系统与控制丛书

王玉振 著

广义Hamilton控制系统理论
——实现、控制与应用

科学出版社
www.sciencep.com

系统与控制丛书

广义 Hamilton 控制系统理论

——实现、控制与应用

王玉振 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书主要介绍作者近几年在广义 Hamilton 控制系统方面的研究成果，全书共分十一章。第一章介绍 Hamilton 系统的发展及研究状况，从而导出本书的研究目的、意义和研究内容框架；第二章介绍本书所需要的基本知识，包括微分流形、向量场、Lie 导数、Lie 群、Poisson 流形等知识。后面章节主要分为三大部分：第一部分包括第三章至第五章，主要研究 Hamilton 实现理论和实现方法，内容有自治非线性系统的广义 Hamilton 实现、近似耗散 Hamilton 实现、时变 Hamilton 系统的几何结构以及时变非线性系统的广义 Hamilton 实现等；第二部分包括第六章和第七章，主要研究广义 Hamilton 系统的控制理论，内容有 Hamilton 系统的鲁棒和自适应控制、Hamilton 系统的观测器设计以及有限多个 Hamilton 系统的同时镇定问题等；第三部分包括第八章至第十一章，主要是应用研究，内容有单机无穷大电力系统基于能量励磁控制、多机电力系统的耗散 Hamilton 实现、多机系统和带 SMES 设备的电力系统基于能量的鲁棒和自适应控制设计、机械系统新的 Hamilton 框架及基于能量控制设计等。

本书可供从事控制理论和应用的科研工作者、工程技术人员、高校教师和研究生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

广义 Hamilton 控制系统理论：实现、控制与应用/王玉振著. —北京：科学出版社，2007
(系统与控制丛书)
ISBN 978-7-03-018746-8
I.广 … II.王… III. Hamilton 系统 IV.O175
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007) 第 036341 号

责任编辑：王志欣 孙 芳／责任校对：张 琪
责任印制：刘士平／封面设计：耕者工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2007 年 4 月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2007 年 4 月第一次印刷 印张：21
印数：1—3 000 字数：390 000

定价：50.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

作 者 简 介

王玉振 山东大学教授、博士生导师，现任山东大学自动控制研究所所长，复杂控制理论学术带头人。1995年于山东科技大学获硕士学位，2001年于中国科学院系统科学研究所获博士学位，2003年清华大学自动化系博士后出站，曾多次被邀到新加坡、香港等地做学术访问。研究领域为非线性控制、Hamilton系统理论、切换系统以及电力系统和机械系统基于能量控制等。发表学术论文90余篇，其中，在国际控制界TOP杂志*Automatica*，*IEEETAC*，*Syst Contr Lett*，*Int J Contr*，以及《中国科学》等重要杂志上发表论文数十篇，包括*Automatica*上的2篇Regular Paper。

中国科学院科学出版基金资助出版

编者的话

我们生活在一个科学技术飞速发展的信息时代，诸如宇宙飞船、机器人、因特网、智能机器及汽车制造等高新技术对自动化提出了更高的要求。系统与控制理论也因此面临着更大的挑战。它必须要能够为设计高水平的物理或信息系统提供原理和方法，使得设计出的系统能感知并自动适应快速变化的环境。

为帮助系统与控制专业的专家、工程师以及青年学生迎接这些挑战，科学出版社和中国自动化学会控制理论专业委员会合作，设立了《系统与控制丛书》的出版项目。丛书分中、英文两个系列，目的是出版一些具有创新思想的高质量著作，内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向。研究生是本丛书的主要读者群，因此，我们强调内容的可读性和表述的清晰。我们希望丛书能达到这些目的，为此，期盼着大家的支持和奉献！

《系统与控制丛书》编委会

2007 年 4 月 1 日

前　言

Hamilton 系统是非线性科学研究中的一个重要领域。由于这类系统广泛存在于物理科学、生命科学及工程科学等众多领域, 特别是经典力学、天体力学以及生物工程的很多模型都以 Hamilton 系统的形式出现, 因此该领域的研究长盛不衰, 经过科学家近两个世纪的努力, Hamilton 系统理论犹如一颗参天大树, 已经根深叶茂, 成为当今非线性科学研究中一个最富有成果而又生机勃勃的研究方向。

与其他事物的发展一样, Hamilton 系统也经历了一个不断发展、不断完善的过程。经典的 Hamilton 系统描述的是一类保守系统, 它刻画了包含力学和电磁系统在内的大部分保守物理系统的动态行为。随着对事物认识的不断深入, 人们发现经典的 Hamilton 系统有很大的局限性, 许多现实存在的 Hamilton 行为不能用其描述。于是, 人们对经典的 Hamilton 系统不断进行扩展, 直到目前的广义 Hamilton 形式。

广义 Hamilton 系统是一类既有与外部环境能量交换, 又有能量耗散, 还有能量生成的更为广泛的开放系统。这类系统物理意义明确, Hamilton 函数是系统的广义能量 (动能 + 势能); 从数学角度看, 伪 Poisson 流形和广义 Poisson 结构为其提供了几何框架, 保证了其数学描述的完整性; 在简单的条件下, Hamilton 函数构成系统的 Lyapunov 函数, 这在系统的稳定性分析中起着十分重要的作用; 在某些控制问题中, 广义 Hamilton 系统已显示了其极大的优越性。例如, 带耗散的 Hamilton 系统的 H_∞ 控制问题, 当满足一简单的条件时, Hamilton-Jacobi-Issacs 不等式的解可取为 $\alpha H(x)$ (α 是某个正数); 再如, 广义受控耗散 Hamilton 系统的 L_2 干扰抑制问题, 其控制器的选取简洁明了。

众所周知, 由于非线性系统本身的复杂性, 许多线性系统的控制方法和理论不再适用于非线性系统。目前, 处理非线性系统的方法虽然不少, 但还没有一种通用的、有效的控制设计方法, 许多非线性控制问题还不能像线性系统那样得到很好的解决。寻求和建立新的理论工具和研究方法一直是非线性领域的一个重要课题。

近几年, Hamilton 系统的观点、方法越来越引起非线性控制界的关注。一个自然的问题是: 人们能否利用 Hamilton 系统的优势来研究非线性控制问题? 当人们用 Hamilton 系统方法研究一般非线性系统的控制设计时, 遇到的首要问题是: 一个非线性系统是否总可以表达为广义 Hamilton 系统的形式以及如何表达? 于是, 就产生了所谓的广义 Hamilton 实现问题。

广义 Hamilton 实现是一个极富挑战性的研究课题。Hamilton 实现的本质是求解一类偏微分方程, 而这类偏微分方程一般又难以求解。因此, 通过求解偏微分方程来完成 Hamilton 实现是十分困难的, 甚至是不可能的。那么, 必须寻求特殊解法, 而其

中的经验知识非常重要。可见，一般系统的 Hamilton 实现将是非常困难的。线性系统的 Hamilton 实现问题已解决。关于非线性系统广义 Hamilton 实现问题，多年来只有一些分析性或描述性的结果。在本书之前，还没有形成理论体系，更没有一种可操作的实现方法。

本书的任务之一就是研究非线性控制系统的广义 Hamilton 实现问题。在深入研究 Hamilton 系统结构和 Hamilton 实现本质特性的基础上，经过反复尝试，逐步找到了一条新的研究思路，成功地避开了求解偏微分方程，给出若干原创性和奠基性的理论结果，并逐步建立了一套较为系统的 Hamilton 实现理论体系和处理方法。在考虑时变非线性系统的 Hamilton 实现时，为保证时变 Hamilton 系统数学描述的完整性，本书通过定义一种新的时变 Poisson 括号，还给出了一般时变 Hamilton 系统的几何结构。

广义 Hamilton 实现为 Hamilton 系统方法应用于非线性系统控制架起了桥梁，为非线性系统控制开辟一条新的研究途径提供了可能。然而，仅有 Hamilton 实现还不够。Hamilton 系统方法在非线性控制的应用包含两个步骤：一是 Hamilton 实现；二是对得到的 Hamilton 系统进行控制设计。

本书的第二个任务就是研究 Hamilton 系统的控制设计问题。Hamilton 系统的控制设计是非线性控制中的一个重要研究课题。一方面，Hamilton 系统是一类重要的非线性系统，其控制问题本身在非线性控制发展中占有重要地位；另一方面，作为 Hamilton 系统方法应用于非线性控制设计的一个重要步骤，Hamilton 系统控制设计也是必不可少。本书对一般耗散 Hamilton 系统的鲁棒控制、自适应控制、鲁棒自适应控制、观测器设计以及有限多个 Hamilton 系统的同时镇定 (一般同时镇定、鲁棒同时镇定、自适应同时镇定、鲁棒自适应同时镇定) 等问题进行研究，将给出若干新的理论结果和控制设计新方法。

本书的最后一部分是应用研究，将得到的新结果、新方法应用到电力系统和机械系统控制设计中。

我们知道，电力系统是一个能量产生、传输和消耗的复杂系统，其能量平衡在整个系统安全运行中起着至关重要的作用，将能量函数作为 Lyapunov 函数进行控制设计是很自然的。近几年，Hamilton 系统方法在电力系统控制中逐步受到重视，并已取得了许多重要的研究成果。基于能量的 Lyapunov 函数选自广义 Hamilton 系统的 Hamilton 函数，因此，应用 Hamilton 系统方法研究控制问题的关键步骤就是把所讨论的系统表示为一个耗散的 Hamilton 系统，即进行耗散 Hamilton 实现。单机无穷大系统的耗散 Hamilton 实现较为容易，但对多机系统来说，情况则完全不同。由于多机系统的模型结构极为复杂，多机系统的耗散 Hamilton 实现成为电力系统基于能量控制中一个公开的理论难题，它已成为多机电力系统基于能量控制的一个瓶颈。

本书运用新建立的 Hamilton 实现理论及方法结合电力系统的结构特点，提出

了一种“预置反馈 + 平衡点调整”的研究方法，基于标准的多机电力系统模型，成功地解决了多机电力系统耗散 Hamilton 实现这个公开的理论难题。同时，本书应用 Hamilton 函数方法，还研究了单机、多机和带 SMES 设备的电力系统基于能量的鲁棒和自适应控制设计等问题，给出了几种高效控制器；并为电力系统建立了一套完整的基于能量的控制设计新方法。该方法的特点是：①设计中能充分利用电力系统的结构特性；②所得到的控制方案是分散的，且对外界干扰和参数摄动具有较强的鲁棒性；③所得到的控制器形式简洁，易于操作。

本书的另一应用对象是机械系统。机械系统是一个强耦合非线性系统，该类系统已派生出了许多具有挑战性的研究课题。由于传统的线性系统控制方法已不再适用于机械系统，越来越多的非线性控制手段被应用于机械系统的控制之中。在众多的控制手段中，一种熟知的便于分析和控制设计的手段是：将系统的动态用能量的某种形式表达出来，然后进行控制设计。研究表明：Lagrange 描述方法或 Hamilton 系统方法已成为研究机械系统控制问题更直接、更有效的方法之一。Lagrange 函数是系统的动能与势能之差，而 Hamilton 函数则是系统的动能与势能之和。虽然机械系统可由经典的 Hamilton 系统表示，但对一般的机械系统来说，由于势能函数无下界，系统的总能量 (Hamilton 函数) 通常不能用作 Lyapunov 函数使用，这给系统的稳定分析和控制设计带来了极大的不便。因此，人们开始寻求新的 Hamilton 结构来重新刻画机械系统。

本书对机械系统新的 Hamilton 描述和控制问题进行了研究。首先，开发了一种数学工具 —— 统一偏导算子 (UP-DO) (该工具在本部分的推导中起着至关重要的作用)；其次，利用 UP-DO 给出机械系统内部各量之间的另一固有关系，并由此导出机械系统的一种新的 Hamilton 框架；最后，基于新得到的 Hamilton 框架，研究机械系统基于能量的控制问题，为机械系统建立了一套基于能量的控制设计新方法。

全书共分十一章，第一章介绍 Hamilton 系统的发展及相关问题的研究状况；第二章介绍本书所需要的基本知识，包括微分流形、向量场、Lie 导数、Lie 群、Poisson 流形等知识。后面的章节主要分为三大部分：第一部分包括第三章至第五章，主要研究 Hamilton 实现理论和实现方法，内容有自治非线性系统的广义 Hamilton 实现、近似耗散 Hamilton 实现、时变 Hamilton 系统的几何结构以及时变非线性系统的广义 Hamilton 实现等；第二部分包括第六章和第七章，主要研究广义 Hamilton 系统的控制理论，内容有 Hamilton 系统的鲁棒和自适应控制、Hamilton 系统的观测器设计以及有限多个 Hamilton 系统的同时镇定问题等；第三部分包括第八章至第十一章，主要是应用研究，内容有单机无穷大电力系统基于能量励磁控制、多机电力系统的耗散 Hamilton 实现、多机系统和带 SMES 设备的电力系统基于能量的鲁棒和自适应控制设计、机械系统新的 Hamilton 框架及基于能量控制设计等。

广义 Hamilton 系统方法或基于能量的控制方法，在非线性控制理论发展以及实

际系统控制设计中均具有举足轻重的地位和作用。作者相信,本书给出的理论和方法将对非线性控制理论和应用研究起到一定的启示和推动作用。

感谢导师程代展教授将我领入非线性控制领域,指导我从事 Hamilton 控制系统的研究。程老师对科学精益求精的态度、博大精深的学识、敏锐活跃的学术思想、忘我的工作精神,将影响我的一生,是我取之不尽、用之不竭的精神财富。同时,中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所的秦化淑教授、洪奕光教授给予了作者许多帮助和支持,在此表示衷心的感谢。

感谢清华大学李春文教授、香港城市大学冯刚教授、新加坡国立大学葛树志教授,作者在清华大学做博士后以及在香港和新加坡访问期间,三位教授都对作者的研究给予了极大的帮助和支持。

感谢中国科学院数学与系统科学研究院系统科学研究所和清华大学诸多院士和专家以及山东大学控制科学与工程学院的领导和同事们对作者研究工作的一贯支持。

由于本书内容的原创性和作者的水平有限,缺陷甚至错误在所难免,敬请有关专家和读者给予指正。

作　者

2007 年 1 月于山东大学

符 号 列 表

$M_{m\times n}$	$m\times n$ 矩阵集
M_n	$n\times n$ 矩阵集
$\otimes$	Kronecker 积
$\odot$	矩阵的 Hadamard 积
$\circ$	映射的乘积, 函数的复合运算
x^k	$\underbrace{x\otimes\cdots\otimes x}_{k},\ x\in\mathbb{R}^n$
$\mathrm{Diag}\{A_1,\cdots,A_n\}$	由块 $A_1,\cdots,A_n$ 作为对角元的矩阵
$\mathrm{col}(A_1,\cdots,A_n)$	$(A_1^T,\cdots,A_n^T)^T$
$\mathrm{tr}(A)$	A 的迹
$\sigma(A)$	A 的特征根
$\mathrm{Re}\sigma(A)$	A 的特征根的实部
A^{-T}	A 的转置逆
$A^{\perp}$	A 的零化因子
$T\mathcal{M}$	流形 $\mathcal{M}$ 的切空间
$T^*\mathcal{M}$	流行 $\mathcal{M}$ 的余切空间
$C^\infty(\mathcal{M})$	流形 $\mathcal{M}$ 上的 C^∞ 函数
$C^\omega(\mathcal{M})$	流形 $\mathcal{M}$ 上的解析函数
$V(\mathcal{M})$	流形 $\mathcal{M}$ 上全体光滑向量场集合
$V^\omega(\mathcal{M})$	流形 $\mathcal{M}$ 上全体解析向量场集合
$V^*(\mathcal{M})$	流形 $\mathcal{M}$ 上全体对偶向量场集合
$\left\{\frac{\partial}{\partial x_i}\right\}_{i=1}^n$	n 维切空间的基底
$\Phi_X^t(x_0)$	向量场 X 的以 x_0 为初值的积分曲线
$\{\cdot,\cdot\}$	Poisson 括号
$\{\cdot,\cdot\}_t$	广义时变 Poisson 括号
$[\cdot,\cdot]$	Lie 括号
$\langle\cdot,\cdot\rangle$	内积
$\mathrm{ad}_f^k g$	向量场 g 对 f 的 k 次 Lie 导数
$L_f^k h$	函数 h 对 f 的 k 次 Lie 导数
$\mathrm{Hess}(h(x))$	标量函数 $h(x)$ 的 Hesse 矩阵
$H(x)$	Hamilton 函数

∇H	H 的梯度
X_H	由 H 生成的 Hamilton 向量场
J_f	向量场 $f(x)$ 的 Jacobi 矩阵
F_*	切映射
F^*	余切映射
$GL(n,R)$	一般线性群
$gl(n,R)$	一般线性代数
$Sp(n,R)$	辛群
$sp(n,R)$	辛代数
$M(q)$	广义质量, 惯性矩阵
$\mathcal{K}(q,p)$	广义动能
$\mathcal{P}(q)$	广义势能

目　录

第一章 引 言

本章通过介绍 Hamilton 控制系统的研究现状, 阐述了本书的研究目的、研究内容和主要研究结果, 共分五节: 第一节介绍 Hamilton 系统的产生和发展; 第二节介绍广义 Hamilton 实现及研究现状; 第三节介绍广义 Hamilton 系统控制设计; 第四节对电力系统基于能量控制问题进行扼要评述; 第五节介绍机械系统 Hamilton 描述和基于能量控制问题.

§1.1 Hamilton 系统的产生和发展

Hamilton 系统的产生与发展具有深刻的实际背景. Hamilton 系统广泛存在于物理科学、生命科学及工程科学等众多领域, 特别是经典力学、天体力学、航天科学以及生物工程的很多模型都以 Hamilton 系统的形式出现. 在物理建模中, 经典的 Hamilton 方程起着重要的作用, 这些方程描述了包含力学和电磁系统在内的大部分保守物理系统的动态行为.

从牛顿力学出发, 经典 Hamilton方程对孤立的力学系统给出了完美的描述[1,2]. 对这样的一个系统, 记 q 为广义坐标, p 为广义动量, $M(q)$ 为广义质量, $\mathcal{K}$ 为动能, $\mathcal{P}$ 为势能, 那么系统的总能量可表示为

$$H = \mathcal{K} + \mathcal{P} = \frac{1}{2}p^T M^{-1}(q)p + \mathcal{P}(q) \tag{1.1.1}$$

H 称为系统的 Hamilton 函数, 由牛顿第二定律及变分原理, 经典的 Hamilton 运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{q} = \dfrac{\partial H}{\partial p} \\ \dot{p} = -\dfrac{\partial H}{\partial q} \end{cases} \tag{1.1.2}$$

显见,

$$\frac{dH}{dt} = 0 \tag{1.1.3}$$

这表明: 对一个无耗散的孤立力学系统, 系统的总能量是守恒的.

当有外力作用时，系统 (1.1.2) 变为

$$\begin{cases}\dot{q}=\dfrac{\partial H}{\partial p}\\ \dot{p}=-\dfrac{\partial H}{\partial q}+u\\ y=\dot{q}\end{cases}\tag{1.1.4}$$

这里，u 为广义力，从控制论的观点，可将其视为控制。$y=\dot{q}$ 是广义速度，被看作输出。在基于无源性的机器人控制设计中，就采用了这种形式 [3]。由系统 (1.1.4) 得

$$\frac{dH}{dt}=u^Ty\tag{1.1.5}$$

这表明：系统能量的变化等于外力所做的功。

记

$$J=\begin{bmatrix}0 & I_n\\ -I_n & 0\end{bmatrix},\quad x=(p,\ q)^T$$

则式 (1.1.2) 可表示为

$$\dot{x}=J\frac{\partial H}{\partial x}\tag{1.1.6}$$

而式 (1.1.4) 可表示为

$$\begin{cases}\dot{x}=J\dfrac{\partial H}{\partial x}+gu\\ y=dHg\end{cases},\quad g=\begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix}\tag{1.1.7}$$

形如式 (1.1.6) 或式 (1.1.7) 的 Hamilton 系统表示方法形式清晰、使用方便，但它依赖于坐标，这使得一些近代数学工具难以应用于 Hamilton 系统的研究。由于缺乏恰当的数学工具，Hamilton 系统的研究曾一度进展缓慢。近三十年来，由于辛几何理论的发展和成熟，Hamilton 系统理论有了较大的发展，辛几何为 Hamilton 系统理论研究奠定了坚实的基础 [1,2]。在文献 [1], [2], [4] 中，Abraham、Arnold 和 Libermann 等人都给出了 Hamilton 系统的完整几何结构。利用辛流形方法可以避免依赖于坐标的情形，如式 (1.1.6)、式 (1.1.7)。

给定一个辛流形 $(\mathcal{M},w)$，其中，$\mathcal{M}$ 是 n 维微分流形，w 是一个反对称、非退化、闭的 2- 形式。在局部坐标 x 上，w 可以看成一个作用在向量场上的双线性形式，即

$$w(X(x),Y(x))=X^T(x)N(x)Y(x)\tag{1.1.8}$$

其中，$X(x),Y(x)$ 是向量场，$N(x)$ 是一个反对称、非退化、满足下列 Jacobi 恒等式的矩阵：

$$\sum_{l=1}^{m}\left(N_{il}(x)\frac{\partial N_{jk}(x)}{\partial x_l}+N_{jl}(x)\frac{\partial N_{ki}(x)}{\partial x_l}+N_{kl}(x)\frac{\partial N_{ij}(x)}{\partial x_l}\right)=0$$