

二期课改
高中数学指南

高考数学 新题难题攻略

李正兴 编著

奋战 80 天提高 15 分没问题



李老师的数学课“源于课本又高于课本”。

2002 届复旦大学：周禹靖

李老师的数学教学是成功教育，他善于激发学生学习数学的兴趣。他教的班级总是由弱变强，赶超一流。

1999 届学生 中科院物理研究所 研究生：王亚冠

学林出版社

二期课改

高中数学指南

高考数学新题难题攻略

李正兴 编著

学林出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学指南:高考数学新题难题攻略/李正兴编著.
上海:学林出版社, 2006. 12
ISBN 7-80730-231-3

I. 高... II. 李... III. 数学课-高中-解题-升
学参考资料 IV. G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 137860 号

高中数学指南

——高考数学新题难题攻略



编 著——李正兴

责任编辑——吴耀根

封面设计——魏 来

出 版——上海世纪出版股份有限公司

学林出版社(上海钦州南路 81 号 3 楼)

电话:64515005 传真:64515005

发 行——新华书店上海发行所

学林图书发行部(上海钦州南路 81 号 1 楼)

电话:64515012 传真:61811088

印 刷——上海师范大学印刷厂

开 本——787×1092 1/16

印 张——28.25

字 数——68 万

版 次——2006 年 12 月第 1 版

2006 年 12 月第 1 次印刷

印 数——6000 册

书 号——ISBN 7-80730-231-3/G·59

定 价——39.00 元

(如发生印刷、装订质量问题,读者可向工厂调换。)



作者简介

李正兴, 1947年生, 资深数学高级教师, 上海市数学学会会员、学科带头人。曾获全国数学教育优秀园丁奖, 全国数学竞赛优秀辅导员, 浦东新区先进工作者, 区优秀共产党员, 区园丁称号。从事高中数学教育33年。执教高三毕业班18届。一贯主张“立足课本, 适度深化, 突破弱点, 培养能力”16字方针, 善于激发学生学习兴趣, 教学效果显著。近十多年来所执教的区重点班级, 多次超市重点高考均分10分以上, 二次达134分, 他辅导的学生有几十人在市及全国数学竞赛中获奖。

我要为先生说几句

——写在李正兴先生《高考数学新题难题攻略》付梓之际

我是李正兴先生 1999 届学生,最近刚在英国剑桥大学获博士学位,返沪探亲,即将赴德国麦肯锡公司工作,抽空探望先生,听闻先生又要出版新书,欣喜之余,我深觉有义务为先生说几句话。

先生是我高中阶段的班主任兼数学教师,当时虽年过五十,却依然朝气蓬勃,在班级管理和课堂教学中充满活力,对学生怀有一颗挚爱之心,关心每一位学生的成长,成为我们知心的忘年交。虽然毕业多年,我们班许多同学仍与先生长期保持联系,这是师生感情的高度升华,是一种纯洁而高尚的情谊。先生为人朴实无华,以诚相待;先生执教踏实、严谨,立足于教会每一个学生。正因为如此,先生从教三十余年,执教了 18 届高三毕业生,成绩斐然,高考中所带班级均分多次超过市重点 10 分,两次达 134 分。

回想高中三年所受的数学教育,我归纳先生的数学教学有以下几个特点:

一、先生的教学理念是“立足课本,适度深化,突破弱点,培养能力”十六字方针。在高一、高二的数学教学过程中,先生尊重教学大纲,认真钻研教材,对整个课程体系“了如指掌”,胸有教材又不拘泥于教材,力求把概念、例题讲透讲活,为每一位同学打下扎实的数学基础。同时,先生在 20 世纪 90 年代就开始实施分层教学,为一些学有余力的学生开设兴趣小组,先生自编讲义、试卷,每周活动一次,提高学生的解题能力和数学素养,使我们在数学王国中任情遨游,深感“数学好玩”(陈省身语),兴趣浓了,成绩自然就会上去。

二、先生推行“递进式”和“数学方法论”教学法。他总是从情景出发引出数学概念,精选例题,以题组形式由浅入深、层层推进,他注重讲究数学方法,强调“举一反三”,由掌握一道题到解决一批题。他还注重知识点及知识点之间的内在联系,加强数学组块之间的沟通交汇。他善于引导学生掌握数学方法,充分体现了他的“授之以鱼不如授之以渔”的教学思想。

三、先生对于高三复习,使用的是他自己编写的复习讲义,讲义的内容有对每一章提纲挈领的综述,而举的例题极其典型,且每题给出“解题策略”、“评析引申”。先生认为高考复习要使每一个学生成为“出色的解题者”,为此,应具备多方面的能力。首先是回归课本、梳理概念、掌握知识生成过程、建构知识网络的能力,其次是掌握熟练的解题技能和出色的问题转换的能力,最后是运用数学知识解决实际问题的创新能力。他重视“通法”,淡化“特技”,他强调抓住重点板块,而不是平均使用力量。他从不使用现成的训练卷,总是自己编写,与复习内容融为一体,教学效果自然就突显出来了。

四、数学是一门基础学科,与后续学习及深造关系密切,如果进了高校从事理工科方面的学习和研究,数学基础更显得重要。1999 年我进上海交通大学学习,毕业后赴英国剑桥大学读硕士、博士,专攻光电、通讯,一路走来学得非常顺畅,这与高中阶段打下了扎实的数学基础是分不开的。先生的数学教学具有知识生成的明确性、具体性,运用知识的有效性、灵活性等特点。这种教育理念是先进的。虽然离校已经 7 年,但先生课堂上严密的逻辑思维、生动活泼的解题方法、上课时的忘我境界,以及课余与学生们的谈笑风生历历在目,不能忘怀。明

年先生就要退休了,祝愿先生身体健康、心情愉快、智慧之树常青!

在此,我向广大高三学生郑重地推荐先生的《高中数学指南——高考数学新题难题攻略》,相信我,没错的!

英国剑桥大学博士研究生
美国麦肯锡咨询公司德国分公司

钱 鑫

2006 年 10 月

新课标与高考数学命题新趋向分析(部分)

《中小学数学课程标准》(试行稿)是一份十分重要的纲领性文件,它对数学课程的定位、课程理念、设计思路以及各阶段的课程目标都给出了详细的规定,其中高中阶段的课程目标是当前抓好高中数学教育改革的依据。

数学教育改革是从1988年一期课改开始的。建国之后到“文革”这一阶段,中学数学教育受苏联教育的影响较大,基本上是以教师为中心的格局,强调知识的传授和教会学生解题。20世纪60年代提出了精讲多练,从灌输式逐步向启发式转化,但核心仍然是“多练”,通过训练来学习数学。“文革”后编出的多套数学教材,面对“文革”动乱结束后燃起的广大青少年学习科学文化知识的热情,还是起到了积极的作用,为国家培养了一大批人才。但随着时代的发展,特别是党的十一届三中全会以后改革开放的大好形势,国家迫切需要复合型、创新型人才。旧教材内容陈旧,现代数学的新知识新成果得不到反映,理念陈旧,教师为中心的格局没有打破,题型陈旧,习题越来越难,甚至出现了大量的偏题、怪题,大量的数学竞赛题也进入了一般学生的视野,学生苦不堪言,而真正的数学素养却得不到提高,创新能力得不到培养。面对国内出现的“奥数热”,数学家丘成桐指出:“数学不等于奥数,前者是做研究,后者是做题目,用奥数班培养出来的只有考试能力,没有思想能力,做奥数竞赛绝对成就不了数学大国”,数学教育改革势在必行。

一期课改,降低了数学的难度,开始把阅读引进课本,让学生学会阅读是打破教师中心论的一个环节,这是一个良好的开端。同时,向量、统计、概率、决策论等现代数学知识也进入了课本。但一期课改数学教材还是比较粗糙。面对即将进入新世纪,1998年开始了二期课改,全国也在相近时间开始了新课程的教学。新世纪是一个信息时代,是一个科学技术竞争十分激烈的时代,是一个机遇与问题同时存在的时代,学生面对大量信息需要作出判断、取舍,需要解决不断涌现出来的新问题,学生必须具有良好的分析问题、解决问题的素养,正如《课程标准》所指出的:“数学是现代文化的重要组成部分,它的内容、思想、方法和语言已经广泛渗入人们的日常工作和生活中,影响着人们的思维方式,推动社会文化的进步;数学作为人们认识世界、从事工作和学习的必需工具,作为一种传递信息的强有力手段和人际交流的简明语言,对社会大众有着非常重要的意义。数学素养是现代公民必备的一种基本素养。”明确告诉我们教会学生的不仅仅是会解数学题,还要掌握数学思想、数学方法、数学语言,还要提高数学素养。“学生通过数学学习,掌握数学的基础知识、基本技能和思想方法,学会有条理地思考和简明清晰地表达思考过程,并运用数学的思想方法分析问题和解决问题,这对培养学生的抽象能力、推理能力、创造能力具有特殊作用,对培养学生认识世界的积极态度和思想方法、求真求实和锲而不舍的精神具有深远影响。数学教育在发展和完善人的教育活动中,在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中,发挥着独特的、不可替代的作用”。

当前数学教育改革的核心是以人为本,以学生的发展为本,在面对全体学生的同时注意发展学生的个性和特长。数学教育的目标应从原来教会学生解题的一维目标转变为三

维目标,即由“知识与技能”、“过程与方法”、“情感态度与价值观”三个维度构成目标体系.教师在教学过程中不但要传授数学知识和技能,还要引导学生掌握知识形成的过程与方法,更要激发学生学习数学的兴趣.

高考命题在这一教育理念下不断发生转变,数学高考命题提出了“总体保持稳定,深化能力立意,积极改革创新”的指导思想,以及“发挥数学作为基础学科的作用,既重视考查中学数学基础知识的掌握程度,又注重考查进入高校继续学习的潜能”的要求,实现课程标准中知识、能力、素质三元合一,这就是高考数学命题的新趋向,主要体现在以下四个方面:

一、构建共同基础,控制试题难度

课本是教学的依据,当然也是高考命题的依据,高考命题不论题型如何新颖,都不可能与课本脱节,《课程标准》指出:“数学课程要努力体现‘数学为人人’的指导思想,立足于使所有学生获得必备的数学基础……应抓住数学知识为主干部分,突出基本原理和通用方法,切实加强数学的基础性.”纵览近几年高考数学试卷,基础题所占比重大致在 60%,基础题解决得好,基本分就拿到了,所以不论教师还是学生都应当充分利用课本,按照课本的要求,做好“双基铺垫”工作,把一个个知识点“敲敲牢”!华罗庚先生说:“在学习书本上每一个问题,每一章节的时候,首先应当不只看到书面上的,而且还要看到书背后的东西,这就是说,对书本中的某些原理、定理、公式,我们在学习的时候,不仅应该记住它的结构,懂得它的道理,而且还应该设想一下,大家是怎样想出来的,经过多少曲折攻破多少关键,才得出这个结论的.”这确实是至理名言,也就是说,掌握了知识的形成过程,对知识的理解就上了一个层次,也就掌握了解题的核心,不但能够运用某个知识点解决一些极其基础的题型,而且还能把几个知识点结合起来解决复杂一些的题型.

二、关注学习过程,引导探索求知

《课程标准》指出:“数学教学要遵循认知心理发展的规律……要展现知识的发生、发展、形成和应用的过程.”近几年高考命题在这方面体现得相当充分.

三、设计新颖情景,体现实践应用

《课程标准》指出:“数学课程还应为学生探索求知创设合适的情景,重视从问题出发,设计以解决问题的活动为基础的数学认识过程.”可以从学生可知或能知的领域采撷素材设计导向性良好、模型较简单、贴近生活的应用题是高考命题的方向,除了常见的函数、不等式、数列模型外,还要注意三角、几何、向量模型.

四、深化能力立意,强化选拔功能

高考毕竟是选拔考试,一定会有难度较高又精彩纷呈的压轴题,不论是春考还是秋考,不论是地方卷还是全国卷,我认为注重知识体系,从学科整体结构考虑,在知识网络的交点命题情景新颖、层次鲜明、综合能力要求高的试题仍然是高考命题的方向.

高考命题的趋向归纳起来一句话:高考数学考查“中学数学基础知识、基本技能、基本思想和方法,考查思维能力、运算能力、空间想象能力、解决实际问题的能力”.这句话阐明了对数学知识的要求有三个层面:了解、理解和掌握、灵活和综合运用.对数学能力的要求有四个

方面:思维能力、运算能力、空间想象能力、解决实际问题的能力.这其中逻辑思维能力是核心,良好的思维品质必然会结出丰硕之果.而分析解决问题的能力是前三种数学能力的综合体现,学习数学既要重视计算、应用,也要重视推理、证明以及尝试能用不同的方法解题,这是现代人应具备的完整的数学素养.正如丘成桐所说的:“数学既可以实用,亦独立为一至为美丽的学科,习题可以重视实用,但绝对要讨论看来无用但美丽的工作,重要的是数学的发展可以从实用而形成,也可以追求纯美而成功,要注意的是:所有重要的实用数学都建基于纯美的数学上.”

当前高考命题,既有全国性的试卷,还有省市卷以及名校自主招生试卷,虽然风格各异,但对新颖考题和探索性考题的编制是主流,给考生广阔的思维空间是方向,而“新颖”与“广阔”又必须受到“课程标准”的制约,也就是难而有度,可以让考生“一展身手”、“决出优劣”.

从事数学教育工作 30 余年,高三毕业班也教了 18 届,我的数学教育思想是:“立足课本,适度深化,突破弱点,培养能力.”我倡导和推行“递进式”和“数学方法论”教学法,即“梳理知识,夯实基础,掌握方法,触类旁通”.只有把数学知识点娴熟于心,才能实现三基目标,掌握解基本题的技能;只有让学生掌握了数学方法,才能达到举一反三,从解决一道习题实现能解决一批习题,逐步提高解综合问题和应用问题的能力,做到触类旁通;只有洞察了数学知识的形成过程,才能理解数学的社会价值,领略数学文化的内涵,形成良好的数学思维品质,促使学生数学素养的全面提高.三维目标的实现靠的是“师生互动、生生互动”,正如日本著名教育家佐藤学所说的:“教学是充满活力的,教师和学生同一视线上相互交换目光的关系是教育的基本.”针对高考命题“稳中求改”,“跨小步、不停步”的新趋向,教师在复习中除了编制一套切合学生实际,有利于学生梯度发展、螺旋式上升的教材外,还应当与学生实现“教育情感共鸣”,并引导学生努力做好以下几点:

1. 认真学习《课程标准》,整体梳理基础知识,建构“知识网络”

一年一度的《考试说明》将由《课程标准》替代,所以《课程标准》一定会反映命题的方向,不但可以使考生从宏观上准确掌握考查内容,做到复习不超纲,不作无用功,而且可以使考生从微观上细心推敲对众多考点的不同要求,分清哪些内容只要一般理解,哪些内容应重点掌握,哪些知识又要求灵活运用和综合运用.第一轮复习,在基础知识形成体系上花功夫,但知识与知识之间的网络还没有完整建立起来.第二轮复习,使知识不断深化是当务之急,所以每位考生应当结合课本,对照《课程标准》把知识点从整体上再理一遍,既有横向的串联,又有纵向的并联,这样才能逐步形成和扩充知识结构系统,在解题时可由考题提供的信息,从知识结构系统中检索相关信息进行组合,寻找解题途径,优化解题过程.同时还应针对近几年上海市的高考走向进行研究分析,准确把握难度,虽说年年有新题型、新情景出现,但总体上还是稳定的,所以复习的着眼点是放在建构完整的“知识网络”上,“以不变应万变”,从而突破弱点,培养能力.

2. 抓好专题复习,领会数学思想方法

高考数学第二轮复习实质上是知识专题和方法专题的复习,在知识专题方面可以进一步巩固第一轮单元复习的成果,加强各数学板块知识的综合.方法专题是指对高中数学中涉及的重要思想方法,主要有函数与方程的思想方法、数形结合的思想方法、分类讨

论的思想方法、化归与转化的思想方法……数学思想方法是数学的精髓,对此进行归纳、领会、应用,才能把数学知识与技能转化为分析问题解决问题的能力,使学生的解题能力和数学素质更上一个层次,成为“出色的解题者”。

第二轮复习中还要加强必要的针对性专题的复习,如最值问题,开放性、探索性问题,应用问题,阅读理解问题……最值问题涉及的知识点多,题型丰富,而解决这类问题需要较强的抽象、判断、运算能力,还要讲究技巧。开放性探索性问题旨在培养学生的思维能力和思想方法,是高考命题的热点。应用问题则是每年必考而且考查力度呈上升趋势的题型,是高考命题的又一热点。阅读理解和类比推广问题重在知识形成过程,是高考命题的一个重要视角,应当引起重视。

3. 重视反思,尽量减少失误

在复习过程中当然还要做一些高考模拟卷,应当挑选导向性好、难度适中的综合卷进行考前的适应性训练,两小时内完成,每做一份试卷力求达到一定的效果。完卷之后,应进行认真总结,找准自己的薄弱环节,看一看自己在数学知识上还有什么薄弱环节,认真加以补上;看一看自己在解题方法上是否还有薄弱环节,在总结解题策略上提高解题能力;看一看自己在思维上是否还有薄弱环节,从变换视角、逆向思维和求异思维中提高思维的灵活性、创造性。对试卷中做错的地方进行纠正、分析、反思是非常必要的,所以千万不要做好试卷对一对标准答案就完事,对容易出错的地方应扎扎实实地进行整理归纳,这样做可以减少失误,杜绝低级错误。

4. 做好心理调适,掌握应试技巧

考试的过程是紧张劳动的过程,既有体力上的,又有心理上的,想要在高考中取得好成绩,不仅取决于掌握扎实的数学基础知识,熟练的基本技能和出色的解题能力,还取决于考前的身体状况、心理状况和临场发挥。

就是临近高考也不应把大量精力放在做模拟卷上,切忌由于对自己不放心,总是多做几套,打疲劳战,这肯定得不偿失。这时候,首先应当休息好,抽点时间把高中教材结合《课程标准》像看电影一样“过一遍”,对每章每节涵盖的知识点进行回忆和联想,回忆运用这些知识能解决哪些题型,联想几个知识点结合起来又能解决哪些题型。

自信心和优良的心理素质是取得成功的重要条件,良好的心态可以确保水平的正常发挥;进入考场应沉着应对,先易后难,重视审题,稳扎稳打,尽量做到层层有据,步步正确,该交待的一定要交待清楚,争取在高考中获得数学高分。

李正兴

前 言

今天我们所面对的数学已长成了一棵参天大树,每一根树枝好比是数学的一个分支,从中国的《周髀算经》、《九章算术》、古希腊的毕达哥拉斯学派到今天拥有几百个分支的学科,这棵大树是千百年来众多的先辈用心灵血汗积累而成的,而且它还会不断地向前发展.数学大师陈省身说:“数学有很多简单而困难的问题,这些问题使人废寝忘食,经年不决,一旦发现了光明,其快乐是不可形容的.”作为一个普通的数学教育工作者,我们所做的是奠基的工作,高三数学总复习,就是引领学生共同进行一次对高中数学这部分内容美的巡视,师生是同一舞台下的观众,正如日本教育家佐藤学所说的:“教师和学生在一视线下相互交换目光的关系是教育的基本.”教师应当和教室里的学生同呼吸,这完全符合二期课改的精神.

我已执教了 17 届高三毕业班,正开始执教第十八届,明年就要退休了.《高考数学新题难题攻略》是在教学的实践中产生的,是对前几年出版的《高中数学解题策略》、《高考数学实践训练》《新课标·高考数学攻略》等书的基础上进行了提炼更新、撰写的一本新著.本书有以下几个特点:

一、本章综述——聚焦知识体系,点击考点网络

整个高中数学课程是在课程标准的框架下建构起来的,其中包括基本课程、拓展课程、探究实践课程,所以在复习时首先应当对每一章在总体上有一个梳理知识、建构知识链,把握重点难点的过程,这在复习过程中是必不可少的,才有可能进行知识的拓展和问题的探究.

二、单元复习——指引解题诀窍、传授数学思想

每章分若干讲,以专题形式出现,每讲首先对基础知识进行整理归纳,然后以逐层递进的方式给出典型例题,每题大致有[策略点击]:引导学生寻找解题思路,[问题解答]给出解题全过程,倡导一题多解,[评析引申]:在数学思想上进行剖析、归纳、总结,力争使学生开阔解题视野,能够举一反三.

三、问题探究与能力拓展——落实三维目标、倡导探索创新

数学来源于现实世界,现实感知是数学知识的媒介,数学问题是数学的心脏,现实的需要是学习的动力,在这部分我首先以古今中外数学大师富于哲理的名言引领,激发学生探究问题的兴趣和学习数学的热情,这里所举的例题有的是应用问题,有的是综合探索性问题,都是近年来出现的新题,高考中的压轴题,重在[思考与探究]:让学生面对大量的信息学会判断、学会取舍,学会建模,学会对知识的融会贯通.数学教育改革的关键应放在把一维目标转变为三维目标,即为学生的发展为本.既要掌握数学知识和技能,还要领会过程与方法,更要激发学习兴趣,提高数学素养.

本书所附《新课标与高考命题新趋向分析》、《高考数学 80 天攻略——方法正确、提高 15 分没问题》二文可供学生在复习过程中把握方向的参考.另附《高考数学水平检测》5 份试卷以及 2006 年部分省市高考试卷供同学们临考之前训练之用,书末附有参考答案.

本世纪以来我写了几百万字的数学教育专著都是在授课之余完成的,在此我要感谢我的妻子杨蕙芬,没有她的支持,这些成果是不可能取得的.我还要感谢学林出版社的吴耀根先生、上海人民出版社的苏贻鸣先生,他们为书的出版做了大量的工作.

限于本人水平,疏漏之处在所难免,欢迎读者批评指正.

李正兴

2006 年 12 月

目 录

我要为先生说几句——写在李正兴先生《高考数学新题难题攻略》付梓之际	钱 鑫 1
新课标与高考数学命题新趋向分析(部分)	1
前言	1
第一章 集合和命题	1
一、本章综述	1
二、单元复习	1
第一讲 集合的概念与运算	1
第二讲 命题与充要条件	11
三、问题探究与能力拓展	15
第二章 不等式	22
一、本章综述	22
二、单元复习	22
第三讲 不等式的基本性质和基本不等式	22
第四讲 整式、分式不等式的解法	27
第五讲 无理不等式与绝对值不等式的解法	31
第六讲 指数、对数不等式的解法	36
第七讲 不等式的证明	39
第八讲 不等式的综合应用	44
三、问题探究与能力拓展	47
第三章 函数的基本性质	56
一、本章综述	56
二、单元复习	57
第九讲 函数与反函数	57
第十讲 函数的定义域与值域	63
第十一讲 函数的奇偶性、周期性	69
第十二讲 函数的单调性	73
第十三讲 函数的图像	78
第十四讲 函数的最值及其应用	82
三、问题探究与能力拓展	89
第四章 二次函数、幂函数、指数函数、对数函数	96
一、本章综述	96
二、单元复习	96
第十五讲 二次函数与方程、不等式	96
第十六讲 幂函数	101

第十七讲	指数函数与对数函数	104
第十八讲	指数方程和对数方程	111
三、问题探究与能力拓展		115
第五章	三角比	124
一、本章综述		124
二、单元复习		124
第十八讲	同角三角比	124
第十九讲	三角式的恒等变形(1)	132
第二十讲	三角式的恒等变形(2)	140
第二十一讲	解三角形	148
第二十二讲	三角形内的三角比问题	151
三、问题探究与能力拓展		157
第六章	三角函数	163
一、本章综述		163
二、单元复习		163
第二十三讲	三角函数的图像与性质	163
第二十四讲	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的周期、图像和性质	172
第二十五讲	三角函数最值问题	180
第二十六讲	反三角函数与三角方程	185
三、问题探究与能力拓展		191
第七章	数列	197
一、本章综述		197
二、单元复习		197
第二十七讲	通项探求	197
第二十八讲	等差数列	202
第二十九讲	等比数列	206
第三十讲	数列求和	211
三、问题探究与能力拓展		216
第八章	数学归纳法	222
一、本章综述		222
二、单元复习		222
第三十一讲	归纳—猜想—证明	222
第三十二讲	数学归纳法的应用	225
三、问题探究与能力拓展		228
第九章	平面向量	233
一、本章综述		233
二、单元复习		234
第三十三讲	平面向量	234
第三十四讲	向量与解析几何	238

三、问题探究与能力拓展	242
第十章 坐标平面上的直线	250
一、本章综述	250
二、单元复习	250
第三十五讲 坐标平面上的直线	250
三、问题探究与能力拓展	257
第十一章 圆锥曲线	259
一、本章综述	259
二、单元复习	260
第三十六讲 圆的方程	260
第三十七讲 椭圆、双曲线、抛物线	263
第三十八讲 直线与圆锥曲线	274
第三十九讲 轨迹探求	277
第四十讲 解析几何综合题的解法	282
三、问题探究与能力拓展	289
第十二章 排列与组合	297
一、本章综述	297
二、单元复习	298
第四十一讲 排列与组合	298
第四十二讲 二项式定理	302
三、问题探究与能力拓展	308
第十三章 数列的极限	312
一、本章综述	312
二、单元复习	312
第四十三讲 数列的极限	312
三、问题探究与能力拓展	318
第十四章 复数	322
一、本章综述	322
二、单元复习	322
第四十四讲 复数的概念与运算	322
第四十五讲 复数集上的方程	333
三、问题探究与能力拓展	338
第十五章 空间图形、空间向量	343
一、本章综述	343
二、单元复习	343
第四十六讲 平面、空间两直线的位置关系	343
第四十七讲 直线与平面的位置关系	349
第四十八讲 平面与平面的位置关系	356
第四十九讲 多面体及其有关计算	360

第五十讲 空间向量及其应用	365
三、问题探究与能力拓展	372
第十六章 参数方程和极坐标方程	377
一、本章综述	377
二、单元复习	377
第五十一讲 参数方程	377
第五十二讲 极坐标方程	382
三、问题探究与能力拓展	386
第十七章 概率初步与基本统计方法	389
一、本章综述	389
二、单元复习	389
第五十三讲 概率与统计	389
三、问题探究与能力拓展	393
附一：高考数学 80 天攻略——方法正确，多考 15 分没问题	396
附二：高考数学水平检测(一)	398
高考数学水平检测(二)	401
高考数学水平检测(三)	404
高考数学水平检测(四)	408
高考数学水平检测(五)	412
附三：2006 年高考试卷	415
参考答案	425

第一章 集合和命题

一、本章综述

(一) 知识体系

高中数学一开始就学习集合和命题是非常必要的,集合论是现代数学的基础.

高中阶段,主要学习集合和命题的一些初步知识,包括集合的有关概念、集合的表示及集合与集合之间的关系、集合运算和对有限集的进一步研究、命题的基础知识、四种命题形式及其相互关系和充要条件,学习集合和命题,就是要求中学生在高中数学中渗透集合思想,建立集合模型,掌握命题间的转化和推出关系,判定充分条件、必要条件、充要条件、运用逻辑知识去解决一系列数学问题.

(二) 考点网络(见下页)

二、单元复习

第一讲 集合的概念与运算

(一) 知识点

1. 集合定义

集合是具有某种共同特征的对象所形成的一个整体.组成集合的这些对象叫做集合的元素.

2. 集合中元素的特征

- (1) 确定性:集合中对象的特征必须能准确判断.
- (2) 互异性:在同一集合中,不能出现相同的元素.
- (3) 无序性:在同一集合中,不考虑元素的排列顺序.

3. 集合间关系

- (1) 子集: $\forall a \in A \Rightarrow a \in B$, 则 A 是 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$.
- (2) 真子集: $\forall a \in A \Rightarrow a \in B$, 且至少存在一个 $b \in B$, 但 $b \notin A$, 则 A 是 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$.
- (3) 集合相等: 若集合 A 与 B 既满足 $A \subseteq B$, 又满足 $B \subseteq A$, 则 A 与 B 相等, 记作 $A = B$.