

中等专业学校试用教材

财经类专业通用

数 学

第 一 册

财经类中专数学教材编写组编

高等教育出版社

中等专业学校试用教材

财经类专业通用

数 学

第 一 册

财经类中专数学教材编写组

高等教育出版社

本书是根据国家教委 1987 年审定的财经类专业通用《中等专业学校数学教学大纲》编写的。全书共分四册。第一册内容包括集合、函数和三角。

本书由全国中专数学课程组组织审阅，并定为招收初中毕业生的中等专业学校财经类各专业的试用教材。

中等专业学校试用教材

财经类专业通用

数 学

第 一 册

财经类中专数学教材编写组

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

崇明红卫印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 7.125 字数 148,000

1987 年 4 月第 1 版 1988 年 9 月第 3 次印刷

印数 131,201—149,200

ISBN7-04-001725-3/O·589

定价 1.25 元

序 言

本教材是根据 1987 年国家教育委员会审定的财经类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲(试行草案)》编写的。

本教材共分四册:

第一册 集合、函数、三角;

第二册 *立体几何、解析几何、排列组合与二项式定理,数列;

第三册 微积分;

第四册 行列式与矩阵、*投入产出简介、*线性规划、概率初步、*数理统计。

本教材可供招收初中毕业生财经类各专业试用,第三、四册也可供招收高中毕业生财经类各专业选用,带*的内容可供选学。

本教材是由国家教育委员会组织的财经类中专数学教材编写组编写的。编写组由南京铁路运输学校沈清任主编,上海银行学校姚叠叁、北京供销学校贝虹任协编。其中第一、二两册初稿由贝虹编写,第三册初稿由姚叠叁编写,第四册初稿由沈清编写。

本教材由全国中专数学课程组组织审阅,参加第一册审稿会的有任必、秦柏前、邵玉书、胡伯权、张又昌、李继士、侯昭群。

本教材根据国家教委的要求对某些名词加注了英文,并

在书后附有英汉词汇对照表,供参考。

由于编者的水平所限,加以编写时间仓促,错误及不当之处在所难免,恳切期望广大读者批评指正,以便今后进一步修订改进。

财经类中专数学教材编写组

目 录

第一章 集合	1
§ 1-1 集合的概念	1
§ 1-2 并集与交集	11
§ 1-3 差集与补集	17
§ 1-4 一元一次不等式组	23
第二章 函数	32
§ 2-1 函数及其图象	32
§ 2-2 二次函数	50
§ 2-3 幂函数	65
§ 2-4 指数函数	71
§ 2-5 对数函数	77
§ 2-6 函数在经济工作中的应用举例	88
第三章 任意角的三角函数	97
§ 3-1 角的概念的推广 弧度制	97
§ 3-2 任意角三角函数的概念	106
§ 3-3 同角三角函数间的关系	116
§ 3-4 三角函数在单位圆上的表示法	123
第四章 三角函数的简化公式和三角函数的图象	135
§ 4-1 三角函数的简化公式	135
§ 4-2 三角函数的图象和性质	150

第五章 加法定理及其推论	165
§ 5-1 正弦、余弦和正切的加法定理	165
§ 5-2 二倍角的正弦、余弦和正切	172
§ 5-3 半角的正弦、余弦和正切	177
§ 5-4 三角函数的和差化积	182
第六章 反三角函数简介	189
附录 习题答案	203
英汉词汇对照表	218

第一章 集 合

集合(set)是现代数学(mathematics)中最基本的概念之一,它不仅自身已经成为一门学科,而且集合的概念已被广泛地渗透到数学的各个领域。因此学习关于集合的初步理论,对于进一步学习数学,有着重要的意义。本章将介绍关于集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法和简单的运算。

§ 1-1 集合的概念

一 集合的意义

在许多经济工作中,常常会遇到如下的数学问题:

某百货商店进了两批货,第一批有毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子和肥皂,共计5个品种;第二批有毛巾、皮鞋、座钟和收音机,共计4个品种。要计算两批货共进了多少个品种?

显然这个问题不能简单地用 $5+4=9$ (种)进行计算。因为分别考察两批进货的五个品种和四个品种,发现把它们合并在一起时,皮鞋、毛巾这两个品种是两批共有的,所以实际进货品种只有七种。

在这个问题中,我们所处理的对象是由毛巾、皮鞋之类所组成的集体,处理的方法采用了“合并”与“共有”的运算方法。

下面再考察几组对象:

- (1) 所有不大于5的自然数;
- (2) 与一个角的两边距离相等的所有的点;

- (3) 所有的直角三角形;
- (4) 所有的二次三项式;
- (5) 某地区所有的食品商店.

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些式子和一些事物组成, 每个组里的对象都具有某种特定的性质.

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**, 简称**集**. 把组成集合的各个对象叫做这个集合的**元素**.

例如, 上面考察的第(1)组就是由所有不大于5的自然数组成的集合, 1、2、3、4、5都是它的元素; 第(3)组是由所有的直角三角形组成的集合, 任何一个直角三角形都是它的元素; 第(5)组是由某地区所有的食品商店组成的集合, 这个地区内任何一个食品商店都是这个集合的元素.

前面所说百货商店两批进货的品种, 也可以分别组成两个集合. 第一批货是由毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子、肥皂五个品种组成的集合; 第二批货是由毛巾、皮鞋、座钟、收音机四个品种组成的集合.

下面再举几个集合的例子:

(6) 所有正偶数组成一个集合. 正偶数2, 4, 6, ...都是这个集合的元素.

(7) 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的所有实数根组成一个集合. 因为这个方程只有两个实数根1和-1, 所以这个集合只有两个元素1和-1.

(8) 不等式 $3x - 2 > 0$ 的所有解组成一个集合. 凡是满足 $x > \frac{2}{3}$ 的实数都是这个集合的元素.

(9) 平面直角坐标系内所有的点组成一个集合。以一对有序实数 (x, y) 为坐标的任何一个点都是这个集合的元素。

习惯上,我们用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示元素。如果 a 是集合 A 的元素,就记作“ $a \in A$ ”,读作“ a 属于 A ”;如果 a 不是集合 A 的元素,就记作“ $a \notin A$ ”(或 $a \bar{\in} A$),读作“ a 不属于 A ”。

例如,上面第(6)组中,设 E 为正偶数所组成的集合,则 $2 \in E, 100 \in E$, 而 $-2 \notin E, 0 \notin E$ 。又如,一条已知直线上所有的点组成的集合 L , 这时若点 P 在直线上,则 $P \in L$; 若点 Q 不在直线上,则 $Q \notin L$ 。

由数组成的集合叫做数集。常见的数集及其符号如下表所示

数 集	记 号
自然数集	N
整 数 集	Z
有理数集	Q
实 数 集	R

若数集中的元素都是正数,就在集合记号的右上角标以“+”号;若数集中的元素都是负数,就在集合记号的右上角标以“-”号。例如,正整数集记作 Z^+ , 负实数集记作 R^- 等等。

一个“给定集合”的含义是指这个集合中的元素是确定的,也就是说,根据集合元素所具有的特定性质,可以判断出哪些对象是集合的元素,哪些不是它的元素,不能模棱两可。例如,对于自然数集 N , 根据自然数的特定性质不难看出 $2 \in$

N , 而 $\sqrt{2} \notin N$, $\frac{1}{2} \notin N$, 等等.

对于一个给定的集合, 其中元素是互异的. 也就是说, 集合中任何两个元素都是不同的, 相同的对象归入任何一个集合时, 只能算作集合的一个元素.

若一个集合的所有元素为有限多个, 这个集合叫做有限集合; 若它的所有元素为无限多个, 就叫做无限集合. 在前面考察的 9 组对象所组成的集合中, 第(1), (5), (7)是有限集合, 第(2), (3), (4), (6), (8), (9)是无限集合.

只有一个元素的集合叫做单元素集, 例如, $\{a\}$, $\{5\}$ 和 $\{0\}$ 都是单元素集; 不含任何元素的集合叫做空集, 记作 $\{ \}$ 或 $\emptyset$. 例如, 方程 $x^2+4=0$ 的所有实数根组成的集合就是空集, 因为方程 $x^2+4=0$ 在实数范围内没有解, 说明方程的解集中没有任何元素, 是个空集.

至少有一个元素的集合叫做非空集.

必须注意, $\emptyset$ 与 $\{0\}$ 是完全不同意义的两个集合, $\emptyset$ 是空集, 它不含有任何元素; $\{0\}$ 是单元素集, 它含有一个元素 0.

另外, $\{a\}$ 与 a 也是完全不同意义的两个概念, $\{a\}$ 是个集合, 而 a 是构成这个集合的一个元素.

二 集合的表示法

集合一般有以下两种表示法: 列举法和描述法.

1. 列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来, 写在花括号 $\{ \}$ 内, 每个元素仅写一次, 不考虑顺序, 这种表示集合的方法叫

做列举法.

例如, 不大于5的自然数的集合可以表示为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 也可以表示为 $\{2, 3, 4, 5, 1\}$, 但不能表示为 $\{2, 3, 3, 1, 4, 2, 5\}$.

当集合元素很多, 不需要或不可能一一列出时, 也可只写出几个元素, 其它用省略号表示. 如小于100的自然数集可表示为 $\{1, 2, \dots, 99\}$, 正偶数集可表示为 $\{2, 4, \dots, 2n, \dots\}$.

例1 用列举法写出本章开始所述百货商店两批进货品种所组成的集合.

解 设第一、二批进货品种分别为集合 A_1, A_2 , 则

A_1 : {毛巾、皮鞋、尼龙袜、帽子、肥皂};

A_2 : {毛巾、皮鞋、座钟、收音机}.

2. 描述法

把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来, 写在花括号 $\{ \}$ 内, 这种表示集合的方法叫做描述法.

例如, 所有自然数组成的集合可以表示为

$\{\text{自然数}\}.$

或表示为 $\{x | x \in N\},$

其中竖线的左边表示这个集合的元素的一般形式, 竖线的右边表示集合的元素所具有的特定性质.

又如, 直角坐标平面内, 所有位于反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上的点 (x, y) 组成一个集合, 这个集合可表示为

$$\left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x}, x \neq 0 \right\}.$$

例2 用描述法表示以下集合:

(1) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 不等式 $x-5>3$ 的所有解组成的集合.

解 (1) 方程 $x^2-1=0$ 的实数根组成的集合可表示为

$$\{x|x^2-1=0, x \in R\};$$

其中, $x \in R$ 一般可省略不写.

(2) 不等式 $x-5>3$ 的解集可表示为

$$\{x|x-5>3\}.$$

例3 用描述法表示以下集合:

(1) 数轴上所有坐标不小于0, 不大于2的点所组成的集合.

(2) 直角坐标平面内, 直线 $y=3x+2$ 上所有点组成的集合.

(3) 直角坐标平面第一象限内的所有点组成的集合.

解 如图 1-1 所示,

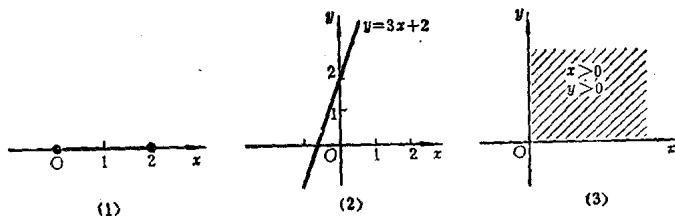


图 1-1

(1) 数轴上所有坐标不小于0, 不大于2的点组成的集合是:

$$\{x|0 \leq x \leq 2\};$$

(2) 直角坐标平面内, 直线 $y=3x+2$ 上所有点的集合是

$$\{(x, y) | y = 3x + 2\};$$

(3) 直角坐标平面第一象限内的所有点的集合是

$$\{(x, y) | x > 0, y > 0\}.$$

一般说来, 一个集合的表示法, 可以采用列举法, 也可以采用描述法. 上面例 3 中的三个集合, 由于其中所有的点不可能一一列举, 所以只能采用描述法表示.

三 集合与集合的关系

1. 集合的包含关系

我们来观察两个集合

$$A: \{2, 4, 6, 8, 10\},$$

$$B: \{2, 6, 8\},$$

发现集合 B 中任何一个元素都是集合 A 的元素. 对于集合之间的这种关系, 给出以下定义.

定义 设有两个集合 A 和 B , 若 B 的每一个元素都是 A 的元素, 则集合 B 叫做集合 A 的子集(subset), 记作

$$A \supseteq B \text{ 或 } B \subseteq A.$$

读作“ A 包含 B ”或“ B 包含于 A ”.

为了直观起见, 今后我们常用圆来表示一个集合, 用圆中的点来表示集合中的元素.

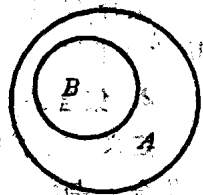


图 1-2 直观地描述了集合 A 与 B 的关系:

图 1-2

$$A \supseteq B \text{ 或 } B \subseteq A,$$

即 B 是 A 的子集.

根据子集的定义可知, 任何集合 B 都是它本身的子集,

即 $B \subseteq B$.

我们还规定, 空集 $\emptyset$ 是任何集合 B 的子集, 即

$$\emptyset \subseteq B.$$

定义 若集合 B 是集合 A 的子集, 且集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B , 则把集合 B 叫做集合 A 的**真子集**, 记作

$$A \supset B \text{ 或 } B \subset A.$$

例如, 自然数集 N 是 N 的子集, 但不是真子集; N 既是实数集 R 的子集, 也是 R 的真子集.

显然, 空集是任何非空集合的真子集.

例 4 设集合 M 为 $\{0, 1, 2\}$, 试写出 M 的所有子集, 并指出 M 的真子集.

解 集合 M 有 3 个元素, 现按元素个数从少到多依次写出 M 的子集如下:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\},$$

$$\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$$

集合 M 的子集共有 8 个, 其中除 $\{0, 1, 2\}$ 外, 其余都是 M 的真子集.

2. 集合的相等关系

定义 对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \supseteq B$, 同时 $B \supseteq A$, 则称集合 A 与集合 B 是**相等的**, 记作

$$A = B.$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同. 例如

$$\{1, 2, 3, 4\} = \{4, 2, 3, 1\}.$$

例 5 设集合 $A = \{x | 16 - x^2 = 0\}$, 集合 $B = \{4, -4\}$. 求

证: 集合 $A=B$.

证 解方程

$$16-x^2=0,$$

得方程的所有解是 $x_1=4$, $x_2=-4$, 因此 $A=\{4, -4\}$; 而 $B=\{4, -4\}$, 由于两个集合的元素完全相同, 所以集合

$$A=B.$$

习 题 1-1

1. 试写出下列集合的所有元素:

- (1) $\{\text{大于 } 3 \text{ 小于 } 11 \text{ 的偶数}\}$;
- (2) $\{x | x^4=16\}$;
- (3) $\{x | x \leq 28, x=4n, n \in \mathbb{Z}^+\}$;
- (4) $\{\text{一年中有 } 31 \text{ 天的月份}\}$.

2. 用适当的方法表示以下集合:

- (1) 所有偶数的集合;
- (2) 所有正奇数的集合;
- (3) 所有大于 0 小于 4 的实数的集合;
- (4) 所有周长为 20 cm 的三角形的集合.

3. 以下语句是否组成集合:

- (1) 某班学生的全体;
- (2) 漂亮衣服的全体;
- (3) 高个子的全体;
- (4) 某省现有中专学校的全体.

4. 试判定下列命题是否成立:

- (1) 空集 $\emptyset$ 就是 $\{0\}$;
- (2) $0 \in \emptyset$;
- (3) $3 \in \{x | x^2-9=0\}$;
- (4) $2 \in \left\{x \mid \frac{(x-2)^2}{x-2}=0\right\}$.

5. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) $1 \underline{\hspace{1cm}} N$, $0 \underline{\hspace{1cm}} N$, $-3 \underline{\hspace{1cm}} N$, $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} N$;

(2) $0.5 \underline{\hspace{1cm}} Z$, $0 \underline{\hspace{1cm}} Z$, $-3 \underline{\hspace{1cm}} Z$, $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} Z$;

(3) $0.5 \underline{\hspace{1cm}} Q$, $0 \underline{\hspace{1cm}} Q$, $-\pi \underline{\hspace{1cm}} Q$, $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} Q$;

(4) $0.5 \underline{\hspace{1cm}} R$, $0 \underline{\hspace{1cm}} R$, $-\pi \underline{\hspace{1cm}} R$, $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} R$;

(5) $0.5 \underline{\hspace{1cm}} R^-$, $0 \underline{\hspace{1cm}} R^+$, $-\pi \underline{\hspace{1cm}} R^-$, $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} R^+$.

6. 指出下列集合哪些是空集, 哪些是有限集合, 哪些是无限集合.

(1) $\{x|x+1=1\}$;

(2) $\{x|x^2=4, x \in R\}$;

(3) $\{x|-2x+3 < 6\}$;

(4) $\{(x, y)|x \in R, y \in R\}$;

(5) $\{(x, y)|0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$;

(6) $\{x|x^2+1=0, x \in R\}$;

(7) $\{x|x^2-3x+2=0\}$;

(8) $\{\text{小于 } 100 \text{ 的所有正整数的平方数}\}$.

7. 列举集合 $M: \{a, b, c, d\}$ 的所有子集并指出哪些是真子集.

8. 设集合 A 为 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, 写出 A 中符合以下条件的子集:

(1) 元素是 3 的倍数;

(2) 元素是偶数.

9. 试选择 " $\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\supseteq$, $=$ " 之一填空:

(1) $3 \underline{\hspace{1cm}} \{\text{全体偶数}\}$;

(2) $2 \underline{\hspace{1cm}} \{x|2x-4=0\}$;

(3) $\{x|\sqrt{x}=1\} \underline{\hspace{1cm}} \{x|x=1\}$;

(4) $a \underline{\hspace{1cm}} \{a, b\}$;

(5) $\{a\} \underline{\hspace{1cm}} \{a, b\}$;

(6) $\{0\} \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$;

(7) $a \underline{\hspace{1cm}} \{b, c, d\}$;

(8) $Q^+ \underline{\hspace{1cm}} R^+$;

(9) $R \underline{\hspace{1cm}} N$.

10. 试判定下列命题的正误: