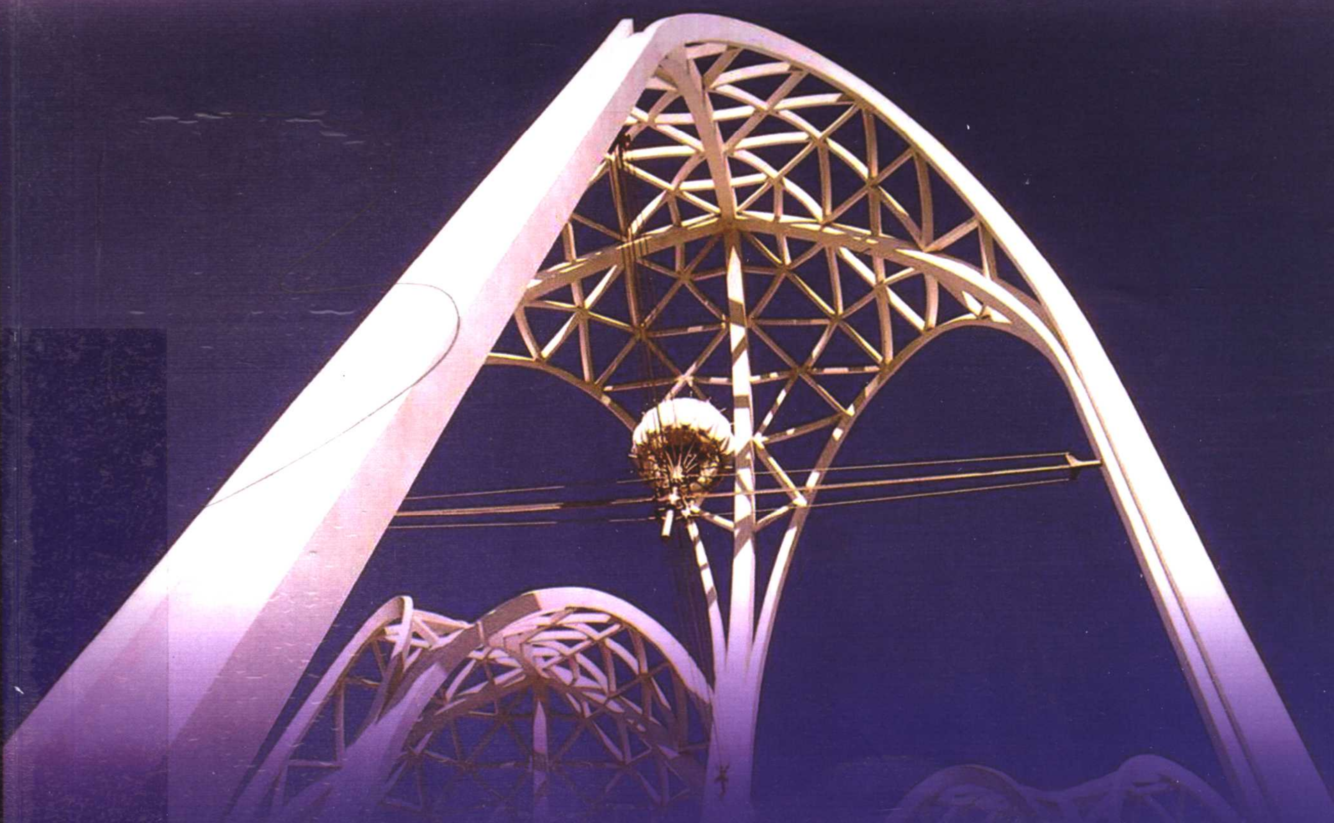
江苏省精品教材建设项目

振动理论与测试技术

Zhendong Lilun Yu Ceshi Jishu

殷祥超　编著



中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

江苏省精品教材建设项目

振动理论与测试技术

殷祥超　编著

中国矿业大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍了线性振动理论和测试技术基础。全书分为两部分：振动理论部分讲述了单自由度、多自由度和弹性体系统的振动分析方法及应用；测试技术部分讲述了机械振动参数的测试方法、常见振动测试仪器介绍和数据采集与信号处理技术，并介绍了试验模态分析技术。

本书内容由浅入深，注重分析方法和工程应用，可供力学、机械、土木等有关专业的本科生和研究生作为振动课程学习的教材或参考书，也可供从事振动研究和设计的工程技术人员参考。

图书在版编目(C I P)数据

振动理论与测试技术/殷祥超编著. ——徐州：中国矿业大学出版社，2007.8

ISBN 978-7-81107-692-9

Ⅰ.振… Ⅱ.殷… Ⅲ.①振动理论②测试技术 Ⅳ.032 TB4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 132341 号

书　　名　振动理论与测试技术
编　　著　殷祥超
责任编辑　何　戈
责任校对　杜锦芝
出版发行　中国矿业大学出版社
　　　　　　(江苏省徐州市中国矿业大学内　邮编 221008)
网　　址　http://www.cumtp.com　**E-mail**：cumtpvip@cumtp.com
排　　版　中国矿业大学出版社排版中心
印　　刷　江苏徐州新华印刷厂
经　　销　新华书店
开　　本　787×1092 1/16　**印张** 17.75　**字数** 443 千字
版次印次　2007 年 8 月第 1 版　2007 年 8 月第 1 次印刷
定　　价　26.00 元

前　言

随着科学技术的发展，对工程机械、建筑结构的设计要求越来越高，产品的设计过程已经要求进行动态设计，大型结构的破坏和灾难性的事故使得研究人员对振动的危害越来越重视，结构动力学分析和振动控制与利用已经成为工程研究领域的一个重要组成部分，而振动理论和测试技术是工程结构动力学分析的重要理论基础和分析手段。振动理论是工程力学、机械工程、土木工程等专业的一门重要的专业基础课程，是工科有关专业后续专业课程中进行结构动力学分析的基础，而振动分析和结构动力学研究离不开振动测试技术，所以在教学实践中将工程力学专业的机械振动和振动测试技术两门课程合为振动理论和测试技术，要求学生通过本课程的学习，能初步掌握振动分析的基本理论和计算方法，利用振动理论和测试技术研究和解决工程中的振动控制及相关问题。为了方便学生的学习，编写了振动理论和测试技术讲义，在几年的教学过程中不断吸收国内外新理论、新技术和新方法，不断修改、完善，最后成稿。

全书分为振动理论和测试技术两部分。振动理论部分共有七章，前三章内容是单自由度系统的振动理论、控制方法及其工程应用，这部分内容具有极为重要的工程应用意义，也是多自由度系统和弹性体系统的振动分析的基础；第四章和第五章主要是多自由度系统振动的矩阵分析方法和近似计算，介绍了振动分析的计算机应用；第六章和第七章介绍了弹性体振动和薄板振动的分析方法。测试技术部分也分为七章，第八章到第十一章介绍了振动测试系统的组成和常用的振动测试仪器；第十二章介绍了机械振动参数的基本测试方法；第十三章介绍了数据采集与信号处理技术；第十四章简单介绍了试验模态分析技术。本书逻辑清晰、由浅入深，具有一定的系统性，在注重数学分析方法的同时强调知识的工程应用，可作为本科生和研究生振动课程学习的教材，也可以作为自学的参考书，还可以供从事振动研究和设计的工程技术人员参考。

本书的编写工作得到了“江苏省精品教材建设项目”和“中国矿业大学工科力学基地建设项目”的资助，并由“中国矿业大学新世纪教材建设工程”资助出版，在编写的过程中得到了中国矿业大学教务处、理学院力学与工程科学系和力学实验中心的大力支持，在此表示感谢。

在本书编写过程中，参考了许多国内外专家的著作和相关文献，在此表示敬意和感谢。

本书由茅献彪教授审阅，并提出了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

感谢本书的编辑和出版社的工作人员的辛勤劳动。

最后，热忱地希望本书的使用者提出宝贵的意见，以便不断改进和完善。

作者

2007 年 6 月

作 者 简 介

殷祥超，男，1957年出生，教授，现任中国矿业大学理学院副院长，主要从事工程力学、振动理论与测试技术、结构动力分析和测试等方向的教学和科研工作。

目 录

概　论

机械振动是指物体在平衡位置附近所做的往复运动，这种振动可通过位移、速度、加速度等物理量随时间的变化来表示。日常生活和工程实际中经常遇到各种振动现象，如钟摆的振动、琴弦的振动、车船的振动、机床的振动、桥梁的振动等。振动具有两重性，在某些情况下，振动会带来一些危害：机床的振动会降低机械加工的精度和光洁度，危害结构的强度，发生大变形导致机器或结构的破坏甚至酿成灾难性的事故；如大桥因共振而破坏、烟囱因风振而倒塌、飞机因颤振而坠毁、高压电线因自振而拉断；车船的振动会引起人体的不适；由于振动而产生的噪声形成了严重的公害。振动也有有利的一面：振动给料机、振动筛选机、振动破碎机、振动球磨机、振动打桩、振动测桩、振动抛光等都是利用振动的特性进行工作的。随着生产技术的不断发展，现代工业对工程质量、产品精度、可靠性以及噪声的要求不断提高，在设计产品时必须考虑动态设计，对产品进行动态分析以便精确了解结构的振动情况，而动态设计中的一个重要方面就是振动分析，所以振动分析在工程设计中具有重要的实际意义。

研究振动的目的是为了更好地了解振动产生的原因，掌握它的运动规律，找出控制和消除振动的方法，从而能限制振动有害的一面，充分利用振动有利的一面。

机械振动研究的主要问题就是工程中常说的结构动力学问题。在结构动力学研究中，通常将工程结构、机械产品或机器的零部件等研究对象称为振动系统；把外界对于系统的作用称为输入（包括初始干扰、外部激振力等），也称为激励；把系统在激励作用下产生的动态行为称为输出，也称为系统的动态响应。如图 0-1 所示，系统的输入和输出的关系由系统的固有特性确定，从数学的观点来看，输入、输出和系统这三者中若知其中二者即可求出第三者，所以系统的固有特性、外界的激励和系统的响应这三者之间的关系构成了振动分析的全部研究内容，因此振动分析问题可以归纳为以下几类：

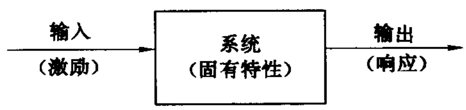


图 0-1

第一类，理论模态分析（振动分析的正问题）

系统的动力响应分析：已知系统的参数以及系统的激励求系统的响应问题。即对已知的产品进行分析，求出其位移、速度、加速度以及动应力等参数，以讨论结构的强度、刚度和允许的振动等。

系统的设计：在已知输入情况下设计系统的参数，使得系统输出的动态响应能满足一定的设计要求，这种情况也称为结构动力修改。

系统的动力响应分析是在产品或结构的设计和制造的后期对产品或结构进行验算分析，而系统的设计是在产品或结构的设计阶段对设计的方案和图纸进行动力响应验算分析，如果不符合设计要求可对原方案或图纸进行修改，直到系统输出的动态响应满足设计要求为止，这就是结构动力修改。

第二类,试验模态分析(振动分析的逆问题)

系统的参数识别:已知系统的输入(激励)和输出(响应)来求系统的动态参数,研究系统的固有特性,称为系统识别。系统的参数识别是振动分析的逆问题,它主要是通过振动试验中的试验模态分析技术来获得系统的固有特性(固有频率、模态振型、模态质量、模态刚度、模态阻尼等),需要具有相应的测试技术和实验设备。

环境预测:已知系统的特性和系统的输出来研究系统的输入,以判别系统的环境特性,这类问题称为环境预测。

工程实际中的振动系统一般来说总是比较复杂的,在进行振动研究时必须建立相应的力学模型。振动系统的力学模型可以按照其物理参数的分布特性分为离散系统和连续系统两大类。工程实际中的振动系统大多数为连续系统,例如杆、梁、轴、板、壳等构件的质量、弹性、阻尼等物理参数都是连续分布的,具有这种分布参数元件即弹性体元件的系统称为连续系统或分布参数系统,连续系统可以看成由无限多个质点组成,具有无限多个自由度,又称为无限自由度系统。连续系统在数学上一般用偏微分方程来描述。

在许多情况下,为了能够对系统进行振动分析和计算,需要将连续系统中的分布参数抽象成有限个离散的参数,即构成一个离散系统。离散系统是由集中参数元件所组成的,也称为集中参数系统,基本的集中参数元件有惯性元件、弹性元件和阻尼元件三种。惯性元件是对系统惯性的抽象,被看成只具有惯性(质量或转动惯量)的刚体;弹性元件是对系统弹性的抽象,被看成只具有弹性而不计质量的弹簧(拉伸弹簧或扭转弹簧),例如具有抗拉刚度、抗弯刚度、抗扭刚度的梁或轴,如果不计其质量可以抽象为弹簧,弹性力和变形的一次方成正比的弹簧称为线性弹簧;阻尼元件既不具有惯性也不具有弹性,仅为耗能元件,在有相对运动时产生阻力,阻尼元件通常表示为阻尼器,阻力与速度的一次方成正比的阻尼器称为线性阻尼器。离散系统具有有限个自由度,也称为多自由度系统,单自由度系统是其最简单的情况。离散系统在数学上用常微分方程来描述,方程的数目和系统的自由度数相等。

振动还可以根据运动微分方程的形式分为线性振动和非线性振动。线性振动系统只具有线性弹性元件、线性阻尼元件以及与运动参数(位移、速度、加速度等)无关的惯性元件,其描述运动的微分方程为线性微分方程,对于线性振动系统,线性叠加原理成立;如果振动系统中不仅具有上述线性元件,还具有其他非线性元件,则振动系统称为非线性振动系统,其描述运动的微分方程为非线性微分方程,对于非线性振动系统,线性叠加原理不再成立。

如果按照振动系统的输入来分类,可以分为自由振动、强迫振动和自激振动。

(1) 自由振动。即系统所受初始激励和原激励作用取消后系统不再受外界干扰情况下的振动。

(2) 强迫振动。即系统在外界激励持续作用下的振动。

(3) 自激振动。外界的激励受到系统振动本身的控制,激励与响应之间具有反馈特性,并有能源补充的振动。

如果按照振动系统的输出来分类,可以分为简谐振动、周期振动、非周期振动(也称为瞬态振动)和随机振动。

(1) 简谐振动。

(2) 周期性振动。

(3) 非周期性振动,也称瞬态振动。

(4) 随机振动:激励与响应不能用时间的确定函数来描述的振动。随机振动不能预测,需用概率统计的方法来研究。

系统的激励(输入)按照能否用确定性函数描述可分为两大类:确定性激励与随机激励。可以用时间的确定函数描述的激励称为确定性激励,如简谐激励、周期激励等;不能用时间的确定函数描述的激励称为随机激励。随机激励又可细分为窄带随机激励、宽带随机激励、白噪声激励和粉红噪声激励等。随机激励具有一定的统计规律性,可以用随机变量描述。

同样,响应也可以分为确定性响应与随机响应两大类:确定性系统(指系统特性是确定性的)在确定性激励作用下的响应也是确定的,称为确定性响应;确定性系统在随机激励作用下的响应是随机的,而随机系统无论受何种激励作用其响应都是随机的,统称为随机响应。

最近的非线性研究中表明:某些非线性系统具有一种内在的随机性,即使是在确定性的周期载荷作用下也会出现一种貌似无规则的运动,这种现象称为混沌(Chaos)现象,它是指在确定性系统中出现的类似随机的过程,这种过程可能由于对初始值的极其微小的扰动而有很大的变化,即系统对初始条件有很大程度的敏感依赖性。具有内在随机性的系统,实际的计算结果是无规则的,但这种无规则性又具有某种确定性的统计特征。非线性振动中的混沌研究本书不作讨论,可以参阅有关专著。

综上所述,工程实际中的振动问题分析不仅需要理论计算研究,同时也需要振动试验研究,在本书中将介绍工程振动分析中常用的振动理论基础和振动测试技术,以便于广大工程技术人员和科研人员在解决工程振动问题时参考。

第一章　简谐振动与频谱分析

周期振动是一种常见的振动形式，周期振动的特点是经过相同的时间系统将重复过去的运动。简谐振动是周期振动的一种最简单的形式，一般的周期振动可以借助傅立叶级数表示成一系列简谐振动(或称谐波)的叠加，该过程称作谐波分析。而非周期振动则需要通过傅立叶积分作谐波分析。周期振动与非周期振动中不同频率的谐波的幅值及相位，可以用图形来表示，这些图形称为频谱图。

第一节　简谐振动的表示方法

一、简谐振动的三角函数表示法

如果用 $x(t)$ 表示随时间变化的运动，则周期振动满足如下关系

$$x(t) = x(t + nT), \quad n = 1,2,3,\cdots \tag{1-1}$$

式中，T 称为振动的周期。

最简单的周期振动是以正弦或余弦的时间函数表示的振动，这种运动称为简谐振动。如用正弦时间函数表示，一般的简谐振动可以表示为

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{1-2}$$

其中，$x(t)$ 为振动位移；A 为振幅；ω 为圆频率；φ 为初相位。

由于简谐振动是一种周期运动，因而又可以表示为

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi n}{\omega}\right) + \varphi\right] \tag{1-3}$$

因此，简谐振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \tag{1-4}$$

式中，f 是振动的频率，它定义为单位时间内振动的循环次数，在国际单位制中频率 f 的单位是每秒钟的循环次数，称为赫兹，以 Hz 表示；ω 是系统振动的圆频率，它的单位是弧度每秒(rad/s)，在工程中它常常也简称为频率。ω 与 f 之间有如下关系

$$\omega = 2\pi f \tag{1-5}$$

式(1-2)表示的简谐函数可以看成是动点 P 沿半径为 A 的圆周逆时针以角速度 ω 匀速旋转时在铅垂轴上投影的运动规律，用图 1-1 可以清楚地表示简谐函数的运动规律。

式(1-2)的振动位移 $x(t)$ 对时间 t 求一阶导数和二阶导数就得到简谐振动的速度和加速度

$$v = \dot{x} = \omega A\cos(\omega t + \varphi) = \omega A\sin(\omega t + \varphi + \pi/2) \tag{1-6}$$

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi) = \omega^2 A\sin(\omega t + \varphi + \pi) \tag{1-7}$$

图 1-2 中的三条曲线表示了简谐振动的位移、速度、加速度之间的关系。

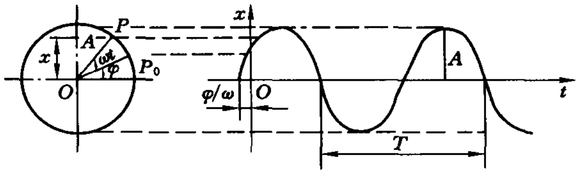


图 1-1　简谐函数的运动规律

比较式(1-2)、式(1-6)和式(1-7),由于振动位移、振动速度和振动加速度都是简谐函数,都具有相同的频率,振动速度的相位比位移相位超前 $\pi/2$,振动加速度的相位比位移相位超前 π,加速度与位移的关系为

$$\ddot{x}=-\omega^2 x \qquad (1\text{-}8)$$

即简谐振动加速度的大小与位移成正比,方向总是与位移方向相反,始终指向平衡位置,这是简谐振动的一个重要特征。

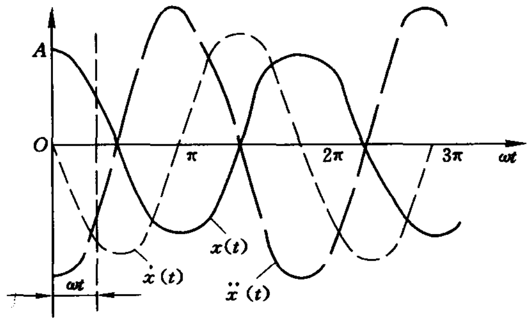


图 1-2　简谐振动的位移、速度、加速度之间的关系

二、简谐振动的矢量表示法

在振动问题的研究中常常用平面上的旋转矢量来表示简谐振动,如图 1-3 所示,长度为 OP 的矢量 $\boldsymbol{A}$ 以匀角速度 ω 从 OP_0 处开始绕 O 点逆时针旋转,在任一瞬时 t 矢量 $\boldsymbol{A}$ 的端点运动到了 P 点,$\boldsymbol{A}$ 与横坐标的夹角为 $\omega t+\varphi$。从图 1-3 可见,在任意瞬时,简谐振动的函数值 $A\sin(\omega t+\varphi)$ 就是矢量 $\boldsymbol{A}$ 在纵坐标轴上的投影,如果将 $\boldsymbol{A}$ 称为旋转矢量,它在铅垂轴上的投影 $x=A\sin(\omega t+\varphi)$ 表示一个简谐振动,同样它在水平轴上的投影为余弦函数,也表示一个简谐振动。所以任意简谐振动可以用一个旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 来表示。现仅取旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 在铅垂轴上的投影表示简谐振动,旋转矢量的模 A 就是简谐振动的振幅,它的旋转角速度 ω 就是简谐振动的圆频率。

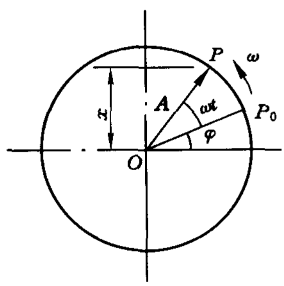


图 1-3　旋转矢量

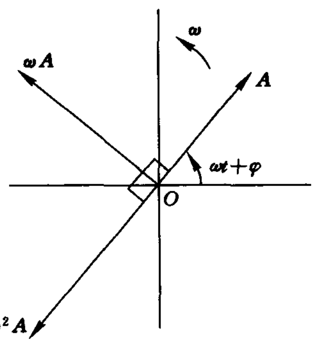


图 1-4　x、v、a 旋转矢量

由于简谐振动的速度和加速度也是简谐函数,因而也可用旋转矢量来表示,由式(1-6)

和式(1-7)可知，速度旋转矢量的模为 ωA，相位角超前位移旋转矢量 $\pi/2$；加速度旋转矢量的模为 $\omega^2 A$，相位角超前位移旋转矢量 π。位移、速度和加速度的三个旋转矢量见图 1-4。

当矢量旋转一周 2π，运动经历一个周期。这里 ω 代表矢量的旋转速度，这就是 ω 称为圆频率的由来。

三、简谐振动的复数表示法

简谐振动也可以用复数来表示，一个复数对应于复平面上的一个矢量，所以一个简谐振动对应于复平面上的一个旋转矢量，称为复数旋转矢量。记 $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$，复数矢量 $\boldsymbol{A}$ 的表达式为

$$\boldsymbol{A} = A\cos(\omega t + \varphi) + \mathrm{i}A\sin(\omega t + \varphi) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi)} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{1-9}$$

式中

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} \tag{1-10}$$

$\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}$ 不仅包含了简谐振动的振幅 A，而且也包含了初相位 φ，被称为复振幅。

复数旋转矢量在实轴和虚轴上的投影都是简谐振动，由于前面用旋转矢量在铅垂轴上的投影表示了简谐振动，所以这里同样采用复数旋转矢量在虚轴上的投影来表示简谐振动。取式(1-9)的虚部得

$$\begin{aligned} x &= \mathrm{Im}[\boldsymbol{A}] = \mathrm{Im}[\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}] = \mathrm{Im}[A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}] \\ &= \mathrm{Im}[A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi)}] = A\sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \tag{1-11}$$

为了简便起见，以后若不加说明，即表示省略虚部符号 Im，上式变为

$$x = \boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi+\mathrm{i}\omega t} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi)} \tag{1-12}$$

如图 1-6 所示，简谐振动的速度和加速度同样可以用复数旋转矢量来表示，简谐振动的速度和加速度用复数形式表示为

$$\dot{x} = \mathrm{i}\omega\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \mathrm{i}\omega A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi)} \tag{1-13}$$

$$\ddot{x} = -\omega^2\boldsymbol{A}_{\mathrm{F}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = -\omega^2 A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi)} \tag{1-14}$$

以上三种表示方法各有特点，三角函数表示法形式简单，比较直观；矢量表示法几何意义十分明确；复数表示法便于分析计算。

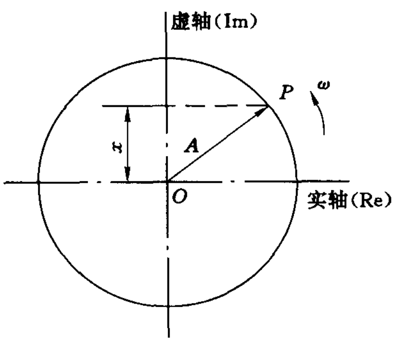


图 1-5　复数旋转矢量

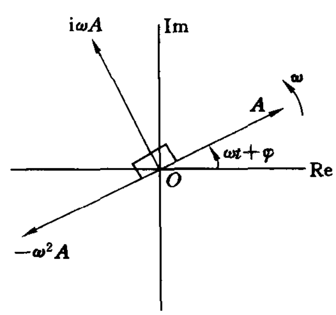


图 1-6　x、v、a 复数旋转矢量

四、简谐振动的合成

在振动分析中经常遇到简谐振动合成的问题，下面分几种情况讨论。

(一) 两个相同频率的简谐振动的合成

设有两个振动方向相同、频率相同而相位角不同的简谐振动

$$x_1 = A\sin(\omega t + \alpha)$$
$$x_2 = B\sin(\omega t + \beta)$$

用复数分别表示为 $x_1 = Ae^{i(\omega t+\alpha)}$ 和 $x_2 = Be^{i(\omega t+\beta)}$，因为两个振动方向相同，所以合成为

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = Ae^{i(\omega t+\alpha)} + Be^{i(\omega t+\beta)} = (Ae^{i\alpha} + Be^{i\beta})e^{i\omega t} \\ &= [(A\cos\alpha + B\cos\beta) + i(A\sin\alpha + B\sin\beta)]e^{i\omega t} \\ &= Ce^{i\varphi} \cdot e^{i\omega t} = Ce^{i(\omega t+\varphi)} \end{aligned}$$

即

$$x = C\sin(\omega t + \varphi) \tag{1-15}$$

式中

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{(A\cos\alpha + B\cos\beta)^2 + (A\sin\alpha + B\sin\beta)^2} \\ &= \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\alpha - \beta)} \end{aligned} \tag{1-16}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{A\sin\alpha + B\sin\beta}{A\cos\alpha + B\cos\beta}\right) \tag{1-17}$$

所以两个振动方向相同、频率相同的简谐振动合成的结果仍然是简谐振动，并且保持原来的简谐振动频率。

(二) 两个不同频率的简谐振动的合成

两个不同频率的简谐振动合成的结果不再是简谐振动，而且不一定是周期振动。当两个简谐振动的频率比为有理数时，合成的结果为周期振动；当两个简谐振动的频率比为无理数时，合成的结果为非周期振动。

设有两个振动方向相同、频率不同的简谐振动

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= A\sin(\omega_1 t + \alpha) \\ x_2 &= B\sin(\omega_2 t + \beta) \end{aligned}\right\} \tag{1-18}$$

当两个简谐振动的频率比为有理数时，即

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{n} \tag{1-19}$$

式中，ω_1、ω_2 为简谐振动的频率；T_1、T_2 为简谐振动的周期；m、n 为整数。取

$$T = mT_1 = nT_2 \tag{1-20}$$

当两个简谐振动合成时 $x = x_1 + x_2$，则

$$\begin{aligned} x(t+T) &= x_1(t+T) + x_2(t+T) \\ &= x_1(t+mT_1) + x_2(t+nT_2) = x_1(t) + x_2(t) = x(t) \end{aligned} \tag{1-21}$$

所以两个频率比为有理数的简谐振动 x_1、x_2 合成的结果是一个周期振动 $x(t)$，其振动周期就是 T。当频率比为无理数时，因为找不到这样一个周期 T，所以不能合成为周期振动。

(三) 两个相互垂直方向的简谐振动的合成

设有两个振动方向相互垂直的简谐振动，其表达式为