

2006^年

全国中考数学考试 评价报告

少年智力开发报·数学专页

华夏素质教育研究所

2006年全国中考数学考试评价课题组



华东师范大学出版社

少年智力开发报·数学专页
华夏素质教育研究所
2006 年全国中考数学考试评价课题组

审 定 专 家：林 群 王继延 刘绍学 蔡上鹤 孔凡哲

课 题 组 长：张远增

课题组副组长：徐 勇 缴志清 冯国卫

课题组成员：张远增 王立美 徐 勇 缴志清 冯国卫

喻汉林 张安庆 景 敏 曾美露 黄邦杰

左 坤 任升录 孙孝武 葛建华 欧阳新龙

王志亮 王洁敏 张海营 周伟扬 韩军田

许世红 安道波 徐子华 刘运强 吴颖康

孟祥静 李会芳

序 言

在中国,考试几乎是天大的事,尤其是像中、高考这样的全国性质的升学考试。这种考试,在某种意义上讲,几乎可以决定一名学生、一个家庭,甚至一个学校的命运。关乎甚大!

在中国,进行考试命题也几乎是天大的事,尤其是像中、高考这样的命题。如果命题科学的话,不仅可以为高一级学校提供素质全面的优秀生源,而且有利于课程改革和素质教育的全面推行。如果命题不太科学,哪怕出现一丁点纰漏,就会引起考生、家庭、学校乃至社会的极大关注,个别学生、学校的命运几乎就会改变,命题科学与否关乎甚巨,不可不慎!

少年智力开发报·数学专页编辑部和华夏素质研究所则以提高我国考试科学研究水平为己任,组建全国范围内的数学中考评价课题组,斥资开展促进改进和完善我国数学中考的评价工作,在2005年已经进行了一次可贵探索。他们把文稿交给我审阅。我看完后,认为他们开了一个好头,为此,我写了个序言。以期得到关注并引起更广泛的探索。实践证明,他们的努力是有益的。

2006年,他们再次进行了探索和尝试。审读他们的2006文稿后,我认为:从结构上看比去年更趋科学,从分析上看比去年更加深入,从点评上看比去年更为实用。当然,他们的评价中还有着许多有待完善和有待探索的问题。算是一块引玉之砖吧!

课程改革和素质教育需要更多的有识有责之士和更多的有责任感的单位积极参与、认真研究、深入探索、不断尝试。这样,我国课程改革才能不断顺利推进,我们民族复兴之基才会更加稳固,我们社会才能更加和谐。

再为序。

中国科学院院士:



2007.1.26

目 录

第一篇 2006 年全国中考数学考试评价报告	1
一、评价的原则与标准	1
(一) 评价原则	1
(二) 评价标准	2
二、分项评价	2
(一) 效度评价	2
(二) 信度评价	9
(三) 区分度评价	18
(四) 自洽性评价	25
(五) 可推广性评价	34
(六) 教育性评价	54
三、有待进一步改进和完善的问题	58
(一) 有的试卷的内容覆盖策略与方法有待完善	58
(二) 部分试卷分数结构设计的合理性有待改进	60
(三) 有的试卷非数学意义的文字阅读设计失当	60
(四) 有的试卷的呈现形式有待优化	61
(五) 陈题现象依然存在, 加大了造成高分低能的可能性	61
(六) 单个试题设计有待进一步改进	62
四、基本结论与改进建议	66
(一) 基本结论	66
(二) 改进建议	67
第二篇 数学内容的考法分析	69
第一部分 数与代数	69
一、“数与式”的考法分析	69
(一) 内容特点分析	69
(二) 考法分析	70
二、“方程与不等式”的考法分析	74
(一) 内容特点分析	74
(二) 考法分析	74
三、“函数”的考法分析	80
(一) 内容特点分析	80

(二) 考法分析	80
第二部分 空间与图形	90
一、“相交线与平行线”的考法分析	90
(一) 内容特点分析	90
(二) 考法分析	90
二、“三角形”的考法分析	91
(一) 内容特点分析	91
(二) 考法分析	91
三、“四边形”的考法分析	94
(一) 内容特点分析	94
(二) 考法分析	94
四、“圆”的考法分析	96
(一) 内容特点分析	96
(二) 考法分析	96
五、“视图与投影”的考法分析	98
(一) 内容特点分析	98
(二) 考法分析	99
六、“轴对称、平移与旋转”的考法分析	101
(一) 内容特点分析	101
(二) 考法分析	102
七、“相似形”的考法分析	104
(一) 内容特点分析	104
(二) 考法分析	104
八、“锐角三角函数”的考法分析	105
(一) 内容特点分析	105
(二) 考法分析	105
九、“图形与坐标”的考法分析	106
(一) 内容特点分析	106
(二) 考法分析	107
十、“图形与证明”的考法分析	108
(一) 内容特点分析	108
(二) 考法分析	108
第三部分 统计与概率	111
一、“统计”的考法分析	111
(一) 内容特点分析	111
(二) 考法分析	111
二、“概率”的考法分析	116
(一) 内容特点分析	116

(二) 考法分析	116
第四部分 合情推理与数学活动过程	119
一、合情推理的考法分析	119
二、数学活动过程考法分析	122
三、数学知识与数学思想整合的考法分析	123
(一) “概括化”的整合	123
(二) “特殊化”的整合	126
第三篇 题型运用分析	128
第一部分 选择题型运用分析	128
一、题型概析	128
(一) 题型结构特征	128
(二) 题型的优势功能	128
(三) 题型的功能缺陷	128
二、运用分析	129
(一) 在考查几何图形中的运用	129
(二) 在考查数学思维中的运用	134
(三) 在考查变换中的运用	136
三、2006 年的中考选择题中个别值得反思的地方	137
(一) 选择题应该有利于实质性地解决学生难于表达解题的结果	137
(二) 选择题所表达的问题应该准确、科学	138
第二部分 填空题型运用分析	139
一、题型概析	139
(一) 题型结构特点	139
(二) 题型的优势功能	139
(三) 题型的功能缺陷	139
二、运用分析	139
(一) 呈现新意——给数学试题设置趣味的形式	139
(二) 灵活开放——使数学试题不拘一格	140
(三) 动手操作——以数学实践促能力的发展	142
(四) 运动变化——让题目的问题具有动态性	144
(五) 蕴含“玄机”——让题目的问题具有探究性	145
(六) 阅读理解——试题载体的选择凸显人文性	149
(七) 依托思想方法——深化对数学能力的考查	150
(八) 注重背景——实现题目设计的灵活性	151
三、2006 年几个值得反思的地方	156
(一) 如何处理好填空题的简洁性与思维深刻性之间的关系	156
(二) 如何确定填空题的合适计算量	157
(三) 关注差异, 满足不同追求	157

(四) 注重学科综合,从而使数学探索空间更为广泛	157
第三部分 解答题型运用分析	158
一、题型概析	158
(一) 题型结构特征	158
(二) 题型的优势功能	158
(三) 题型的功能缺陷	158
二、运用分析	159
(一) 程序性解答题	159
(二) 非程序性解答题	162
三、运用解答题型值得商榷的几个问题	191
(一) 题型功能重合与补充	191
(二) 题目的阅读量	192
(三) 题目的信度与效度	192
附件 1 2006 年全国中考数学考试评价指标体系量表	193
附件 2 2006 年全国中考数学考试特色试卷名单	201
附件 3 2006 年全国中考数学考试特色试卷点评报告	202
后记	258

第一篇

2006 年全国中考数学考试评价报告^①

少年智力开发报·数学专页

华夏素质教育研究所

2006 年全国中考数学考试评价课题组

随着新课程广泛而深入地推行,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称为《课程标准》)的考试评价理念,已经逐渐为人们所接受.在 2006 年,就全国范围而言,各地较好地解决了传统教学大纲背景下的初中毕业升学考试与初中毕业学业水平考试并举的问题,保持了全国中考^②改革平稳而深入地推进.本次评价涉及来自北京市、黑龙江省、辽宁省、吉林省、天津市、河北省、内蒙古自治区、山西省、上海市、安徽省、山东省、浙江省、江苏省、江西省、福建省、广东省、湖北省、湖南省、海南省、河南省、广西壮族自治区、重庆市、贵州省、云南省、四川省、陕西省、宁夏回族自治区、甘肃省、青海省、新疆维吾尔自治区等 30 个直辖市、省、自治区的 147 份试卷(其中,课程改革实验区的初中毕业学业水平考试试卷(含评分标准)93 份、非课程改革实验区的中考试卷(含评分标准)54 份)及部分地区的自我评价材料,其最终结论将为从整体上把握 2006 年全国中考实践及改进和完善 2007 年的中考提供参考.

一、评价的原则与标准

(一) 评价原则

本次中考试卷及评分标准评价遵循以下基本原则:

原则 1: 以中考试卷符合素质教育精神,体现数学新课程改革的要求作为基本原则;

原则 2: 以评价是为了改进作为本次评价的基本出发点和目标.通过评价为

① 本报告的主要执笔人为张远增、冯国卫、喻汉林、曾美露、左坤、黄邦杰、任升录、周伟扬、吴顺康.课题组成员徐勇、谢志清、孙孝武、欧阳新龙、葛建华、王洁敏、韩军田、王立美等参加了讨论;课题组成员张安庆、景敏、王志亮、孟祥静、张海营、许世红、安道波、徐子华、李会芳、刘运强等为报告的形成提供了大量的评价资料.

② 为了行文的方便本报告将初中毕业学业水平考试、初中毕业会考、初中毕业文化考试、高中阶段学校(含中专)招生考试,统称为中考.除非特别需要不再标明考试性质.

2007 年的中考命题及改革提出若干建议;

原则 3: 以具体试卷既合乎课程标准(教学大纲)又合乎教育测量规律的程度来评价试卷的质量.

(二) 评价标准

为了保持评价工作的连续性,根据 2005 年评价的实际效果,本次评价除了对 2005 年所设立的个别指标内容做适当调整以外,其标准仍然由效度、信度、区分度、可推广性、自治性和教育性等一级指标构成.

基于以上指标所构成的评价指标体系见《2006 年全国中考数学试卷点评报告》(附件 1).

二、分项评价

各地的中考实践与探索呈现出不同的特点,既达成了既定的考试目标,又推进了中考命题技术的发展,为进一步改进和完善初中毕业学业水平考试积累了大量的实践经验.以下从考试效度、信度、区分度、可推广性、自治性及教育性几方面分项对 2006 年全国中考情况展开评价.

(一) 效度评价^①

2006 年各地中考数学试题较好地体现了数学课程标准(教学大纲)所规定的学习要求,以初中学段的知识与技能为基准,选取的内容有较好地代表性,绝大部分试题设计充分考虑整卷阅读量的合理性、评分标准的合理性和题型使用的合理性,试卷的语言、图形、文字能关注学生特点,试题背景突出公平性,有利于考生展示自己在数学课程学习中取得的成就;较为注重能力考查,注意综合运用开放题、应用题、综合问题等多种形式的题目,努力提高试卷的效度.

1. 基础的、重要的知识点单独考查

2006 年各地的中考数学试卷特别关注初中学段基础的、重要的数学知识,重视考查学生作为现代公民应具备的数学素养,强调对数学知识及基本数学方法的理解,并对某些重要的核心知识实行单独考查,对保证试卷的效度起到了较好作用.

例 1 如图 1,给出了过直线外一点作已知直线的平行线的方法,其依据是().

- A. 同位角相等,两直线平行
- B. 内错角相等,两直线平行
- C. 同旁内角互补,两直线平行
- D. 两直线平行,同位角相等

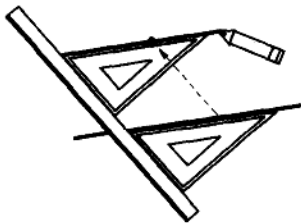


图 1

【2006 年江苏省苏州市中考题】

^① 本部分初稿主要由左坤、周伟扬、喻汉林撰稿,朱建明、王红兵、王四宝、周军、李福军、王尧兴等也参加了初稿的讨论和撰写工作.

点评: 本题通过三角尺平移画平行线, 突出经历观察、实验、操作的过程, 重点考查了判别两直线平行的条件. 虽然所考查的知识点比较单一, 但对这一知识点的掌握情况的考查比较准确、有效.

例 2 如图 2 是小敏五次射击成绩的折线图, 根据图示信息, 则此五次成绩的平均数是 _____ 环.

【2006 年浙江省绍兴市中考题】

点评: 本题通过射击成绩的折线图这一背景, 考查了学生对平均数的掌握情况, 以及从统计图中获取有用信息的能力. 由于统计是初中数学的一个重要内容, 而且统计在生产、生活中具有广泛的应用, 单独以及有重点地考查十分必要.

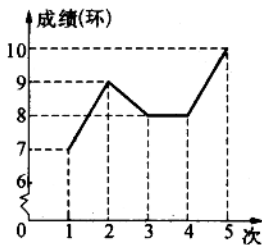


图 2

2. 主要的数学思想方法突出考查

数学思想方法全方位地渗透在数学教学与学习的过程中, 它是数学中高度抽象和高度概括的内容, 各地的中考数学试卷都突出了对数形结合、归纳概括、转化化归、分类讨论、函数与方程、演绎推理等主要数学思想方法的考查.

例 3 如图 3, 在方格纸 (每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形) 中, 我们称每个小正方形的顶点为格点, 以格点为顶点的图形称为格点图形. 如图 3 中的 $\triangle ABC$ 称为格点 $\triangle ABC$.

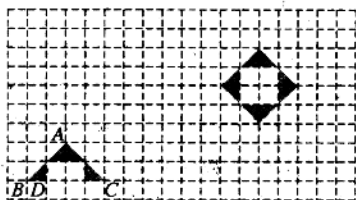


图 3

(1) 如果 A 、 D 两点的坐标分别是 $(1, 1)$ 和 $(0, -1)$, 请你在方格纸中建立平面直角坐标系, 并直接写出点 B 、 C 的坐标;

(2) 请根据你所学过的平移、旋转或轴对称等知识, 说明图中“格点四边形图案”是如何通过“格点 $\triangle ABC$ 图案”变换得到的.

【2006 年沈阳市中考题】

点评: 通过方格纸和直角坐标系, 本题将数和形巧妙联系在一起, 有效地考查了学生实现数形转换、数形结合的能力.

例 4 如图 4, 已知 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 4$, BD 是 AC 边上的中线, 分别以 AC 、 AB 所在直线为 x 、 y 轴建立直角坐标系.

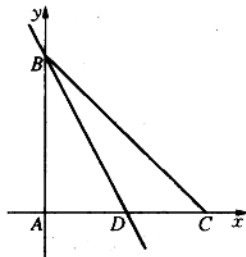


图 4

(1) 在 BD 所在直线上找出一一点 P , 使四边形 $ABCP$ 为平行四边形, 画出这个平行四边形, 并简要叙述其过程;

(2) 求直线 BD 的函数关系式;

(3) 直线 BD 上是否存在点 M , 使 $\triangle AMC$ 为等腰三角形? 若存在, 求点 M 的坐标; 若不存在, 说明理由.

【2006 年福建省漳州市中考数学试题】

点评: 本题直接采用直角坐标系, 要求学生从所揭示的图形性质, 推断出它所刻画的代数意义, 实现了对学生实施数量关系和图形之间相互转化的能力的考查.

例 5 甲、乙两车从 A 地出发, 沿同一条高速公路行驶至距 A 地 400 千米的 B 地. l_1 、 l_2 分别表示甲、乙两车行驶的路程 y (千米) 与时间 x (时) 之间的关系 (如图 5 所示). 根据图象提供

的信息,解答下列问题:

(1) 求 l_2 的函数表达式(不要求写出 x 的取值范围);

(2) 甲、乙两车哪一辆先到达 B 地? 该车比另一辆车早多长时间到达 B 地?

【2006年陕西省初中毕业学业考试数学试题(课改卷)】

点评: 本题较好地考查了学生建立描述实际问题的函数或方程(组),再利用函数或方程(组)解决实际问题的能力. 本题的(1)小题可以考查学生运用待定系数法,通过解方程组求得函数表达式的能力;(2)小题考查了学生从函数表达式出发,利用函数图象解决实际问题的能力.

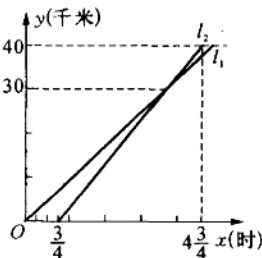


图 5

例 6 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 5)$ 和点 $B(3, 2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 现有一半径为 1, 圆心 P 在抛物线上运动的圆, 问在 $\odot P$ 运动的过程中, 是否存在 $\odot P$ 与坐标轴相切的情况? 若存在, 请求出圆心 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若 $\odot Q$ 的半径为 r , 点 Q 在抛物线上, 当 $\odot Q$ 与两坐标轴都相切时, 求半径 r 的值.

【2006年江西省南昌市中考题】

点评: 本题以圆在抛物线上的移动为背景, 将待定系数法求解解析式、一元二次方程的求解、直线与圆的相切等知识自然和谐地联系起来, 情景新颖, 对于考查学生的运算能力、分类讨论的思想方法等较为有效.

3. 分层考查不同认知水平的同一内容

关注初中数学中的重要知识点, 依据“课标”要求的知识点认知水平, 设置不同认知层次的题目分层考查重要的知识点是一些地方的共同做法, 不仅如此, 某些地方还对同一重要知识点进行了不同形式、不同侧面、不同层次的考查. 以下是云南省课改实验区 2006 年高中(中专)招生统一考试试卷的做法.

例 7 云南省课改实验区 2006 年高中(中专)招生统一考试试题:

题 1. 二次函数 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 5$ 图象的开口方向、对称轴、顶点坐标分别是 ().

- A. 向上、直线 $x = 4$ 、 $(4, 5)$ B. 向上、直线 $x = -4$ 、 $(-4, 5)$
C. 向上、直线 $x = 4$ 、 $(4, -5)$ D. 向下、直线 $x = -4$ 、 $(-4, 5)$

【第 4 题】

题 2. 已知反比例函数的图象经过点 $(2, 3)$, 则这个反比例函数的表达式为 _____.

【第 12 题】

题 3. 如图 6, 直线 l_1 与 l_2 相交于点 P , l_1 的函数表达式为 $y = 2x + 3$, 点 P 的横坐标为 -1 , 且 l_2 交 y 轴于点 $A(0, -1)$. 求直线 l_2 的函数表达式.

【第 19 题】

题 4. 云南省公路建设发展速度越来越快, 通车总里程已位居全国第一, 公路的建设促进了广大城乡客运的发展. 某市扩建了市县际公路, 运输公司根据实际需要计划购买大、中型客车共 10 辆, 大型客车每辆价格为 25 万元, 中型客车每辆价格为 15 万元.

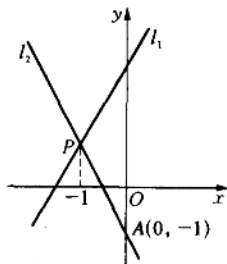


图 6

- (1) 设购买大型客车 x (辆), 购车总费用为 y (万元), 求 y 与 x 之间的函数表达式;
 (2) 若购车资金为 180 万元至 200 万元 (含 180 万元和 200 万元), 那么有几种购车方案? 在确保交通安全的前提下, 根据客流量调查, 大型客车不能少于 4 辆, 此时如何确定购车方案, 可使该运输公司购车费用最少?

【第 24 题】

题 5. 如图 7, 在直角坐标系中, O 为坐标原点, 平行四边形 $OACB$ 的边 OA 在 x 轴上, $\angle B = 60^\circ$, $OA = 6$, $OB = 4$, D 是 BC 的中点, 延长 AD 交 OC 的延长线于点 E .

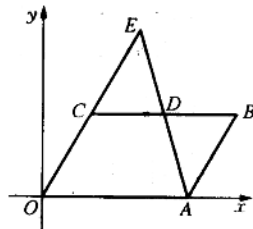


图 7

- (1) 画出 $\triangle ECD$ 关于边 CD 所在直线为对称轴的对称图形 $\triangle E_1CD$, 并求出点 E_1 的坐标;
 (2) 求经过 C, E_1, B 三点的抛物线的函数表达式;
 (3) 请探求经过 C, E_1, B 三点的抛物线上是否存在点 P , 使以点 P, B, C 为顶点的三角形与 $\triangle ECD$ 相似. 若存在这样的点 P , 请求出点 P 的坐标; 若不存在这样的点 P , 请说明理由.

【第 25 题】

点评: 以上 5 题所考查的均是函数这一知识块, 但考查的知识和认知水平却既不同, 又相互呼应:

题 1 考查根据二次函数的解析式确定图象的开口方向、对称轴、顶点坐标 (对公式不要求记忆和推导), 这一认知水平要求在“课标”中属“了解”层次;

题 2 考查根据已知条件确定反比例函数的表达式, 这一认知水平要求在“课标”中也属“了解”层次;

题 3 考查结合具体条件体会一次函数的意义, 根据已知条件确定一次函数表达式, 这一认知水平要求在“课标”中属“理解”层次;

题 4、题 5 考查通过对实际问题情境的分析确定函数的表达式, 并体会函数的意义, 这一认知水平要求在“课标”中属“掌握、综合运用”层次. 这样的做法对于提高试卷的效度是非常有益的.

4. 重点考查数学能力

各地密切关注学生数学能力的发展状况, 通过设置探究型问题、开放型问题、运动变化型问题、操作型问题、应用型问题等多方面地考查学生的数学学习能力.

(1) 丰富试题的呈现形式, 考查学生的信息加工处理能力

相当一部分地区较为重视考查学生对数学材料的理解、接收及加工处理的能力, 相应题目呈现的信息除了数学符号和文字, 还大量使用图形、表格等, 扩展了题目传递信息的空间, 丰富了题目的内涵.

例 8 我们给出如下定义: 若一个四边形的两条对角线相等, 则称这个四边形为等对角线四边形. 请解答下列问题:

- (1) 写出你所学过的特殊四边形中是等对角线四边形的两种图形的名称;
 (2) 探究: 当等对角线四边形中两条对角线所夹锐角为 60° 时, 这对 60° 角所对的两边之和与其中一条对角线的大小关系, 并证明你的结论.

【2006 年北京市中考题 (课标 A 卷)】

点评: 这是一道题干简洁、图形为学生所熟悉而术语不为学生所熟悉的信息

迁移题.理解新术语“等对角线四边形”是正确回答问题(1)的前提,要把问题(2)的三条线段集中到一个相关的特殊图形中进行研究,不仅有路径上的选择,还有方法上的准备,而分类研究则把探究的层次进行了提升.因此,本题能有效考查学生获得数学信息的能力和探究能力.

例 9 小刘对本班同学的业余兴趣爱好进行了一次调查,她根据采集到的数据,绘制了下面的图 8 和图 9. 请你根据图中提供的信息,解答下列问题:

(1) 在图 8 中,将“书画”部分的图形补充完整;

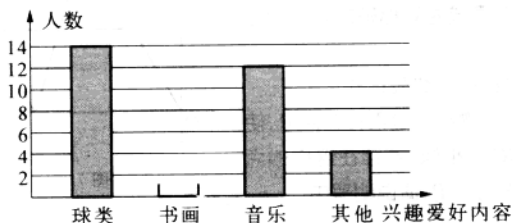


图 8

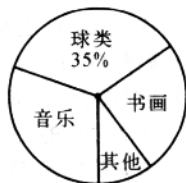


图 9

(2) 在图 9 中,求出“球类”部分所对应的圆心角的度数,并分别写出爱好“音乐”、“书画”、“其他”的人数占本班学生数的百分数;

(3) 观察图 8 和图 9,你能得出哪些结论?(只要写出一条结论)

【2006 年江苏省常州市中考题】

点评: 条形统计图能清楚地表示出喜欢球类、书画、音乐和其他项目的学生人数,而扇形统计图能清楚地表示出各部分所占的百分比,本题正是利用两种统计图的各自的特点,使信息在两种统计图之间交叉呈现,较好地考查了学生利用统计图描述数据的能力.

(2) 联系实际,考查学生应用知识的能力

各地借助学生熟悉的情景命制了许多立意新、情景新、思维价值高的试题,一些试题还渗透优化意识等教育功能,有效地考查了学生应用数学知识分析和解决问题的能力.

例 10 元旦联欢会前某班布置教室,同学们利用彩纸条粘成一环套一环的彩纸链,小颖测量了部分彩纸链的长度,她得到的数据如下表:

纸环数 x (个)	1	2	3	4	...
彩纸链长度 y (cm)	19	36	53	70	...

(1) 把上表中 x 、 y 的各组对应值作为点的坐标,在如图 10 的平面直角坐标系中描出相应的点,猜想 y 与 x 的函数关系,并求出函数关系式;

(2) 教室天花板对角线长 10 m,现需沿天花板对角线各拉一根彩纸链,则每根彩纸链至少用多少个纸环?

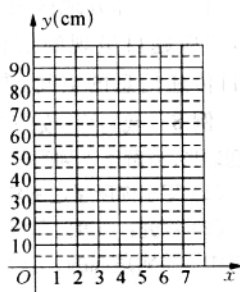


图 10

【2006 年山东省济南市中考题】

点评: 本题利用学生亲身经历或体验的事例来设计试题,立意新颖,思维价值高,富有创意,重点考查学生猜想、归纳的能力,以及会运用建立的函数关系式来解决实际问题的能力.正确解答本题要求学生经历“理解题意、分析数据、绘制图象、猜想函数模型,并对函数关系式进行检验与应用”的全过程,使得本题在考查学生分析问题和解决问题的能力方面具有较高的效度.当然,如果本题对用于粘成“环套”的“彩纸条”长度作适当的说明,那么本题的效度会更好些.

(3) 设计开放探索题,考查学生的探索能力

大部分地区的数学中考试题中都设置了开放型试题和探索型试题,这些试题突出考查学生的探索能力,并常伴有思维多向、多种解题策略和结论不唯一等特征,对数学思想方法的考查和能力要求均较高.

例 11 如图 11,在平面直角坐标系 xOy 中,把矩形 $COAB$ 绕点 C 顺时针旋转 α 角,得到矩形 $CFED$.设 FC 与 AB 交于点 H ,且 $A(0, 4), C(6, 0)$.

- (1) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\triangle CBD$ 的形状是_____;
- (2) 当 $AH = HC$ 时,求直线 FC 的解析式;

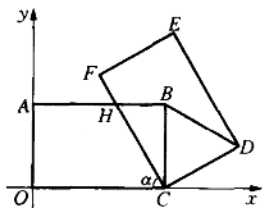


图 11

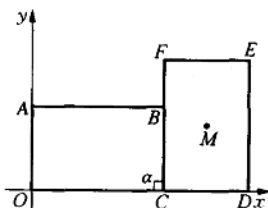


图 12

(3) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时,如图 12,请探究:经过点 D ,且以点 B 为顶点的抛物线,是否经过矩形 $CFED$ 的对称中心 M ,并说明理由.

【2006 年吉林省中考题】

点评: 本题在将矩形 $COAB$ 绕点 C 顺时针旋转 α 角的基础上,探究几个特殊点构成的三角形的形状、直线的解析式以及特殊点 M 和特殊的抛物线之间的关系,考查学生的数形结合思想和几何变换思想,三个小题由易到难,层层递进,能力要求由低到高.因此,本题能有效地反映出考生在新情景中的探究水平.

(4) 设计割补图形问题,考查学生的空间观念

合理、恰当地将图形分割或拼补,不仅要考虑图形的特殊形状,更要关注图形之间的相互关系,鉴于此,有的地区设计割补图形类试题来提高考查学生空间观念的效度.

例 12 如图 13,剪四刀把等腰直角三角形分成五块,请用这五块拼成一个平行四边形或梯形.

【2006 年浙江省宁波市中考题】

点评: 本题在一定程度上可以考查空间观念.学生既可以直接根据图形的形状尝试进行拼补来解决问题,也可以结合计算图 13 中的等腰三角形的面积来解决问题.例如,设图 13 中的小正

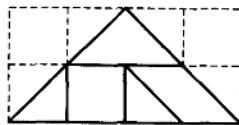


图 13

方形的边长是 1, 那么等腰三角形的面积是 4, 则可以构造长为 4、宽为 1 的平行四边形; 也可以构造上底长为 1、下底长为 3、高为 2 的梯形; 还可以构造边长是 2 的正方形.

5. 合理使用题型, 发挥试题的整体效应

为了提高试题的考查效率, 各地除了注意不同题型题目之间的搭配之外, 在单题设计上也进行了有意的探索, 有效地促进了试卷效度的提高.

例 13 如图 14, 网格中每个小正方形的边长均为 1. 在 AB 的左侧, 分别以 $\triangle ABC$ 的三边为直径作三个半圆围成图中的阴影部分.

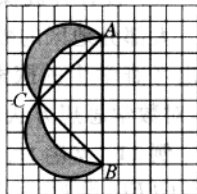


图 14

- (1) 图中 $\triangle ABC$ 是什么特殊三角形?
- (2) 求图中阴影部分的面积;
- (3) 作出阴影部分关于 AB 所在直线的对称图形.

【2006 年山西省临汾市中考题】

点评: 本题以正方形网格为背景, 考查学生对点的坐标、等腰三角形、圆等知识的理解. 从整体上看, 本题的题型属于解答题, 但根据问题的背景与需要, 将 (1) 小题设置成了一个问答题, 一个重在考查合情推理而不是演绎推理的问答题, 而 (3) 小题则是作图题, 这几种题型的搭配, 强化了本题的考查目标.

例 14 如图 15, 点 O 、 B 坐标分别为 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 到 $\triangle OA'B'$.

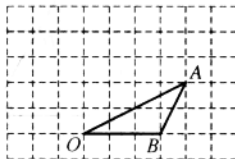


图 15

- (1) 画出 $\triangle OA'B'$;
- (2) 点 A' 的坐标为 _____;
- (3) 求 BB' 的长.

【2006 年辽宁省大连市实验区中考题】

点评: 本题以图形的旋转为基础, 将作图题、填空题和应用题三种题型有机地结合起来. 题目给出的问题自然、和谐, 对学生关于旋转知识掌握情况的考查比较全面、到位, 较好地发挥了不同题型的各自功能. 这种基于问题需要的题型混合设计是合适的, 具有较高的效率.

例 15 在平面直角坐标系中, 直线 l 过点 $M(3, 0)$, 且平行于 y 轴, 如图 16.

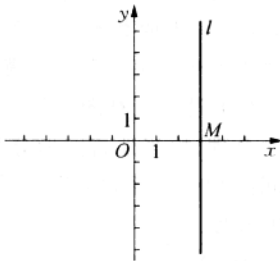


图 16

- (1) 如果 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(-2, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 、 $C(-1, 2)$, $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形是 $\triangle A_1B_1C_1$, $\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 l 的对称图形是 $\triangle A_2B_2C_2$, 写出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的三个顶点的坐标;
- (2) 如果点 P 的坐标是 $(-a, 0)$, 其中 $a > 0$, P 关于 y 轴的对称点是点 P_1 , 点 P_1 关于直线 l 的对称点是点 P_2 , 求 PP_2 的长.

【2006 年江苏省南京市中考题】

点评: 动手操作既是数学活动的一种形式, 也是考查学生对概念理解与操作技能掌握情况的一种有效方式. 本题设置了轴对称变化和点的坐标变化的有关问题, 对于考查目标的实现具有很好的作用. 题目的背景清晰、明快, 设计自然、合

理,尤其是(2)小题设置的问题既具有一定的开放性,又重点考查了分类的数学思想,使试题的考查有较高的效度.

(二) 信度评价^①

在收集到的 140 多套数学试卷中,绝大部分试题的问题指向具体明确,卷面安排图文并茂、清晰合理;试卷起点较低,难度分布有梯度,加以少量的温馨提示语,有助于学生以稳定的心态正常发挥自己的学习水平;评分标准给分点准确而有层次,易于评卷者掌握和操作.这些措施,有效地控制了学生在答题和评卷者在评卷过程中产生的随机误差,保证了整个考试具有较高的信度.

1. 题目叙述准确、简明,方便学生理解题意

试题的简洁明了、易懂、无歧义是保证信度的首要条件,试题表达内容的准确性是提高信度的保证.2006 年各地都有不少采用文字与图形、表格结合的题目,准确简练地表达了题意,这种方便学生理解题目数学意义的做法值得提倡.

例 1 如图 1,秋千拉绳 OB 的长为 3 米,静止时,踏板到地面的距离 BE 长是 0.6 米(踏板的厚度忽略不计),小亮荡该秋千时,当秋千拉绳由 OB 运动到 OA 时,拉绳 OA 与铅垂线 OE 的夹角为 55° ,请你计算此时该秋千踏板离地面的高度 AD 是多少米?(精确到 0.1 米)

【2006 年福建省南平市中考题】

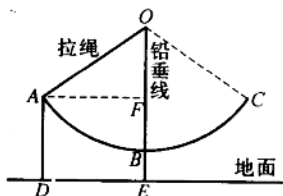


图 1

点评: 本题的问题单纯用文字较难说清,而通过图形及图形上的标注,大大减少了文字量,降低了对学生文字阅读能力的要求,同时由于借助了图形,从而使问题中的各种名词、数量及数量间的关系表现得更加清晰,突出了所考查数学问题的本身,有助于学生准确理解题意和问题.

例 2 问题背景

某课外学习小组在一次学习研讨中,得到了如下两个命题:

① 如图 2,在正三角形 ABC 中, M 、 N 分别是 AC 、 AB 上的点, BM 与 CN 相交于点 O ,若 $\angle BON = 60^\circ$,则 $BM = CN$;

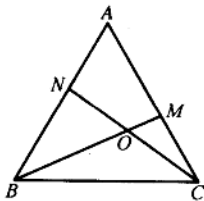


图 2

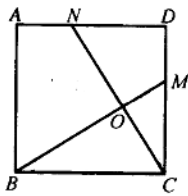


图 3

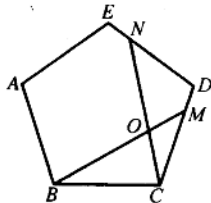


图 4

② 如图 3,在正方形 $ABCD$ 中, M 、 N 分别是 CD 、 AD 上的点, BM 与 CN 相交于点 O ,若 $\angle BON = 90^\circ$,则 $BM = CN$;

^① 本部分初稿由黄邦杰、冯国卫撰写,王淑晖、郭莹、孔德宏等参加了初稿的讨论和撰写工作.

然后运用类比的思想提出了如下命题:

③ 如图 4, 在正五边形 $ABCDE$ 中, M 、 N 分别是 CD 、 DE 上的点, BM 与 CN 相交于点 O , 若 $\angle BON = 108^\circ$, 则 $BM = CN$.

任务要求

(1) 请你从①、②、③三个命题中选择一个进行证明;

(说明: 选①做对的得 4 分, 选②做对的得 3 分, 选③做对的得 5 分)

(2) 请你继续完成下面的探索:

① 如图 5, 在正 $n(n \geq 3)$ 边形 $ABCDEF \cdots$ 中, M 、 N 分别是 CD 、 DE 上的点, BM 与 CN 相交于点 O , 问当 $\angle BON$ 等于多少度时, 结论 $BM = CN$ 成立?(不要求证明)

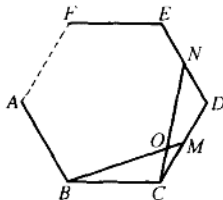


图 5

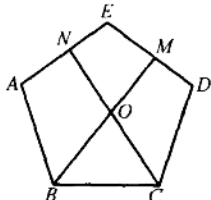


图 6

② 如图 6, 在正五边形 $ABCDE$ 中, M 、 N 分别是 DE 、 AE 上的点, BM 与 CN 相交于点 O , 若 $\angle BON = 108^\circ$ 时, 请问结论 $BM = CN$ 是否还成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由.

【2006 年江西省中考题】

点评: 本题用打着重号的方式提醒学生只要从①、②、③三个命题中选择一个进行证明即可, 通过“说明”清楚地告诉学生不同的选择对应的分值各是多少, 以及通过提示性语言“不要求证明”等, 尽可能地杜绝了学生在无意间的、非数学上的失误影响自己的考试成绩, 从而保证了考试结果具有较高的信度.

2. 整卷卷面设计美观、爽目, 有助于消解学生考试的心理紧张

2006 年绝大部分试卷注意从有利于学生发挥自己数学学习水平的角度出发, 合理地设计卷面呈现方式, 使命题的意图能准确无误地被学生理解, 不致产生误导, 有效地提高了试卷的信度.

例 3 济南市 2006 年高中阶段学校招生考试数学试题(课改区)卷首语:

“注意事项:

1. 数学考试允许使用科学计算器(凡符合大纲或课程标准要求的计算器都可带入考场).

2. 数学考试允许考生进行剪、拼、折叠实验.

3. 答第[卷前, 考试务必将自己的姓名、准考证号、考试科目填涂在答题卡上.

4. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再涂涂其他答案, 答案写在试卷上无效.

5. 考试结束, 监考人将本试卷和答题卡一并收回.”

点评: 卷首提示语是命题的重要环节, 本提示语就试卷基本操作进行要求, 有利于学生做答, 减少不必要的失误, 从而提高试卷信度.