

於崇文 编著
YU CHONGWEN

矿床在混沌边缘分形生长

FRACTAL GROWTH OF MINERAL DEPOSITS AT THE EDGE OF CHAOS (下卷)



四川攀枝花钒钛磁铁矿矿床
含矿镁铁质-超镁铁质岩体
的嵌套韵律层构造

地质过程与矿产资源国家重点
实验室(北京,武汉)基础研究成果

矿床在混沌边缘分形生长

於崇文 编著

下卷

本书出版得到

地质过程与矿产资源国家重点实验室(北京,武汉)
中国地质大学(北京,武汉)“教育部‘211工程’”

支持与资助

目 录

| | |
|---|-----|
| 第 15 章 矿床的地质构造 | 1 |
| 第 1 节 碎裂作用的分形理论与构造活动的混沌行为 | 1 |
| 一、碎裂作用的分形理论 | 1 |
| 二、构造活动的混沌行为 | 12 |
| 第 2 节 断裂构造的分形性 | 20 |
| 一、地震和断层中的分形碎裂作用 | 20 |
| 二、脆性断裂的分形网络和塑性剪切带 | 24 |
| 第 3 节 岩石圈结构化的自组织临界性 | 31 |
| 一、大陆地壳的自组织临界态 | 31 |
| 二、岩石圈中的应力情态 | 33 |
| 三、岩石圈结构化的自组织临界性 | 43 |
| 第 4 节 热致与流体驱动断裂构造动力学 | 56 |
| 一、流体驱动断裂的形成机制 | 57 |
| 二、岩石孔隙流体的差异热膨胀与岩石断裂作用 | 66 |
| 三、岩浆侵入体周围断裂系统的分布及其对成矿的控制作用 | 71 |
| 四、岩浆结晶作用过程和侵入体-围岩系统的应力演化与断裂的发生和发展 | 81 |
| 五、实 例 | 95 |
| 参考文献 | 100 |
| 第 16 章 超大型矿床和矿集区的形成——分形生长动力学 | 107 |
| 第 1 节 自组织临界性产生的分形生长斑图类型 | 108 |
| 一、自组织临界性是分形生长之源 | 108 |
| 二、分形生长斑图的主要类型及其相互关系 | 110 |
| 第 2 节 Laplace 型分形生长动力学 | 111 |
| 一、“移动边界过程”和“不可逆随机动力学” | 111 |
| 二、扩散限定聚集 | 112 |
| 三、树枝状生长 | 117 |

| | |
|--|-----|
| 四、电介质击穿和断裂作用 | 120 |
| 第3节 渗流生长 | 132 |
| 一、渗流簇的传导性及其相关性质 | 134 |
| 二、渗流簇中输运过程的动力学机制 | 144 |
| 第4节 扩散和流体力学分形生长的弱混沌动力学 | 157 |
| 一、物质粒子随机扩散系统的分形生长 | 159 |
| 二、流体动力学系统的分形生长 | 159 |
| 第5节 分形生长的理论分析 | 165 |
| 一、物理学中的自相似性:新、老物理模型的对比分析 | 166 |
| 二、分形生长和自组织临界性的新理论 | 168 |
| 三、今后研究工作展望 | 170 |
| 参考文献 | 171 |
| 第17章 成矿区域与成矿时代 | 175 |
| 第1节 演化过程的分形动力学——串级、崩塌-间断平衡交替的时-空分形动力学 | 175 |
| 一、演化过程的共性和规律 | 175 |
| 二、系统演化的极值动力学 | 177 |
| 三、系统通过自组织而趋于临界态——自组织临界过程 | 177 |
| 四、自组织临界性是崩塌动力学的分形动力学吸引子 | 178 |
| 第2节 地质事件历史演化的分形动力学 | 188 |
| 一、Darwin的进化论与Lyell的均变说 | 188 |
| 二、系统演化的极值动力学 | 189 |
| 三、系统通过自组织而趋于临界态——自组织临界过程 | 190 |
| 四、演化过程自组织临界性的分形动力学吸引子——串级、崩塌-间断平衡的分形谱系结构 | 191 |
| 五、阈动力学 | 197 |
| 六、结论 | 198 |
| 第3节 成矿区域与成矿时代 | 199 |
| 一、成矿区域(或成矿省)——岩石圈结构化的自组织临界性 | 199 |
| 二、成矿时代与成矿的多期次性——串级、崩塌-间断平衡交替的时-空分形动力学 | 203 |
| 参考文献 | 210 |
| 第18章 区域与深部地球动力学 | 212 |
| 第1节 行星内部组成与结构建模 | 212 |
| 一、流体静力学平衡 | 213 |
| 二、组成关系 | 214 |
| 三、状态方程 | 220 |
| 四、重力场 | 221 |
| 五、内热:热源与损失 | 226 |
| 第2节 地震层析术与地球内部 | 231 |

| | |
|-------------------------|-----|
| 一、地震学 | 231 |
| 二、地球内部构造 | 235 |
| 第3节 地球深部的动力学结构 | 241 |
| 一、不均一性 | 242 |
| 二、各向异性 | 248 |
| 三、总结与展望 | 259 |
| 第4节 板块构造概述 | 260 |
| 一、引言 | 260 |
| 二、历史 | 261 |
| 三、地球内部结构 | 262 |
| 四、近年来所提出的理论和所发现的现象 | 265 |
| 五、当前的理解——我们知道什么? | 271 |
| 六、主要结论 | 271 |
| 第5节 地幔中的热对流和岩浆房中的双扩散对流 | 272 |
| 一、地幔中的热对流 | 272 |
| 二、混沌地幔对流 | 283 |
| 三、硬湍性地幔对流 | 288 |
| 四、岩浆房中的双扩散对流 | 299 |
| 第6节 岩浆孤子与岩浆的起源、运移及侵位或喷发 | 314 |
| 一、岩浆孤子及其呈孤波传播的向上孔隙流动 | 314 |
| 二、岩浆的萃取与运移 | 331 |
| 第7节 化学地球动力学 | 337 |
| 一、引言 | 337 |
| 二、放射性与地质年代学 | 339 |
| 三、地球化学库 | 344 |
| 四、瞬时地壳分异的二库模型 | 347 |
| 五、稀有气体系统 | 354 |
| 六、OIB 同位素系统 | 355 |
| 参考文献 | 359 |

第四篇 成矿系统复杂性范式研究

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 第19章 四川攀枝花钒钛磁铁矿矿床(范式Ⅰ) | 373 |
| 概要 基性-超基性嵌套韵律层状杂岩体中的钒钛磁铁矿矿床 | 373 |
| 第1节 矿区地质-地球化学特征概述 | 374 |
| 第2节 成矿嵌套韵律层岩体的矿物学、岩石学、地球物理及高温高压实验研究 | 377 |
| 一、岩组学研究 | 378 |

| | |
|---|-----|
| 二、斜长石矿物成分研究 | 381 |
| 三、韵律层厚度和色率的分形计算与计算机模拟 | 382 |
| 四、层状侵入体的地震波速特征及其对地球物理资料的约束 | 385 |
| 五、辉长岩的流变学参数测定与辉长岩流动律(本构方程)的建立 | 385 |
| 六、辉长岩的部分熔融实验 | 386 |
| 第3节 强围限成岩、成矿系统演化进程的一般理论分析 | 387 |
| 第4节 双扩散对流与岩浆侵入体层状结构的形成 | 388 |
| 一、模型和方程 | 389 |
| 二、结果 | 390 |
| 三、总结 | 404 |
| 第5节 二维双扩散对流通通过串级倍周期分岔走向时间混沌 | 405 |
| 一、对问题的评述 | 407 |
| 二、振荡行为在 $\tau=0.316$ 和 $R_S=10^4$ 的相继转变 | 415 |
| 三、对于 $\tau=0.1$ 的振荡分支的演化 | 432 |
| 四、结论 | 434 |
| 第6节 攀枝花基性-超基性嵌套韵律层状杂岩体成岩、成矿的动力学机制 | 436 |
| 一、岩浆房演化的流体动力学分析概述 | 436 |
| 二、双扩散对流的数值模拟 | 438 |
| 三、对流与固结的相互作用动力学分析 | 444 |
| 第7节 攀枝花钒钛磁铁矿矿床中成矿元素富集机制的量子地球化学研究 | 449 |
| 附录 I: 攀枝花层状侵入体的组构与波速各向异性研究 | 449 |
| 附录 II: 辉长岩韵律层厚度的分形研究——以攀枝花层状侵入体为例 | 453 |
| 参考文献 | 458 |
| 第20章 湖南柿竹园钨-多金属矿床(范式 II) | 465 |
| 概要 超大型、矽卡岩-云英岩复合交代型矿床 | 465 |
| 第1节 矿区地质概述 | 466 |
| 第2节 柿竹园地区成矿微量元素的含量及其分布 | 469 |
| 一、各时代地层中元素的含量及其分布 | 469 |
| 二、酸性岩浆岩中元素的含量特征 | 473 |
| 三、柿竹园地区化学元素含量的空间分布特征 | 473 |
| 四、讨论 | 481 |
| 第3节 矿床的复杂动力学本质属性——活性地质分布介质中的“自孤子” | 482 |
| 一、岩浆孤子与岩浆的萃取、运移和侵位以及岩体的区域提纯 | 482 |
| 二、华南大陆地壳的生长与湘南岩浆活动 | 483 |
| 三、含水长英质岩浆房中的双扩散对流和超临界地质流体的析离 | 486 |
| 四、含矿热液孤子的生成及其呈热液孤波由地壳较深部位向上作长距离运移 | 486 |
| 第4节 弱围限成矿系统:超临界不稳定性分析 | 487 |
| 一、超临界过程 | 488 |

| | |
|---|-----|
| 二、广义相动力学和一般结构动力学 | 490 |
| 三、空间相的时间混沌动力学向时-空混沌动力学转变 | 491 |
| 第5节 矿床形成的物理化学机制 | 491 |
| 一、矿床地质特征 | 491 |
| 二、流体包裹体 | 492 |
| 三、成矿物质来源 | 495 |
| 四、成矿机制分析 | 497 |
| 五、结 论 | 501 |
| 第6节 成矿物质的多样化和复杂性及其超常规规模集成 | 501 |
| 一、超临界流体中 WO_3 溶解度的实验测定 | 503 |
| 二、超临界流体中 MoO_3 溶解度的实验测定 | 503 |
| 三、超临界流体中 SiO_2 溶解度的实验研究 | 504 |
| 第7节 矿田的成矿分带 | 505 |
| 一、柿竹园矿田的成矿分带 | 505 |
| 二、热液成矿分带形成的动力学机制 | 507 |
| 三、热液成矿分带的本质 | 508 |
| 第8节 矿床的地质-地球化学场 | 508 |
| 一、幂律和分形性 | 508 |
| 二、柿竹园地区地球化学场的时-空分形结构 | 508 |
| 三、地球化学场量的幂律时-空分布和地球化学场时-空分形结构的意义 | 511 |
| 第9节 成矿系统时间演化的长期性和成矿过程的多期多阶段性 | 512 |
| 一、成矿系统的演化遵循极值动力学,系统通过自组织而趋于临界态,演化是一种自组织临界过程 | 513 |
| 二、自组织临界过程的实质是崩塌动力学的分形动力学吸引子,成矿全过程具有串级阵发(崩塌)-间断平衡的随机游动分形谱系结构 | 513 |
| 三、实现自组织临界性的基本条件——相互作用为主导、阈的存在和慢驱动 | 514 |
| 第10节 矿物环带构造 | 517 |
| 一、晶粒内自组织 | 519 |
| 二、扩散和生长耦合过程动力学导致振荡的建模 | 520 |
| 三、表面活化的络合物 | 528 |
| 四、可解模型 | 529 |
| 五、外部环境对振荡分带的影响 | 533 |
| 六、晶粒内振荡分带实例分析 | 536 |
| 第11节 矿床形成的动力学机制——成矿的发生 | 544 |
| 一、矿床的形成是成矿元素局部活化与运矿及控矿元素长程抑制取得动力学平衡的结果 | 544 |
| 二、成矿物质的局部活化导致成矿作用的发生是成矿之源 | 545 |
| 三、B-Z CNN 的局部活性域和混沌边缘 | 547 |
| 四、B-Z CNN 时-空有序结构模拟 | 550 |

| | |
|---|-----|
| 第 12 节 全章总结 | 550 |
| 附录 I: 柿竹园矿田流体包裹体地球化学特征 | 551 |
| 附录 II: NaCl-H ₂ O 体系中 WO ₃ 溶解度超临界现象的实验探讨 | 561 |
| 附录 III: 柿竹园 W、Sn、Mo、Bi 多金属矿床块状砂卡岩石榴子石、 绿帘石中 Sn 等成矿元素的分布特征——关于该矿床分形时-空 结构的微观证据 | 566 |
| 参考文献 | 602 |
| 第 21 章 江西德兴铜厂斑岩铜矿床(范式 III) | 607 |
| 概 要 细脉浸染、斑岩型矿床 | 607 |
| 第 1 节 江西德兴铜厂斑岩铜矿床的地质-地球化学特征 | 608 |
| 一、矿床地质特征 | 608 |
| 二、原生金属矿化分带和成矿、控矿及运矿元素的空间分布 | 612 |
| 三、长江中下游地区元素地球化学演化的分形性 | 622 |
| 四、矿床的外围结构与区域结构 | 625 |
| 五、矿床内浸染矿化边界、热液蚀变分带和构造裂隙的分形性 | 626 |
| 六、矿质的富集方式: 矿质两种方式的源、流、汇 | 632 |
| 七、热液成矿和蚀变作用机制 | 632 |
| 第 2 节 成矿系统的演化进程 | 637 |
| 第 3 节 时-空混沌结构 | 638 |
| 第 4 节 江西德兴铜厂斑岩铜矿床的时-空定位 | 639 |
| 一、成矿过程动力学原型的耦合单峰映象格子建模 | 639 |
| 二、耦合单峰格子时-空斑图的定量表征 | 640 |
| 三、耦合单峰格子时-空斑图及其动力学相 | 642 |
| 四、江西德兴铜厂斑岩铜矿床时-空定位的界定 | 652 |
| 参考文献 | 657 |
| 第 22 章 赣南余都黄沙和大余漂塘石英脉型钨矿床(范式 IV) | 658 |
| 概 要 “五层楼”式形态垂直分带脉状矿床——多重水力断裂的分形扩张 | 658 |
| 第 1 节 赣南脉钨矿床的控矿多重断裂 | 659 |
| 一、华南脉钨矿床的“五层楼”式形态垂直分带模式 | 659 |
| 二、水力断裂构造 | 660 |
| 三、黄沙和漂塘脉钨矿床的多重水力断裂构造 | 662 |
| 第 2 节 多重水力断裂分形扩张的动力学机制 | 671 |
| 一、横梁模型及其对于水力断裂的模拟 | 672 |
| 二、水力断裂的动力学机制 | 673 |
| 第 3 节 多重水力断裂的发生和发展是一种分形扩张过程 | 675 |
| 一、水力断裂过程具有串级阵发-间歇的谱系结构 | 677 |
| 二、阵发期的幂律分布 | 678 |
| 三、间歇期的幂律分布 | 679 |

| | |
|--|-----|
| 四、水力断裂的时间演化规律——水力断裂的时间关联性····· | 680 |
| 五、多重水力断裂是一种自组织临界过程····· | 681 |
| 六、多重水力断裂的发生和发展是一种分形扩张过程····· | 681 |
| 七、“五层楼”式形态垂直分带结构形成的动力学机制····· | 682 |
| 第4节 黄沙和漂塘脉钨矿床的成矿地球化学分带····· | 682 |
| 一、地球化学异常特征与地球化学异常分带····· | 682 |
| 二、热液成矿分带的动力学与复杂性研究····· | 686 |
| 第5节 赣南脉钨矿床矿质的源、流、汇····· | 693 |
| 一、矿源层部分熔融的“区域提纯”····· | 693 |
| 二、岩浆期后成矿热液的输运-反应····· | 695 |
| 三、高温高压条件下,含钨地层、岩石受碱性溶液淋滤交代而使钨活化转移····· | 695 |
| 第6节 主要结论····· | 695 |
| 一、控矿构造断裂系统····· | 695 |
| 二、成矿地球化学分带····· | 696 |
| 三、赣南钨矿集区的形成····· | 697 |
| 附录 I:AE 法古今地应力最大主应力值测试报告····· | 698 |
| 附录 II:断裂力学中的分形与分形标度····· | 708 |
| 参考文献····· | 722 |

矿床的地质构造

第 1 节 碎裂作用的分形理论与构造活动的混沌行为

一、碎裂作用的分形理论(fractal theory of fragmentation)

(一)断裂的发生和生长

固体在外力作用下的断裂可以发生在不同的长度标度下. 不同长度标度下固体的断裂必须用不同的理论和方法进行研究. 在中间或中观(intermediate or mesoscopic)标度下, 固体的弹性、塑性和粘弹性行为均可用运动的连续性方程进行研究, 从而引起统计物理学界的浓厚兴趣. 本节的讨论限于弹性介质与脆性断裂. 对于脆性断裂的研究, 介质的无序(disorder), 特别是所谓“淬火无序”(quenched disorder)对于断裂的发生和生长(onset and growth of fracture)起着重要的作用, 而临界现象, 特别是自组织临界性概念则可引出碎裂作用的普适定律——标度律. 断裂的发生和生长可以用两种理论模型(连续介质模型和离散格子模型)进行研究.

1. 连续介质模型——移动边界问题

断裂的发生和生长依赖于局域应力场. 因此建立弹性介质的运动方程[均匀介质的 Lamé 或 Navier 方程及非均匀介质(如多孔介质)的 Cosserat 方程]是必要的基础.

在弹性介质运动方程的连续介质模型中, 可将岩石的孔隙变为裂隙, 然后又由裂隙生长为断裂的现象作为移动边界问题(moving boundary problem)进行研究. 断裂生长的动力学可以用断裂表面在垂直该表面的方向上移动的速度来描述. 这一速度依赖于固体物质的微观破裂机制, 然而对此至今尚无一般的数学表达式. 此外, 移动边界问题的数学处理十分困难. 因为当外部边界条件确定之后, 内部边界条件仍将改变, 从而使方程解改变, 也改变了边界的移动速率. 换言之, 某一个给定的方程解只在无限短的时间区间内成立, 因而必须对方程进行迭代求解, 使边界移动无限多次, 才能求得断裂发生和发展的准确状况.

2. 离散格子模型

为了便于数学处理断裂的发生和生长问题,最好将连续性方程离散化,其办法是将介质约简为嵌入在一个网格中的点的集合.这时只需处理每一个点与其最邻近少数点之间力和动量的平衡.从而使平衡位移场的宏观性质的计算简化为数值求解一组耦合的线性方程.格子模型的极大优点是它很自然地引入无序,而无序对于断裂的发生和生长具有很重要的作用.除了简化计算和模拟,在临界条件下离散格子模型还可以通过元胞自动机的“多米诺”机制将微观的显微裂隙扩大为宏观的裂隙.

在格子模型上,断裂的发生和电学保险丝网络的短路或“电介质击穿”极为类似,但前者必须用矢量的位移场代替后者的标量电位,用“横梁模型”(beam model)代替“电介质击穿模型”(dielectric breakdown model, DBM),同时还必须用 Lamé 方程和 Cosserat 方程代替 Laplace 方程.横梁模型是对 Cosserat 方程的直接离散化.应用反映介质本性的弹性运动方程(Lamé 方程和 Cosserat 方程)研究断裂问题至少必须考虑五种不同类型的外部边界条件,即剪切、单轴拉伸、单轴压缩、辐射扩张和均匀扩张.

固体破裂的微观物理学之微妙性反映在破裂规则(breaking rule)上,而这种规则必须在仔细探索特定微观机制对于系统宏观行为所产生效果的基础上人为地施加于格子模型.必须强调指出,无序对于破裂过程的作用和影响极为重要.真实的固体物质表现出各种不同的无序,小至由于晶格位置的空缺所导致的晶体结构的微小畸变,大至大规模的物质不均一性.同时,无序也可能发生运动,例如晶格位错可能发生迁移,显微裂隙可以发生而又愈合,裂隙间质可以扩散等等.根据无序的运动和断裂过程的相对速度可将无序分为“淬火无序”和“退火无序”(annealed disorder).对于“淬火无序”,无序固定不变,并不运动;但对于“退火无序”,由于无序随时间而运动,因此必须考虑无序涨落和断裂之间的相互关系.在中观的标度上,可将无序的描述归结为介质局域密度、弹性模量或强度对空间的依赖关系.这是一种按照某种概率分布的随机关系,比如多孔介质中空间的密度涨落服从均匀分布、幂律分布或 Weibull 分布.对于淬火无序,介质由于随机变量从一开始就是固定的,因此破裂过程是完全确定性的.反之,对于退火无序,介质则因随机变量在断裂的整个演化过程中可以取不同的值,因而破裂过程具有概率性.

3. 无序介质中断裂生长的标度律

在不含无序的均匀介质中发生快速破裂时,断裂确定性生长(deterministic growth),然而当介质的弹性具矢量性质时,则裂隙尖端的强烈局部变形将使断裂按分形生长(fractal growth).

研究指出在无序介质,尤其是在“淬火无序”介质中,断裂的发生和生长将服从“标度律”(scaling law),即断裂按分形规律生长,具有分形结构.同时,固体恰在破裂之前出现“多重分形性”(multifractality),即固体中应变的局域分布发生极大变化.由此可见,断裂发生和生长是一种自组织临界现象.这在“水力断裂”(hydraulic fracture)中有出色的表现.当流体压力持续增大至系统达临界状态后,固体突然依阵发方式发生分形断裂.相对静止和阵发的崩塌式交替往复是自组织临界性的动力学特征.

(二) 碎裂作用的分形理论和重正化群模型

1. 概述

碎裂作用(fragmentation)见于各种物质,并且发生在各种不同大小的标度上.近年来的研究发现,地球物质常沿介质中先已存在的不同标度的薄弱带或薄弱面发生破裂(Matsushita, 1985; Turcotte 1986);并且介质中的破裂具有一种分级结构(hierarchical structure),即宏观标度上的断裂是较小标度上断裂累积的结果.长期研究的结果发现,碎块大小的累积频率分布可以用幂律分布来近似(Pietri-Tonelli 等, 1994; Mandelbrot, 1963, 1982; Bader, 1970; Johnson 和 Kotz, 1970). 碎块大小的幂律分布表明碎裂作用具有标度律,它是一种标度不变的灾变过程(catastrophic process),具有固体在“完好无损”(sound)和“断折”(broken)状态之间发生相转变的临界现象之特征.以岩石为例,如在岩石上缓慢而持续地施加应力,则当经历适当时间后,应力将累积而达到临界值.这时岩石突然破裂,其临界参数可以用重正化群模型加以确定.我们可以将这种“碎裂作用的标度律”(scaling law of fragmentation)称之为“碎裂作用的分形理论”(fractal theory of fragmentation).在本书第六章中业已指出,自然界中的分形是自组织临界过程的结果.因此断裂的发生应具有“崩塌动力学”(dynamics of avalanches)的特征.

实验观察发现,岩石的最终破裂是岩石中初始的显微裂缝(microcracks)的聚合经由微裂隙(microfissures)的群集等一系列分级过程所导致的结果.由此可以建立“岩石碎裂作用的重正化群模型”(renormalization group(RNG)model of rock fragmentation).在地球物理学中,Madden(1983)曾用 RNG 方法预测岩石中电导率和破裂的发生;Allégre 等(1982)曾用以研究断层的聚合;Turcotte(1986)曾用以研究岩石的灾变性碎裂. RNG 方法是以“分级”(hierarchy)和“标度不变性”概念为基础的,而这两者恰恰是分形理论的基本思想.用 RNG 模型研究大系统在相转变点上的临界行为,首先要将大系统划分为逐级的子系统,然后将较小的子系统作为较大子系统的一个单元处理,并将这种分级过程一再重复.

2. 碎裂作用结构化的分形实验研究

近二、三十年来,许多学者根据不同目的,采取不同途径和方法已经对碎裂作用进行过多方面的研究.最近 Suteanu 等(2000)又发表了关于碎裂作用结构化的分形实验研究(fractal approach of structuring by fragmentation)的结果.他们采用分形实验的途径和方法通过碎裂作用的结构化研究碎裂过程,并揭示其检验的标志.

他们进行两种类型的实验:(A)快速碎裂——将冲击施加于一个较大的面积(将扁平的样品撞击一个平面),使之破碎;(B)缓慢碎裂——通过缓慢地产生裂隙的方法[悬浮膜的干燥——干裂(desiccation cracking)].他们的研究涉及三个方面:①碎块大小的分布,②碎块的大小-位置关系,和③断裂剖面和断裂斑图中的长程关联.

他们的研究结果与前人实验结果是:①前人主要研究碎块大小的分布,所得到结论主要是:碎块大小的分布服从幂律分布:

$$N(m) \propto m^{-\alpha}. \quad (15-1)$$

其中 $N(m)$ 表示质量大于 m 的碎块数.②他们的研究涉及三个方面,并获得四方面的结论,其中除碎块大小的分布服从幂律分布和前人相同外,其余三方面是新发现,以下将他们的研究结果作择要介绍:

(1) 碎块大小分布.

实验 A(快速碎裂)

碎块大小分布的累计双对数图(lg-lg plot)中显示出两个标度区间(图 15-1). 每一个区间都以方程(15-1)所表述的幂律分布为特征. 用 D_1 和 D_2 分别代表与每一个区间相对应的方程(15-1)中的指数 ω . 表 15-1 综合表示所获得的实验结果.

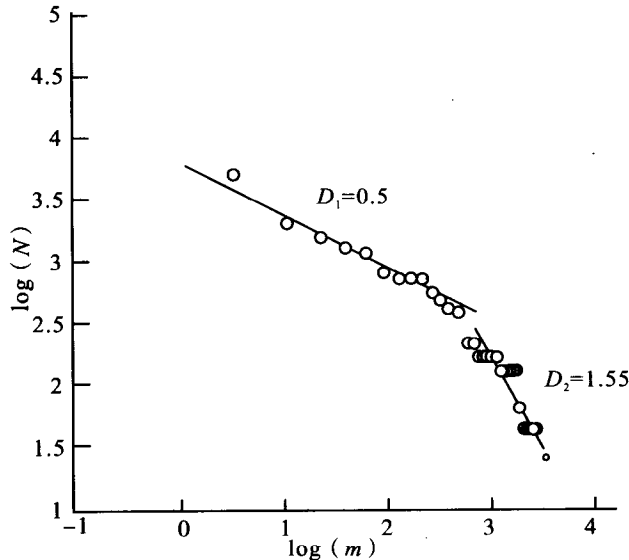


图 15-1 实验 A 所获得的碎块质量分布——累计双对数图解 (据 Suteanu 等,2000)

m = 碎块质量, N = 累计碎块数, D_1 和 D_2 由对两种情态作线性内插而得

Fig. 15-1 Fragments mass distribution obtained in experiment A-cumulative lg-lg representation (After Suteanu et al., 2000)

表 15-1 碎块大小分布实验 A 的结果

Table 15-1 Results of experiment A for fragments size distribution (After Suteanu et al., 2000)

| 参 数 样品号 | m/g | D_1 | D_2 | $R(\%)$ |
|------------|-------|-------|-------|---------|
| 1 | 532 | 0.5 | 1.55 | 95 |
| 2 | 680 | 0.45 | 1.52 | 98 |
| 3 | 982 | 0.42 | 1.55 | 94 |
| 4 | 548 | 0.38 | 1.6 | 97 |
| 5 | 572 | 0.4 | 1.56 | 96 |
| 6 | 1230 | 0.3 | 1.45 | 90 |
| 7 | 1085 | 0.5 | 1.30 | 92 |

注: m 为碎块质量(g); D_1 、 D_2 为两种情态的碎块大小分布的指数; R 为质量恢复速率(%). (据 Suteanu 等,2000)

第二个新发现的重要结果是：碎块大小分布的线性、非累计图解揭示出碎块在某些大小区间上形成簇群(clustering),如图 15-2 所示.这种簇群见于所研究的所有案例中.

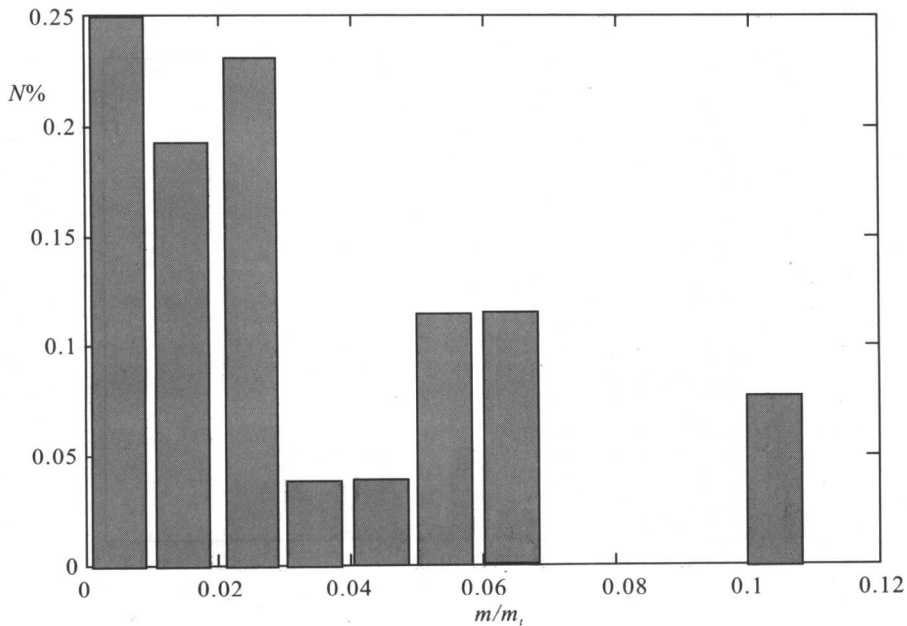


图 15-2 实验 A 所获得的碎块大小分布——线性、非累计图解 (据 Suteanu 等, 2000)

这种表达方式揭示了大小分布的多峰特征.

m = 碎块质量, m_i = 初始物体的总质量, N = 碎块总数的百分比.

Fig. 15-2 Fragments size distribution obtained in experiment A—linear, noncumulative representation (After Suteanu et al., 2000)

表 15-2 碎块大小分布实验 B 的结果(据 Suteanu 等, 2000)

Table 15-2 Results of experiment B for fragments size distribution (After Suteanu et al., 2000)

| 样品号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| q | 1.91 | 2.00 | 1.95 | 1.65 | 1.81 | 1.84 | 1.78 | 1.75 | 1.82 | 1.88 |

q 为碎块大小分布的指数.

总之,实验 A 所获得的碎块大小分布结果是:

① 累计分布验证了分布总体的分形特征——幂律分布.

② 线性、非累计分布通过增大分辨率揭示了在某些大小区间上出现多峰(multimodal)并形成簇群的特征,显示了幂律分布的多级自相似结构(hierarchy of self-similar structures),如图 15-3(a)、(b)所示.

实验 B(缓慢碎裂)

碎块大小分布的累计双对数图解也显示出幂律分布(图 15-4):

$$N(A) \propto A^{-q}$$

其中 N 是大小大于 A 的碎块数,指数 q 的值列于表 15-2 内.

碎块大小分布的线性、非累计图解也显示出多峰的特征. 图 15-5 表示在三个不同区间上出现多峰并形成簇群.

(2) 碎块大小-位置的关系.

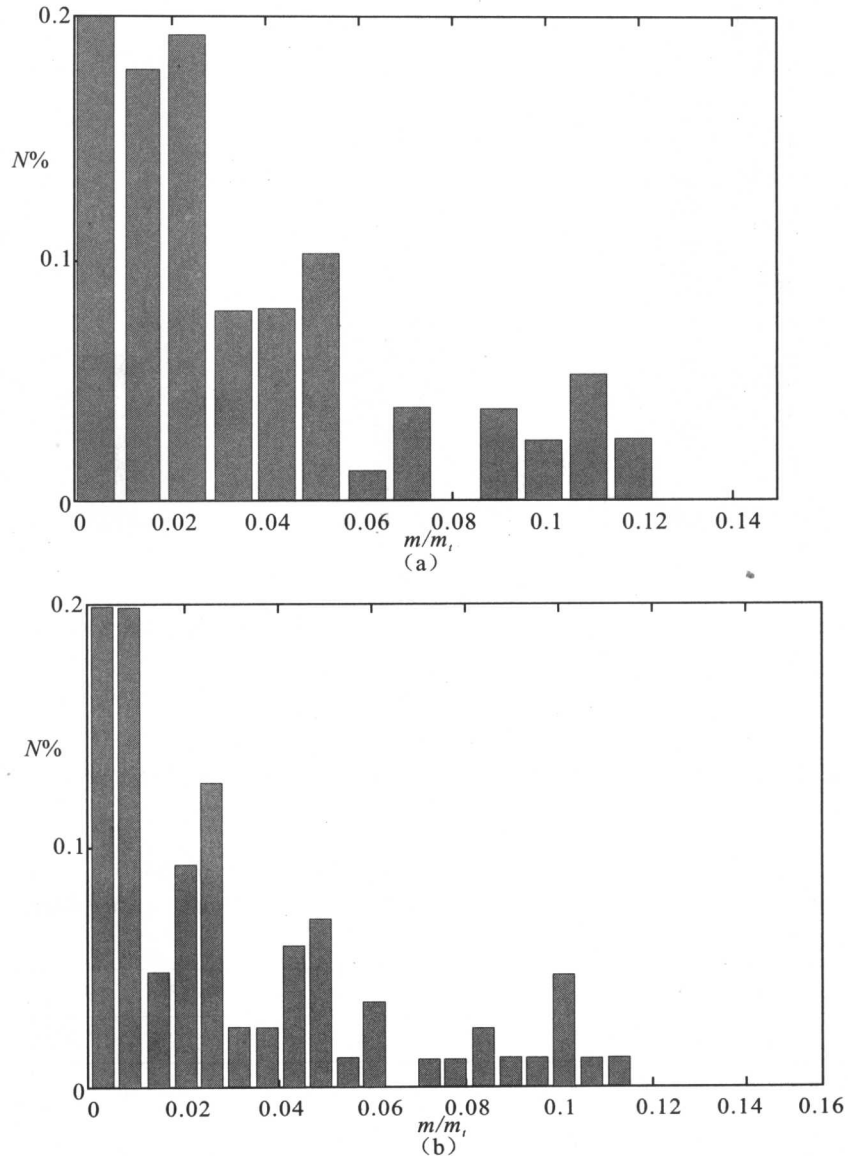


图 15-3 对于同一个碎块集合用实验 A 所获得的碎块大小分布 (据 Suteanu 等, 2000)

通过增大分辨率而出现的极大值(峰值)显示出分布趋于分级的自相似结构.

m = 碎块质量, m_i = 初始物体的总质量, N = 碎块总数的百分比.

Fig. 15-3 Fragments size distributions corresponding to one and the same fragments set obtained in experiment A. The way maxima emerge with growing resolution suggests a tendency towards the hierarchy of self-similar structure in distribution (After Suteanu et al., 2000)

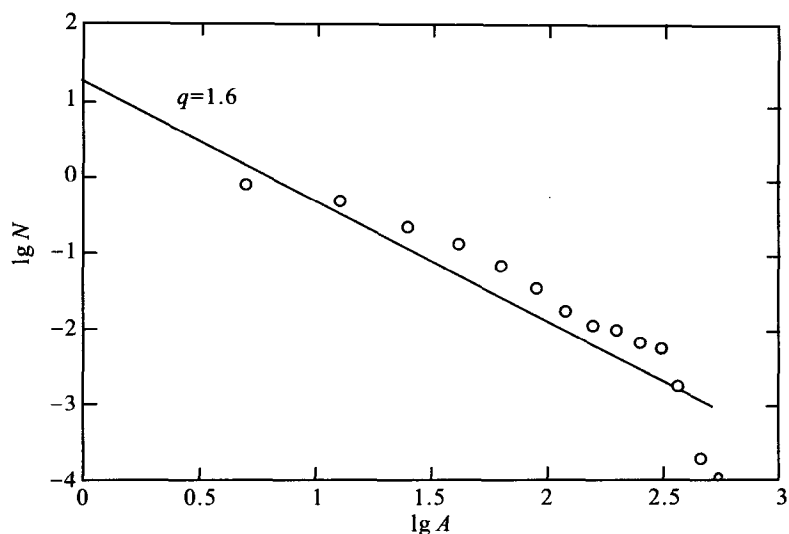


图 15-4 实验 B 所获得的碎块大小(面积)分布——累计的双对数图解 (据 Suteanu 等,2000)

A = 碎块面积, N = 碎块总数的百分比, q 由线性内插确定.

Fig. 15-4 Fragments size(area) distribution obtained by experiment B—cumulative, lg-lg representation (After Suteanu et al., 2000)

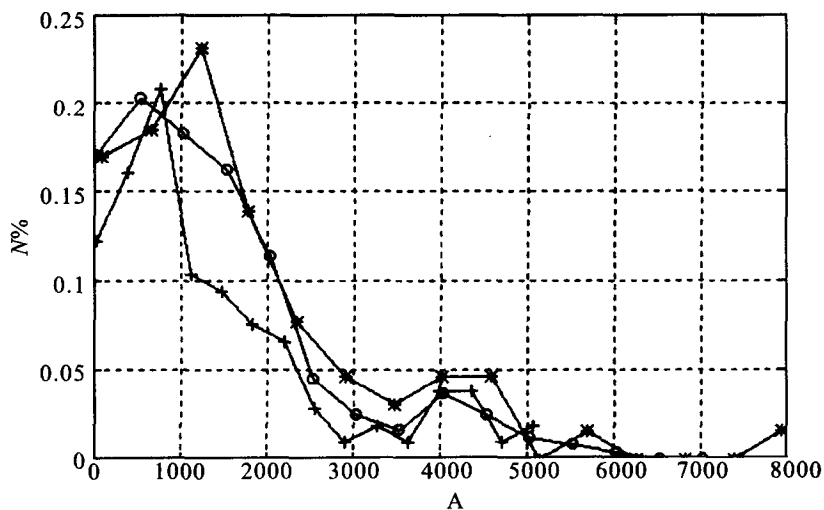


图 15-5 同一个实验 B 中所获得的碎块大小分布——线性、非累计图解 (据 Suteanu 等,2000)

三条分布曲线虽然形状不同,但显示出在同样三个区间上出现峰值(多峰)并形成簇群.

A = 碎块面积(单位: 0.01 mm^2), N = 碎块总数的百分比.

Fig. 15-5 Fragments size distribution obtained by the same experiment B—linear, non-cumulative representation showing multimodes and clustering on the same three distinct zones (After Suteanu et al., 2000)

研究碎块大小及其相互空间位置之间的关系有利于揭示碎裂作用的结构化。

实验 A

Suteanu 等用三维物体重建的方法来研究碎块大小-位置的关联。他们计算了相邻碎块的质量之间的比率 p 。如果用 $R(p)$ 表示 p 数的分布,则大于 p 的分布 $R(p)$ (即 p 的总数的分布值)显示,两个相邻碎块大小悬殊(即 p 为大值)的概率随着 p (累计值)的增大而迅速下降。在实验 A 中,这种 $R(p)$ 的减小服从如下的指数律:

$$R(p) \propto e^{-\alpha p}.$$

其中 $\alpha \in [1, 2]$ (图 15-6, $\alpha = 1.6$)。

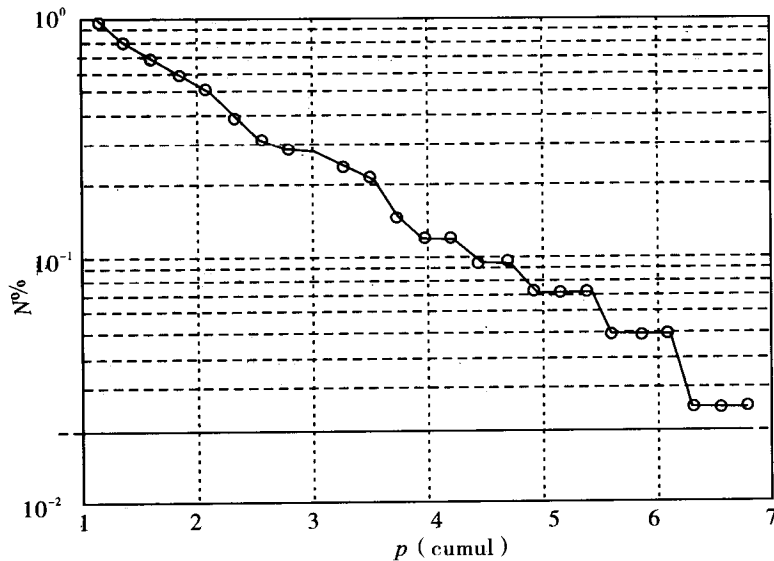


图 15-6 实验 A 所得相邻碎块的质量之间之比 p 的分布 (据 Suteanu 等, 2000)

图中可见 p 为大值的概率(即其占总数的百分比)随 p (累计值)的增大而呈指数下降。 N = 比率总数的百分比。

Fig. 15-6 Distribution of the total number of ratios p between masses of adjacent fragments obtained by experiment A. An exponent decrease of the probability that p is large with the increase of p (cumulative p value) is visible (After Suteanu et al., 2000)

实验 B

在干裂的情况下,相邻碎块大小悬殊的概率随着 p (累计值)的增大而迅速下降的趋势(即相邻碎块大小可比的趋势)仍然存在,但其 $R(p)$ 服从幂律:

$$R(p) \propto p^{-\eta}.$$

其中 $\eta \in [1, 2]$ (图 15-7, $\eta = 2$)。

虽然实验 A 和实验 B 中函数 $R(p)$ 下降的形式(前者呈指数下降,后者呈幂律下降)不同,然而二者具有一个重要的共同点:小值 p 比大值 p 更为常见,显示出一种相邻碎块具有可比大小的趋势。

(3) 断裂断面和断裂斑图。