类使用十进制数的习惯，人机对话时需要转换等。显然，二进制的缺点也是非常鲜明的，但这丝毫不影响其应用价值。了解它的缺点是为了更有效地应用它。

二进制数最左边的位即最高有效位或高阶位，用 MSB (Most Significant Bit) 表示，最右边的位即最低有效位或低阶位，用 LSB (Least Significant Bit) 表示。

### 3. 八进制和十六进制

八进制和十六进制是属于二进制系列的。同一个数值，用二进制数表示比用十进制数表示所需要的位数更多，因此，当用二进制数表示一个大数字时就很不方便。采用八进制 (Octal Number System) 和十六进制 (Hexadecimal Number System) 就能很好地克服这一问题，这两种数制，尤其是十六进制，可以压缩二进制数的书写长度，方便了数字系统中多位数的简写。

八进制有 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 共 8 个基本数码，其基数为 8，遵循的计数规则是“逢八进一，借一当八”。第  $n$  位八进制整数的位权值是  $8^{n-1}$ ，第  $m$  位八进制小数的位权值是  $8^{-m}$ 。任意一个八进制数  $N_8$  都可按位权展开为

$$N_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \times 8^i$$

十六进制的基数为 16，有 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F 共 16 个基本数码，其中 A, B, C, D, E, F 这 6 个符号依次表示数 10, 11, 12, 13, 14, 15。遵循的计数规则是“逢十六进一，借一当十六”。第  $n$  位十六进制整数的位权值是  $16^{n-1}$ ，第  $m$  位十六进制小数的位权值是  $16^{-m}$ 。任意一个十六进制数  $N_{16}$  都可按位权展开为

$$N_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \times 16^i$$

八进制和十六进制的基数均为 2 的幂，因而在表示多位二进制时很方便。一个八进制数可以写成 3 位二进制数，而一个十六进制数可以写成 4 位二进制数，表 1-3 列出了十进制数、二进制数、八进制数和十六进制数的对照关系。

表 1-3 十进制数、二进制数、八进制数和十六进制数

十进制	二进制	八进制	3位二进制串	十六进制	4位二进制串
0	0	0	000	0	0000
1	1	1	001	1	0001
2	10	2	010	2	0010
3	11	3	011	3	0011
4	100	4	100	4	0100
5	101	5	101	5	0101
6	110	6	110	6	0110
7	111	7	111	7	0111
8	1000	10	—	8	1000
9	1001	11	—	9	1001
10	1010	12	—	A	1010
11	1011	13	—	B	1011
12	1100	14	—	C	1100
13	1101	15	—	D	1101
14	1110	16	—	E	1110
15	1111	17	—	F	1111

用不同数制表示同一个数时，除了用基数作下标表示外，还可以用数制英文全称的第一个字母来表示，即用 D, B, O, H 分别表示十、二、八、十六进制。如  $(15)_{10} = 15D = (1111)_2 = 1111B = (17)_8 = 17O = (F)_{16} = FH$ 。

### 1.2.2 不同数制间的转换

人们熟知十进制，所以数字系统如计算机的原始输入数据和终了输出数据一般采用十进制数，但计算机中数据的存储和运算却都是按二进制来进行，这样就有讨论数制转换的必要了。本书仅讨论二进制、八进制、十进制和十六进制之间的相互转换。

#### 1. R 进制数转换成十进制数

R (二、八、十六) 进制数转换成十进制数，采用“按位权展开求和”的方法。就是将

二、八、十六进制数的各位位权值乘以系数后相加求和，即可得到与之等值的十进制数。

**【例 1-1】**  $(1110.011)_2 = (\quad ? \quad )_{10}$

$$\begin{aligned} \text{解 } (1110.011)_2 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= (14.375)_{10} \end{aligned}$$

**【例 1-2】**  $(144)_8 = (\quad ? \quad )_{10}$

$$\text{解 } (144)_8 = 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = (100)_{10}$$

**【例 1-3】**  $(1CF)_{16} = (\quad ? \quad )_{10}$

$$\text{解 } (1CF)_{16} = 1 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = (463)_{10}$$

## 2. 十进制数转换成 R 进制数

十进制数转换成 R (二、八、十六) 进制数，需要将被转换的十进制数分成整数和小数两部分，分别按一定方法进行转换，再将整数部分和小数部分用小数点合成为完整的 R (二、八、十六) 进制数。下面以十进制数转换成二进制数为例，介绍如下。

十进制整数转换成二进制整数，采用的方法是：

(1) 以被转换之十进制整数作为被除数，以二进制的基数 2 为除数作除法，得商和余数，所得之余数即为转换所得二进制整数的最低位 (LSB)；

(2) 将所得之商再作为被除数，作相同的除法，又得商和余数，该余数即为二进制整数的次低位；

(3) 继续作相同的除法，直到商 0 为止，得到余数，即为转换成的二进制整数的最高位 (MSB)。

归纳上述转换过程，常将这一转换方法称为“连除取余”法，也称“短除法”。

**【例 1-4】**  $(90)_{10} = (\quad ? \quad )_2$

解

2	90	余数
2	45	.....0 LSB
2	22	.....1
2	1	.....0
2	5	.....1
2	2	.....1
2	1	.....0
0		.....1 MSB

所以  $(90)_{10} = (1011010)_2$

值得注意的是，一些特殊的十进制数转换成对应二进制数的情况，如：

$$(32)_{10} = (2^5)_{10} = (100000)_2$$

$$(1024)_{10} = (2^{10})_{10} = (10000000000)_2$$

.....

十进制小数转换成二进制小数，采用的方法是：

- (1) 以被转换之十进制小数作为一个乘数, 以二进制的基数 2 为另一个乘数作乘法, 得积; 所得积之整数部分即为转换所得二进制小数的最高位 (MSB);
- (2) 将所得积之小数部分保留不变, 而整数部分改写为 0, 再作为一个乘数, 作相同的乘法, 又得积; 所得积之整数部分即为转换所得二进制小数的次高位;
- (3) 继续作相同的乘法, 直到积的小数部分等于 0 时为止, 此时得到的积的整数部分, 即为转换成的二进制小数的最低位 (LSB)。

归纳上述转换过程, 常将这一转换方法称为“连乘取整”法。

**【例 1-5】**  $(0.6875)_{10} = ( \quad ? \quad )_2$

解  $0.6875 \times 2 = 1.375 \dots\dots 1$  MSB  
 $0.375 \times 2 = 0.75 \dots\dots 0$   
 $0.75 \times 2 = 1.5 \dots\dots 1$   
 $0.5 \times 2 = 1.0 \dots\dots 1$  LSB

所以  $(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$

**【例 1-6】**  $(90.6875)_{10} = ( \quad ? \quad )_2$

解 分别将整数部分连除取余 (如例 1-4) 和小数部分连乘取整 (如例 1-5) 后, 再将所得结果合并即可。所以  $(90.6875)_{10} = (1011010.1011)_2$

十进制数转换成二进制数, 在整数部分转换时, 采用连除取余法, 无论整数部分的数值如何, 总可以使其最终的商为 0, 从而完全确定二进制数的各个数位, 即十进制整数总可以精确地转换成一个等值的二进制数。

而在小数部分转换时, 采用连乘取整法, 可能出现小数部分永不为 0 即循环小数的情况, 这必然存在转换误差。因此, 需要根据转换精度的要求来确定转换后的二进制小数的位数。若要求转换精确到  $10^{-k}$ , 假设转换后的二进制小数的位数是  $m$  位, 则  $m$  应满足不等式:  $2^{-m} \leqslant 10^{-k}$ , 即  $m \geq k/\lg 2 = 3.32k$ 。根据  $m \geq 3.32k$ , 可以很方便地计算出转换后的二进制小数的位数。如要求转换精确到  $10^{-4}$ , 则转换后, 需取二进制小数的位数是 14 位。

也可根据数制估算出转换位数。如要求转换后的精度达到 0.1%, 则二进制小数的位数 10 位, 八进制小数的位数是 4 位, 十六进制小数的位数是 3 位。

**【例 1-7】** 将  $(0.3)_{10}$  转换成二进制小数, 要求转换后的精度达到 0.1%。

解 由于要求转换后的精度达到 0.1%, 所以需要精确到二进制小数 10 位, 因为  $1/2^{10} = 1/1024$ 。

$$\begin{aligned} 0.3 \times 2 &= 0.6 \dots\dots 0 \\ \rightarrow 0.6 \times 2 &= 1.2 \dots\dots 1 \\ \boxed{0.2 \times 2} &= 0.4 \dots\dots 0 \\ 0.4 \times 2 &= 0.8 \dots\dots 0 \\ \boxed{0.8 \times 2} &= 1.6 \dots\dots 1 \end{aligned}$$

所以  $(0.3)_{10} = (0.0100110011)_2$

同理, 如果要十进制数转换成任意 R 进制数, 只需将上述转换方法中的基数 2 改成 R 进制数的基数 R 即可。而任意两个非十进制数制的数需要相互转换时, 都可以用十进制作过渡来完成。

### 3. 二进制数、八进制数和十六进制数的相互转换

八进制数和十六进制数的基数分别为  $8=2^3$ ,  $16=2^4$ , 所以 3 位二进制数恰好相当 1 位八进制数, 4 位二进制数相当 1 位十六进制数, 它们之间的相互转换是很方便的。

二进制数转换成八进制数的方法是: 以小数点为原点, 分别向左右以每 3 位分组, 当最高位和最低位不足 3 位时, 应添 0 补足 3 位, 然后写出每一组等值的八进制数。

二进制数转换成十六进制数的方法是: 以小数点为原点, 分别向左右以每 4 位分组, 当最高位和最低位不足 4 位时, 应添 0 补足 4 位, 然后写出每一组等值的十六进制数。

**【例 1-8】** 求  $(101110.101)_2$  等值的八进制数和十六进制数。

$$\begin{aligned} \text{解 } (101110.101)_2 &= (0010 \quad 1110.1010)_2 = (2E.A)_{16} \\ &= (101 \quad 110.101)_2 = (56.5)_8 \end{aligned}$$

八进制、十六进制数转换成二进制数的方法是: 以小数点为原点, 向左、向右分别按位将八(十六)进制数的整数部分和小数部分用 3(4)位等值的二进制数替换, 保留书写顺序和小数点位置不变, 即得等值的二进制数。

**【例 1-9】** 求  $(17.34)_8$  等值的二进制数。

$$\text{解 } (17.34)_8 = (1111.0111)_2$$

由于二、八、十六进制数之间的转换比较简单, 在十进制数与八、十六进制数之间相互转换时, 常常可借助二进制数作为中介过渡来实现其转换。

**【例 1-10】** 求  $(BE.29D)_{16}$  等值的二进制数和八进制数。

$$\text{解 } (BE.29D)_{16} = (10111110.001010011101)_2 = (276.1235)_8$$

### 1.2.3 常用编码

二进制数不仅可以表示数值大小, 更重要的是, 它可以代表一定的信息, 代表了信息的 0 和 1 称为二进制码元, 将若干个二进制码元顺序排列在一起, 称为二元码序列, 建立二元码序列和信息之间的一一对应关系的过程称为编码。经过编码后代表一个确定信息的二元码序列称为代码。

#### 1. 代码

自然二进制代码是按照二进制代码各位权值大小, 以自然向下加一、逢二进一的方式来表示数值的大小所生成的代码。显然,  $n$  位自然二进制代码共有  $2^n$  种状态取值组合, 表 1-4 列出了 4 位自然二进制代码, 由于代码中各位的位权值分别为  $2^3$ ,  $2^2$ ,  $2^1$ ,  $2^0$ , 即 8421, 所以也称为 8421 码。这种每位二进制码元都有确定的位权值的编码, 称为有权码。相应的, 没有确定的位权值的编码叫无权码。

#### 2. 可靠性编码

代码在产生和传输的过程中, 由于噪声、干扰的存在, 使得到达接收端的数据有可能出现错误。为减少错误的发生, 或者在发生错误时能迅速地发现或纠正, 广泛采用了可靠性编码技术。能够检测信息传输错误的代码称为检错码 (Error Detection Code), 能够纠正信息