

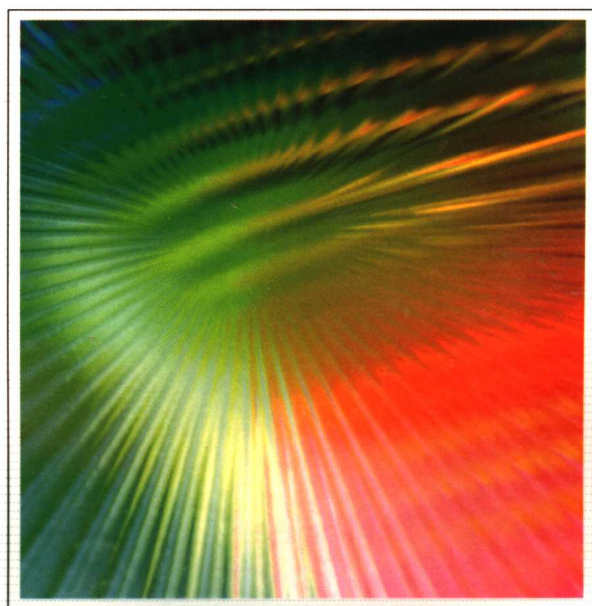
考研新干线

丛书主编 王凤兰

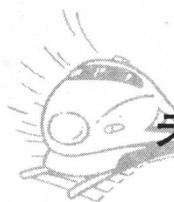
理论力学

常见题型解析及模拟题

钟家骥 谢晓梅 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press



考研新干线

理论力学

常见题型解析及模拟题

钟家骥 谢晓梅 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

理论力学常见题型解析及模拟题/钟家骥, 谢晓梅编
著. —北京: 国防工业出版社, 2007. 7
(考研新干线)
ISBN 978-7-118-04989-3

I. 理... II. ①钟... ②谢... III. 理论力学—研究
生—入学考试—解题 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 021372 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 23 $\frac{3}{4}$ 字数 550 千字

2007 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 35.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

《考研新干线》丛书编委会

丛书主编 王凤兰

编委会成员

秦安琳	金桂霞	程 鹏	蒋持平	樊昌信
申利民	刘长林	韩向春	丁天昌	苏 媛
王艳东	邱红专	许曰滨	刘遵仁	曲继方
王淑娟	王宇野	张华弟	董五洲	张德斌
聂国权	徐亚清	戴 民	王铁军	赵晓冬
杨 茜	李继勇	钟家骐	谢晓梅	

前 言

为了帮助报考理工科硕士研究生的读者理解、消化和掌握理论力学的理论、概念和方法,熟练地求解各种类型的理论力学习题,我们编写了此书。

本书根据教育部高等学校非力学专业力学基础课程教学指导分委员会 2004 年通过的理论力学课程教学基本要求,参照哈尔滨工业大学理论力学教研室《理论力学》第 5 版、第 6 版进行编写。

全书共 18 章。每章的内容包括基本概念、基本要求、重点与难点、例题精讲和自测题等几大部分。基本概念部分概括了每章的基本内容,包括:解题时所需的基本公式和方法;基本要求部分指出应重点掌握和熟练应用的内容;重点与难点部分着重阐述重点问题及容易混淆、出错、难以把握的问题;例题精讲部分精选了近年来一些重点大学的硕士入学考试的典型试题及若干竞赛题,不但给出了详细的解题步骤,而且给出了解题思路、提示、需要特别注意的问题,并尽可能地给出一题多解;为了便于复习,书中自测题部分精选了若干习题。附录中还附有若干套模拟试题及各章自测题答案。

全书对理论力学进行了系统的归纳总结,内容翔实、覆盖面广,无论是广度、深度,都独具特色。全书既力求简洁、精练,又力求准确、清晰、深入浅出,能够使考生在较短时间内掌握考试的重点及难点,准确掌握并熟练运用基本概念,拓宽解题思路及解题方法,特别有益于研究生入学应试复习。

由于作者水平有限,疏漏和错误之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

目 录

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析	1
1.1 重点与难点	1
1.1.1 基本概念	1
1.1.2 基本要求	5
1.1.3 重点·难点	5
1.2 例题精讲	6
1.3 自测题	10
第 2 章 平面汇交力系和平面力偶系	12
2.1 重点与难点	12
2.1.1 基本概念	12
2.1.2 基本要求	14
2.1.3 重点·难点	14
2.2 例题精讲	15
2.3 自测题	18
第 3 章 平面任意力系	21
3.1 重点与难点	21
3.1.1 基本概念	21
3.1.2 基本要求	23
3.1.3 重点·难点	23
3.2 例题精讲	26
3.3 自测题	33
第 4 章 空间任意力系	37
4.1 重点与难点	37
4.1.1 基本概念	37
4.1.2 基本要求	39
4.1.3 重点·难点	39
4.2 例题精讲	44
4.3 自测题	52
第 5 章 摩擦	55
5.1 重点与难点	55
5.1.1 基本概念	55
5.1.2 基本要求	56

5.1.3 重点·难点	56
5.2 例题精讲	57
5.3 自测题	65
第6章 点的运动学	69
6.1 重点与难点	69
6.1.1 基本概念	69
6.1.2 基本要求	72
6.1.3 重点·难点	72
6.2 例题精讲	73
6.3 自测题	80
第7章 刚体的简单运动	83
7.1 重点与难点	83
7.1.1 基本概念	83
7.1.2 基本要求	85
7.1.3 重点·难点	85
7.2 例题精讲	87
7.3 自测题	90
第8章 点的合成运动	93
8.1 重点与难点	93
8.1.1 基本概念	93
8.1.2 基本要求	94
8.1.3 重点·难点	95
8.2 例题精讲	101
8.3 自测题	112
第9章 刚体的平面运动	118
9.1 重点与难点	118
9.1.1 基本概念	118
9.1.2 基本要求	120
9.1.3 重点·难点	120
9.2 例题精讲	128
9.3 自测题	146
第10章 质点动力学基本方程	152
10.1 重点与难点	152
10.1.1 基本概念	152
10.1.2 基本要求	153
10.1.3 重点·难点	153
10.2 例题精讲	154
10.3 自测题	163
第11章 动量定理	166

11.1 重点与难点	166
11.1.1 基本概念	166
11.1.2 基本要求	168
11.1.3 重点·难点	169
11.2 例题精讲	171
11.3 自测题	176
第 12 章 动量矩定理	180
12.1 重点与难点	180
12.1.1 基本概念	180
12.1.2 基本要求	182
12.1.3 重点·难点	183
12.2 例题精讲	189
12.3 自测题	204
第 13 章 动能定理	211
13.1 重点与难点	211
13.1.1 基本概念	211
13.1.2 基本要求	214
13.1.3 重点·难点	214
13.2 例题精讲	218
13.3 自测题	231
第 14 章 达朗贝尔原理	238
14.1 重点与难点	238
14.1.1 基本概念	238
14.1.2 基本要求	241
14.1.3 重点·难点	241
14.2 例题精讲	244
14.3 自测题	256
第 15 章 虚位移原理	260
15.1 重点与难点	260
15.1.1 基本概念	260
15.1.2 基本要求	262
15.1.3 重点·难点	262
15.2 例题精讲	268
15.3 自测题	277
第 16 章 碰撞	282
16.1 重点与难点	282
16.1.1 基本概念	282
16.1.2 基本要求	285
16.1.3 重点·难点	285

16.2 例题精讲	286
16.3 自测题	294
第 17 章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	298
17.1 重点与难点	298
17.1.1 基本概念	298
17.1.2 基本要求	299
17.1.3 重点·难点	299
17.2 例题精讲	301
17.3 自测题	315
第 18 章 机械振动基础	319
18.1 重点与难点	319
18.1.1 基本概念	319
18.1.2 基本要求	322
18.1.3 重点·难点	323
18.2 例题精讲	325
18.3 自测题	334
附录	337
理论力学模拟试题一	337
理论力学模拟试题二	339
理论力学模拟试题三	342
理论力学模拟试题四	345
理论力学模拟试题五	349
理论力学模拟试题六	352
各章自测题参考答案	355
理论力学模拟试题一参考答案	365
理论力学模拟试题二参考答案	366
理论力学模拟试题三参考答案	366
理论力学模拟试题四参考答案	367
理论力学模拟试题五参考答案	368
理论力学模拟试题六参考答案	368
参考文献	370

第 1 章 静力学公理和物体的受力分析

1.1 重点与难点

1.1.1 基本概念

1. 力和力系的概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化或使物体变形。前者称为力的外效应或运动效应,后者称为力的内效应或变形效应。力对物体的作用效果取决于三个要素:力的大小、方向和作用点。力是定位矢量。

力系是指作用在物体上的一群力。

2. 刚体的概念

刚体是一种特殊的质点系,其上任意两个质点间的距离保持不变。刚体是实际物体的一种经过简化和抽象的力学模型。

3. 平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动。静力学主要研究物体或物体系的平衡规律。

4. 静力学公理

公理一 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点上的两个力可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。或者说,合力矢等于这两个分力矢的矢量和,如图 1-1 所示。

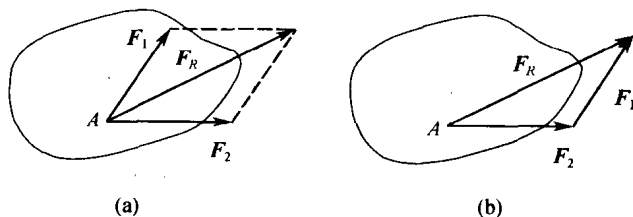


图 1-1

力的平行四边形法则是复杂力系简化的基础。

公理二 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的充要条件是:这两个力的大小相等、方向

相反,且作用在同一直线上。这两个力组成了一组最简单的平衡力系。

公理三 加减平衡力系原理

在作用于刚体上的任何一个力系上加上或减去任意的平衡力系,并不会改变原力系对刚体的作用。

推论一 力的可传性

作用在刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用,如图 1-2 所示。

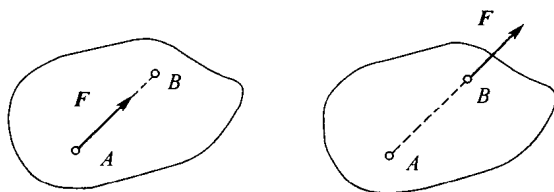


图 1-2

【提示】 对于刚体而言,力是滑动矢量。因而,作用在刚体上的力的三要素是:大小、方向和作用线。

推论二 三力平衡汇交定理

当刚体受三个力作用而平衡时,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

公理四 作用与反作用定律

任何两个物体相互作用的力,总是大小相等、方向相反,沿着同一直线,分别作用在这两个物体上。这里要注意的是,作用力与反作用力不是一对平衡力系,它们不是作用在同一刚体上。

公理五 刚化定理

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,则平衡状态保持不变。刚化定理建立了刚体静力学和变形体静力学之间的联系,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,而不是充分条件。

5. 约束和约束反力

对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束,约束对非自由体的作用力称为约束反力。约束反力的方向恒与该约束所能够阻碍的物体位移方向相反。工程中常见的约束类型及其相应的约束反力有以下几种。

(1) 光滑接触面约束。两物体间接触面的摩擦忽略不计时,可将这种接触的约束称为光滑接触面约束。这类约束不能限制物体沿约束表面切线的位移,只能阻碍物体沿接触表面法线并向约束内部的位移。约束反力作用在接触点处,方向沿接触表面的公法线,并指向被约束的物体。图 1-3(a)为水平光滑接触面约束,图 1-3(b)为曲面光滑接触面约束。

(2) 柔性体约束。由柔软的绳索、链条或胶带等构成的约束,称为柔性体约束。由于柔性体本身只能承受拉力,所以约束反力作用在接触点,方向沿着柔性体的轴线而背离被

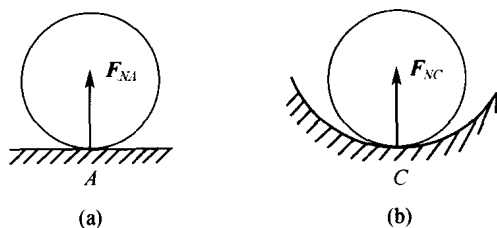


图 1-3

约束体。图 1-4(a)为绳索约束,图 1-4(b)为胶带约束。

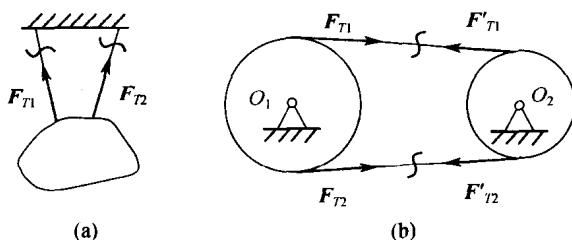


图 1-4

(3) 光滑铰链约束。光滑铰链约束包括固定铰链支座、圆柱铰链和向心轴承(或称径向轴承)等。这类约束只限制两物体沿销钉径向的相对移动,而不限制两物体绕铰链中心的相对转动或沿销钉轴向的位移。约束反力的作用线必通过圆柱销钉的轴心并垂直于轴线,其方向不能预先确定,通常用通过轴心的两个大小未知的正交分力来表示。图 1-5 (a)为固定铰链支座,图 1-5(b)为圆柱铰链,图 1-5(c)为向心轴承。

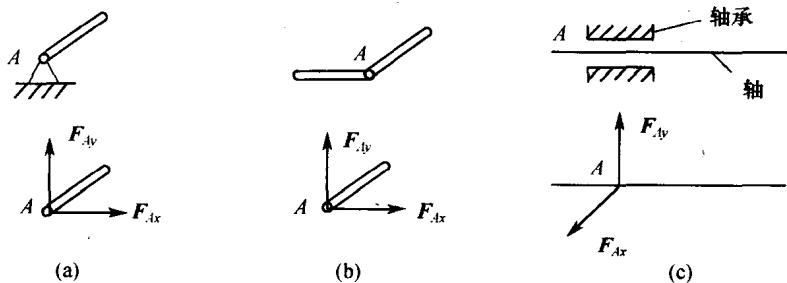


图 1-5

(4) 滚动支座(或称辊轴支座)。这种约束只能限制物体在支承面法线方向上的位移,所以约束反力必垂直于支承面,且通过铰链中心,如图 1-6 所示。

需要注意的是,滚动支座尽管用一个力表示其对被约束体的总体效果,和光滑接触面约束有相似之处。但是滚动支座的约束反力方向可以指向被约束体,也可以背离被约束体,这是和光滑接触面约束的本质区别。

(5) 固定端约束。这种约束不仅限制物体的移动,而且限制物体的转动。平面固定

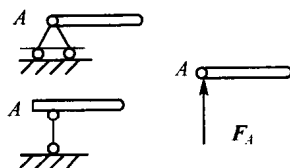


图 1-6

端约束反力用一对正交的分力和一个约束力矩表示,空间固定端约束用三个正交的分力和三个对轴的约束力矩表示。图 1-7(a)为平面固定端约束,图 1-7(b)为空间固定端约束。

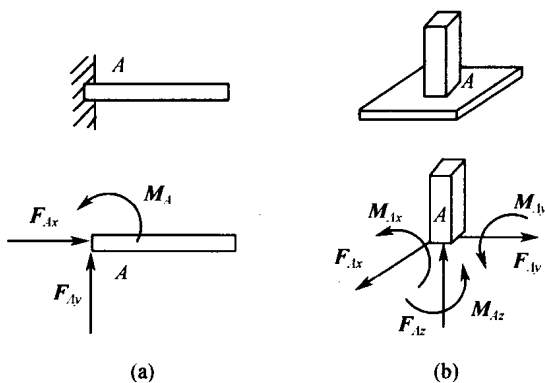


图 1-7

(6) 球铰链约束。通过圆球和球壳将两个物体连接在一起的约束称为球铰链约束。这类约束使物体可绕球心任意转动,而不能有任何位移。约束反力的作用线通过接触点和球心,但方向不能预先确定。通常用三个正交分力来表示,如图 1-8 所示。

球铰链约束和光滑铰链约束有相同之处也有不同之处,相同之处在于约束反力都为力,不同之处是光滑铰链的约束反力一般用两个相互正交的分力表示,是一个平面力,而球铰链的约束反力一般用三个相互正交的分力表示,是一个空间力。

(7) 止推轴承。止推轴承与径向轴承不同,它既能限制物体沿轴径向的位移,又能限制沿轴向的位移。因此,约束反力有三个正交分力,如图 1-9 所示。

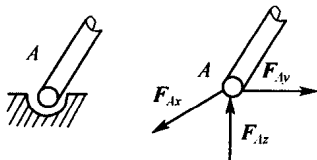


图 1-8

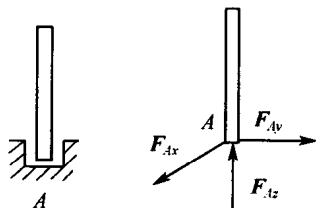


图 1-9

1.1.2 基本要求

- (1) 正确理解静力学的基本概念和静力学公理。
- (2) 掌握各种常见约束的类型和性质。
- (3) 熟练掌握物体受力分析的方法,正确画出研究对象的受力图。

1.1.3 重点·难点

1. 注意静力学公理的适用范围

静力学公理是静力学的理论基础,要注意各个公理的适用条件和范围。二力平衡条件和加减平衡力系原理仅适用于刚体,而力的平行四边形法则和作用与反作用定律则适用于任何物体,是一个普遍适用的法则。

2. 约束的性质及约束反力的特点

约束和约束反力是本章学习的一个重点。读者在学习的过程中要注意约束的结构、简图、性质和特点以及约束反力的画法。对于约束反力来说,同样需要确定其大小、方向和作用点三要素。

(1) 大小。约束反力与已知的主动力有关,其大小要通过静力学或动力学的方程求解,在后续章节中讨论。

(2) 方向。由约束本身的性质决定。约束反力的方向总是与物体受阻止的运动或运动趋势的方向相反。

(3) 作用点。被约束物体和约束物体的接触点。

3. 受力分析和受力图

确定物体或物体系统受到哪些力以及每个力的作用线位置和作用方向,称为受力分析。将所需研究的物体或物体系统从周围的物体中分离出来,单独画出它的简图,这个步骤称为取分离体或取研究对象。在研究对象上画出它所受到的全部作用外力(包括主动力和约束反力),这样的图形称为研究对象的受力图。对研究对象进行受力分析和绘制受力图是本章的重点和难点。

(1) 画受力图的基本步骤。正确地对研究对象进行受力分析和绘制受力图,是分析和解决力学问题的前提和关键,是学习理论力学的基本功,而根据约束性质正确画出约束反力的方向是画好受力图的关键。绘制受力图的一般步骤如下。

① 根据所研究的问题确定研究对象,取分离体。可以取单个物体作为研究对象,也可以取由多个物体组成的系统为研究对象。

② 在研究对象上画出全部的主动力。

③ 根据约束的类型,在解除约束的地方正确画出约束反力。

(2) 注意的问题。

① 不要漏画力。除重力、电磁力外,物体之间只有通过接触才有相互机械作用力,要分清研究对象(受力体)都与周围哪些物体(施力体)相接触,接触处必有约束力,力的方向由约束类型而定。

② 不要多画力。力是物体之间的相互机械作用,因此对于研究对象所受的每一个

力,都应能明确地指出是由哪个施力体施加的。

③ 不要画错力。约束反力的方向必须严格地按照约束的类型来画,不能单凭直观或根据主动力的方向来简单推想。在分析两物体之间的作用力和反作用力时要注意,作用力的方向一旦确定,反作用力的方向一定要与之相反,不要把箭头方向画错。

④ 在对物体系统进行受力分析时,要分清内力和外力。在受力图上只画外力,不画内力。

⑤ 要正确判断二力杆,并根据二力平衡条件和三力平衡汇交定理等理论对受力图进行简化。

⑥ 同一系统中各个研究对象的受力图应保证整体和局部的一致性。某处的约束反力的方向一旦确定,在整体、局部或单个物体的受力图上要与它保持一致。

1.2 例题精讲

【例 1-1】 试画出图中所示结构中 AC 构件的受力图。其中 AC、BC 构件的自重不计,所有接触处均为光滑接触。

解:(1)取 AC 构件为研究对象。根据 A、C 处铰链约束的性质,可画出 AC 构件的受力图如解 1-1 图(a)所示。

上述受力分析是正确的,但是不够深入全面。

(2) 对于 BC 构件来说,由于自重不计,且只在 B、C 两处受到铰链约束,因此 BC 构件是二力构件。在铰链中心 B、C 处分别受到 F_{BC} 、 F'_{CB} 的作用,作用线通过 B、C 连线,且 $F_{BC} = -F'_{CB}$ 。通过作用力与反作用力的关系,可知 AC 构件在 C 处的 F_{Cx} 和 F_{Cy} 可合成为 F_{CB} (它是 F'_{CB} 的反作用力),于是可画出如图(b)所示的受力图。

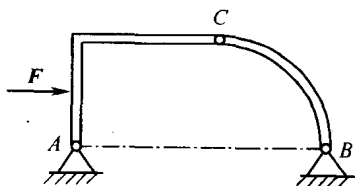
(3) 再对 AC 构件作进一步受力分析。铰链 A 处的约束力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 可合成为一个力 F_A 。因此,AC 构件在 F 、 F_A 和 F_{CB} 三个力作用下平衡,故可根据三力平衡汇交定理,确定铰链 A 处的约束力 F_A 的方向。点 D 为力 F 和 F_{CB} 作用线的交点,当 AC 构件平衡时,约束力 F_A 的作用线必通过点 D;至于 F_A 的指向,可由平衡条件确定。最后,可画出 AC 构件的受力图,如图(c)所示。

【讨论】

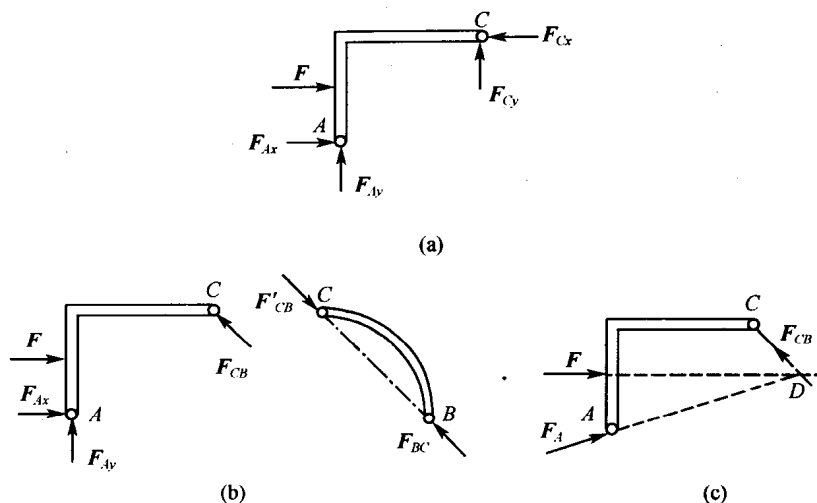
(1) 进行受力分析时,首先选择研究对象。对于一个系统,依次分析各个选定的对象,取出分离体,再在各自的分离体上画出相应的受力图。切记,不要在原图上画出各个研究对象的受力图。。

(2) 只在两个力作用下平衡的构件称为二力构件,简称二力杆。它所受的两个力必定沿两力作用点的连线且等值、反向。准确判断题目中存在的二力杆,将给后面的求解带来方便。例如,此题中的构件 BC。

(3) 对于系统中各部分间的相互作用力,应遵循作用力与反作用力关系。若作用力的方向一经假定,则反作用力的方向应与之相反,其力矢符号必须相对应,如图(b)所示的 F'_{CB} 和 F_{CB} 。



例 1-1 图



解 1-1 图

(4) 若两构件以圆柱销钉相连,则在图示构件铰接处,可不考虑销钉的具体位置。如在分析 AC 构件铰接处的受力时,销钉 C 铰接于 AC 构件上,或铰接于 BC 构件上,或单独取出,对 AC 构件的受力是无影响的,读者可以自行验证。

(5) 进行受力分析时,要全面分析和思考,运用静力学公理综合地画出研究对象的受力图。

【例 1-2】 试画出图中所示结构中各个构件及整体的受力图。其中各个构件的自重不计,所有接触处均为光滑接触。

解: 本题是一个刚体系统,共有构件 AC、CB、DE 和销钉 C 等,应分别画出其受力图。

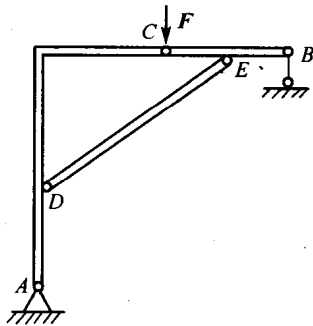
(1) 取整体作为研究对象,受力图如解 1-2 图(a)所示。其中 A 处为固定铰链支座,约束力为 F_{Ax} 和 F_{Ay} ; B 处为滚动支座,约束力为 F_B 。

(2) 取 DE 为研究对象,受力图如图(b)所示。DE 构件为二力构件,只受到沿铰链中心 D、E 连线的一对平衡力 F'_{DE} 和 F'_{ED} 的作用。

(3) 取 AC 为研究对象,受力图如图(c)所示。由于 C 处不带销钉,所以 AC 构件在 C 处受到销钉 C 对其的约束力 F_{Cx1} 和 F_{Cy1} 。D 点处所受力 F_{DE} 和图(b)中 DE 构件在 D 点处所受力 F'_{DE} 是作用力和反作用力的关系。

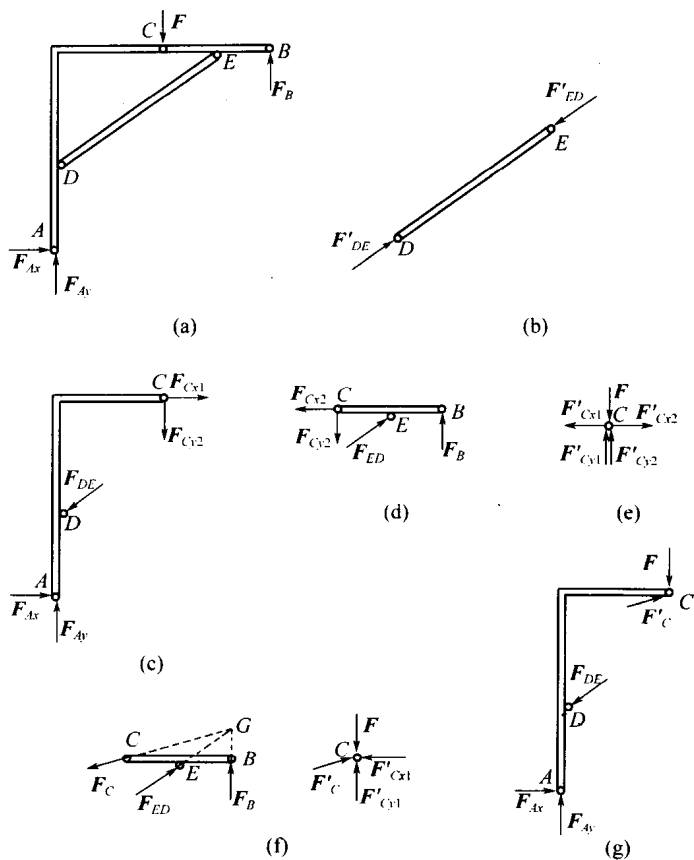
(4) 取 CB 为研究对象,受力图如图(d)所示。由于 C 处不带销钉,所以 CB 构件在 C 处受到销钉 C 对其的约束力 F_{Cx2} 和 F_{Cy2} 。E 点处所受力 F_{ED} 和图(b)中 DE 构件在 E 点处所受力 F'_{ED} 是作用力和反作用力的关系。

(5) 将销钉 C 单独取出,受力图如图(e)所示。力 F 为作用在销钉 C 上的主动力,同时销钉 C 又与 AC 和 CB 构件形成作用与反作用关系。AC 构件给销钉 C 的作用力 F'_{Cx1}



例 1-2 图

和 F'_{Cy1} 应与图(c)中的 F_{Cx1} 和 F_{Cy1} 为作用力和反作用力的关系; CB 构件给销钉 C 的作用力 F'_{Cx2} 和 F'_{Cy2} 应与图(d)中的 F_{Cx2} 和 F_{Cy2} 为作用力和反作用力的关系。



解 1-2 图

【讨论】

(1) 对于 CB 构件来说,由于销钉 C 对其的约束力 F_{Cx2} 和 F_{Cy2} 可合成为一个力 F_C , 因此 CB 构件在 F_{ED} 、 F_B 和 F_C 的作用下保持平衡,故根据三力平衡汇交定理,可确定 C 处的约束力 F_C 的方向。CB 构件和销钉 C 的受力如图(f)所示。

(2) 主动力 F 作用在销钉 C 上,因此,受力分析时,要明确销钉的位置,哪个构件带销钉,力 F 就作用于哪个构件上。本题在进行受力分析时,是把销钉 C 作为一个独立的研究对象进行分析,此时构件 AC 和 CB 均与销钉发生作用,构件之间没有相互作用。如果将销钉 C 带在构件 AC 上,主动力 F 就作用在构件 AC 上,受力图如图(g)所示。C 处的约束力 F'_C 为构件 CB 所施加,与图(f)中构件 CB 中 C 处的约束力 F_C 是作用力和反作用力的关系。

(3) 画系统的受力图时,只画外力,不画内力。当然,内力和外力的区分不是绝对的,只有相对于某一个研究对象才有意义。本题中,当把整个系统作为一个研究对象时,销钉对构件 AC 和 CB 的约束力均为内力,而将构件 AC 或 CB(都不带销钉)作为研究对象时,销钉对其的约束反力则为外力。