

[北 师 课 标 版]

导 学 诱 思
焦 点 突 破
融 会 贯 通

新
教
材

佳 点

高中数学 (必修 1)

 安徽教育出版社

[北 师 课 标 版]

N I H

J I A O

C A I

J I A O

D I A N

新
教
材

佳 点

高中数学

(必修 1)

总策划：安 星

编 者：黄严生

安徽教育出版社

责任编辑:张长举

新教材焦点(北师大课标版)

高中数学

(必修1)

安徽教育出版社出版发行

(合肥市回龙桥路1号)

新华书店经销 安徽联众印刷有限公司印刷

安徽飞腾彩色制版有限责任公司照排

*

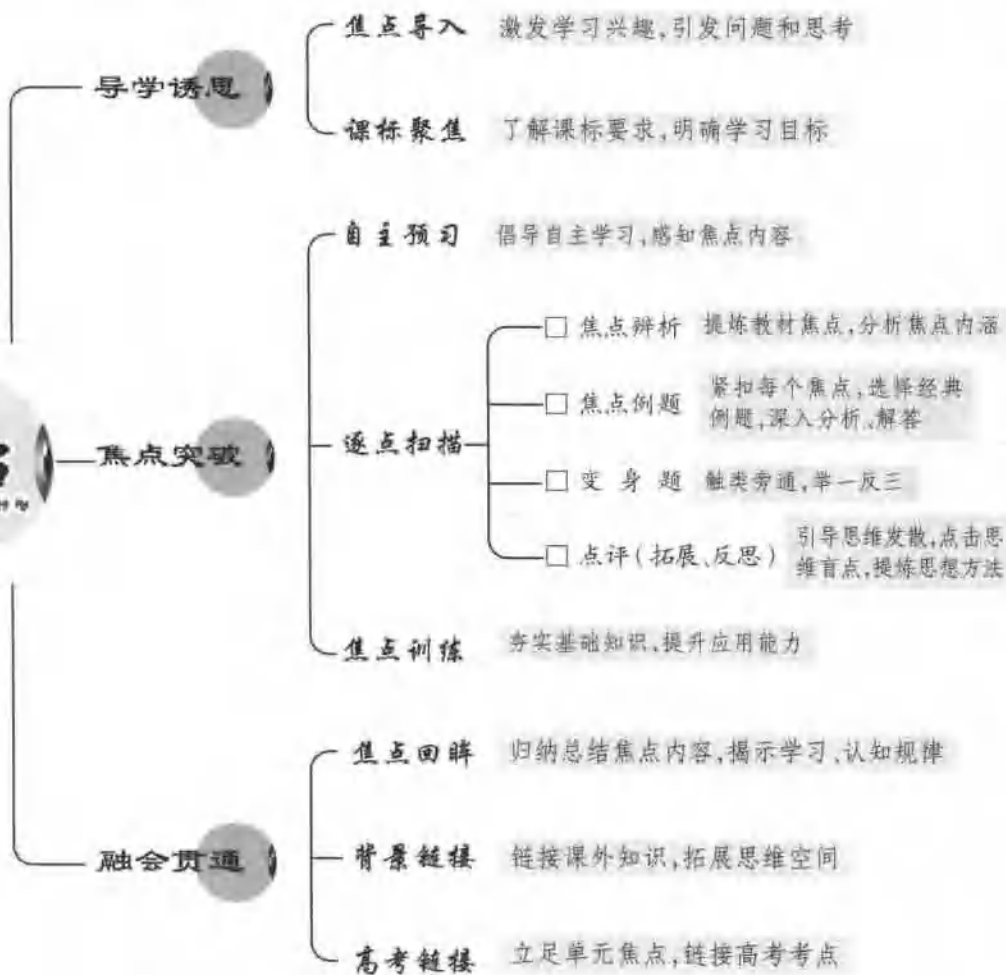
开本 880×1230 1/16 印张 9.5 字数 300 000
2007年8月第1版 2007年8月第1次印刷
ISBN 978-7-5336-4653-0

定价:14.80元

发现印装质量问题,影响阅读,请与我社出版科联系调换

电话:(0551)2823297 2846176 邮编:230063

内容导读



我学习 😊 我快乐

单元验收卷 (便于拆卸)

模块综合验收卷 (便于拆卸)

参考答案与简析 (另册装订)

《焦点》访谈

■ 问：《新教材焦点》书名比较独特，请问其主要含义是什么？

■ 答：本套书根据新课标要求和新教材特点，对新教材内容逐点扫描：直击重点，剖析难点，补遗盲点，关注热点，演练交点。五点聚焦，是大家关注的焦点，也是本套书的焦点。请看下列图示：



■ 问：请问书名《焦点》除了表示“五点聚焦”的编写理念外，是否还有什么特别的含义？

■ 答：《新教材焦点》是安徽教育出版社高中教育编辑部着力打造的第一套高中新课标同步教辅用书。高中部于2006年8月份成立，成立以后我们确立了围绕“焦点”二字打造高中品牌教辅的整体发展思路。安徽是教育大省，安徽教育出版社作为省内唯一教育类品牌出版社，一直备受全国市场关注。而随着我省新课标教材全面使用和高考命题权的进一步下放，安教社的高中学生读物也必然会成为广大师生关注的“焦点”。

■ 问：目前，市场上新课标同步类教辅较多，你们认为《焦点》最主要靠什么取胜？

■ 答：简而言之，一流的质量。编辑部在创意《新教材焦点》过程中，经过了半年多的详细的市场调研和样张征求意见后才确定最后的编写体例，每个学科的样稿都经过了3轮修订。另外，本套书网罗了全国的编写高手和学科专家。在遴选作者的过程中，我们要求首先必须是上过新课标教材的学科带头人；另外必须是写作能力较强的和有创造性思维的。写稿过程中编辑和作者共同讨论，反复推敲，不放过稿件中的每一点瑕疵。很多作者都感叹这次编稿是他们编得最辛苦的一次，也是收获最大的一次。有了这样一个创作团体，《焦点》的质量得到了有力的保证。

■ 问：确实，《焦点》制作精美，整体设计也很有特色。在内容安排上主要遵循怎样的原则？

■ 答：总原则是依据课标、紧扣教材、充分拓展。具体来说：激发学习兴趣，引导自主学习，强调基础夯实，注重能力提升，这些都是新课标所倡导的，在本套书中都通过具体栏目得以落实。实际上，

《焦点》访谈

新课标的这些理念渗透在本套书的每个栏目、每点讲解,甚至每道试题、每次点评中。另外在栏目顺序安排上也遵循新课标的要求:先兴趣导入,再自主学习,再总结归纳和思维拓展,而且每个栏目内容都充分考虑到其实用性,以方便学生自学和自测

■ 问:《焦点》立足于同步辅导,却提出了“放眼新课标高考”的口号,请问有何重要的意义?

※ 答:宏伟的大厦是一砖一瓦垒砌起来的,优异的高考成绩是平常一点一滴积累起来的。安教社焦点工作室着眼平常知识的积累,放眼未来的新课标高考,融高考的焦点于平常学习之中,在一点一滴的学习中,走近高考,体验高考。2009年新课标高考面临重大改革,安教社作为专业的教育类出版社,帮助学生从容应对新高考责无旁贷。《新教材焦点》将传达最新的高考信息,把握最新高考动向。《焦点》全体工作人员坚信:《焦点》一定会帮助学子成就精彩的人生,见证他们的每一点成长

■ 问:《新教材焦点》内容特色明显,质量一流,它无疑是高中学生新课标同步学习辅导的首选用书。请问学生如何使用才使达到最好的效果?

※ 答:《焦点》在编排时充分考虑到学生使用和课堂教学的方便,学生可以在老师指导下按编排顺序使用本书:

先浏览第一板块的“焦点导入”和“课标聚焦”,然后带着问题预习章节内容。第二板块的“自主预习”引导学生认真阅读课本,初步了解将要学习的内容;“逐点扫描”讲练紧密结合,讲解详细、透彻,变身题触类旁通;“焦点训练”梯度分明,分层训练,可以和课堂教学配套使用。第三板块功能是:归纳、总结、拓展、提高,可以在章节的课堂学习结束后使用。“单元验收卷”和“模块综合验收卷”附在本书最后,便于拆卸,学生可以在老师指导下使用,也可以用于自测。答案详解并另册装订。

另外,“我学习,我快乐”为学生在紧张学习之余提供了轻松、愉快的园地。

总之,只要像《焦点》所倡导的那样快乐、自主、自信地学习,就一定会事半功倍,梦想成真!



第一章 集合 1

§1 集合的含义与表示 1

§2 集合的基本关系 4

§3 集合的基本运算 6

第二章 函数 13

§1 生活中的变量关系 14

§2 对函数的进一步认识 16

§3 函数的单调性 26

§4 二次函数性质的再研究 29

§5 简单的幂函数 32

第三章 指数函数和对数函数 41

§1 正整数指数函数 42

§2 指数扩充及其运算性质 44

§3 指数函数 46

§4 对数 50

§5 对数函数 53

§6 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较 57

第四章 函数应用 64

§1 函数与方程 65

§2 实际问题的函数建模 70

第一章 集合 87

小节验收卷(一) 87

小节验收卷(二) 89

小节验收卷(三) 91

单元验收卷(A) 93

单元验收卷(B) 95

第二章 函数 97

小节验收卷(一) 97

小节验收卷(二) 99

小节验收卷(三) 101

单元验收卷(A) 103

单元验收卷(B) 105

第三章 指数函数和对数函数 107

小节验收卷(一) 107

小节验收卷(二) 109

单元验收卷(A) 111

单元验收卷(B) 113

第四章 函数应用 115

小节验收卷 115

单元验收卷(A) 117

单元验收卷(B) 119

模块综合验收卷(A) 121

模块综合验收卷(B) 125

参考答案与简析

第一章 集合

导学诱思

👑 焦点导入

某保密室安装电子门锁,有10个密码特征数 $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$.每个密码卡上都记着若干个密码特征数,当且仅当插入的三张密码卡能同时出现这10个密码特征数,电子门锁才能被打开.该保密室有工作人员 A,B,C,D,E 五人, A,B,C,D 所持的密码卡特征数的集合分别为 $\{0,1,2,3,4,5\},\{0,1,2,7,8,9\},\{0,4,5,6,7,9\},\{1,3,4,6,7,8\}$.你能知道 E 所持的密码卡上的特征数的集合吗?



👑 课标聚焦

1. 会用基本的集合语言表示有关的数学对象,能正确地区分一些简单集合之间的关系,并能进行集合的运算.
2. 能用集合的列举法和描述法表示集合.
3. 会求集合的交集、并集、补集.

焦点突破

§1 集合的含义与表示

记作_____.

3. _____表示集合的方法叫做列举法;_____表示集合的方法称为描述法.

4. 一般地,把含有限个元素的集合叫_____;
含无限个元素的集合叫_____;不含任何元素的集合叫_____,记作_____.

👑 自主预习

1. 一般地,指定的某些对象的全体称为_____,集合中的每个对象叫做这个集合的_____.
2. 如果 a 是集合 A 的元素,就说_____,记作_____;如果 a 不是集合 A 的元素,就说_____.

👑 逐点扫描

焦点一 集合的含义

1. 对于给定的集合,它的元素必须是确定的、互

不相同的.

2. 元素与集合的关系是“属于”与“不属于”的关系, 对于一个给定的元素 a , 和集合 A 的关系是 $a \in A, a \notin A$ 这两种情况之一, 不可能有第三种关系.

3. 判断元素 a 是否是集合 A 的元素, 实际上是判断元素 a 是否具有集合 A 中元素的共同特征.

例 1

用符号“ \in ”或“ \notin ”填空:

① $2 \in \{2, 1\}$; ② $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$;

③ $3.14 \in \mathbf{R}$; ④ $\pi \in \mathbf{Q}$;

⑤ $1 \in \{x \mid 2x - 3 > 0\}$;

⑥ $(1, 2) \in \{(x, y) \mid y = x + 1\}$.

【解答】 ① $2 \in \{2, 1\}$; ② $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$; ③ $3.14 \in \mathbf{R}$;

④ $\pi \notin \mathbf{Q}$; ⑤ $1 \in \{x \mid 2x - 3 > 0\}$;

⑥ $(1, 2) \in \{(x, y) \mid y = x + 1\}$.

【点评】 判断元素 a 与集合 A 的关系, 集合 A 用列举法表示的, 看元素 a 是否在集合 A 中出现, 若集合 A 中出现 a , 则 $a \in A$; 若集合 A 中没有出现 a , 则 $a \notin A$. 集合 A 用描述法表示的, 即 $A = \{x \mid p(x)\}$, 其中 $p(x)$ 是集合 A 中元素满足的条件, 若 a 适合条件 $p(x)$, 则 $a \in A$; 若 a 不适合条件 $p(x)$, 则 $a \notin A$.

变身题

1. 给出下列 5 个关系式: $2 \in \mathbf{N}, -1 \in \mathbf{N}, (\frac{1}{2})^0$

$\in \mathbf{Z}, \sqrt{2} \in \mathbf{Q}, \pi \in \mathbf{R}$, 其中正确的有()个.

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

2. 设集合 $A = \{x \mid 3x - 2 > 0\}$, 则 $\frac{1}{2} \in A$,

$\sqrt{2} \in A$. (填“ \in ”或“ \notin ”)

焦点二 集合的表示方法——列举法与描述法

1. 若集合中的元素是有限的, 可用列举法表示; 若集合中的元素是无限的, 一般用描述法表示.

2. 用描述法表示集合的方法是: 在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围, 再画一条竖线, 在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征, 即 $\{x \mid p(x)\}$, 其中 $p(x)$ 表示元素具有的共同特征.

例 2

用列举法或描述法表示下列集合(可用两种方法的用两种方法表示):

(1) 一元二次方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的所有实数解组成的集合;

(2) 绝对值小于 5 的整数组成的集合;

(3) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的自变量取值的集合;

(4) 函数 $y = x^2 + 1$ 的函数值组成的集合.

【分析】 (1)和(2)两小题是有限集, 可以求出集合中的各个元素, 因此可用列举法或描述法表示; (3)和(4)两小题是无限集, 不能将集合中元素一一求出来, 但能求出集合中的元素满足的条件, 一般不能用列举法表示, 用描述法表示.

【解答】 (1) 设方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的实数根为 x , 并且满足 $x^2 - 4x - 5 = 0$, 因此, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4x - 5 = 0\}$; 方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 有两个实数根 $-1, 5$, 因此, 用列举法表示为 $\{-1, 5\}$.

(2) 绝对值小于 5 的整数组成的集合, 用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 5\}$; 用列举法表示为 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

(3) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的自变量取值就是使 $\frac{1}{x-1}$ 有意义, 于是 $x - 1 \neq 0$, 所以 $x \neq 1$, 用描述法表示为 $\{x \mid x \neq 1, x \in \mathbf{R}\}$.

(4) \because 函数 $y = x^2 + 1$ 的最小值为 1, $\therefore y \geq 1$, \therefore 用描述法表示为 $\{y \mid y \geq 1\}$.

【点评】 一般地, 有限集可用列举法表示, 无限集用描述法表示, 但用描述法表示集合时, 要准确地求出集合中元素满足的条件, 并进行化简, 使条件尽可能简单明了.

变身题

3. 用列举法表示下列集合:

(1) 集合 $\{x \mid x^2 = 9, x \in \mathbf{R}\}$;

(2) 集合 $\{x \mid 8 < x < 12, x \in \mathbf{Z}\}$.

4. 用描述法表示所有奇数组成的集合:

_____.

重点三 平面直角坐标系内点集中元素用有序实数对表示

平面直角坐标系内点集的一般表示形式为： $\{(x, y) | p(x, y)\}$ ，其中 $p(x, y)$ 表示集中元素点的坐标 (x, y) 所具备的条件。

✦ 例3

已知集合 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x + 3\}$, $a \in A, a \in B$, 求元素 a 。

【分析】 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$ 表示函数 $y = 2x - 1$ 图像上所有点组成的集合, $B = \{(x, y) | y = x + 3\}$ 表示函数 $y = x + 3$ 图像上所有点组成的集合, 因此, 元素 a 表示函数 $y = 2x - 1$ 图像与函数 $y = x + 3$ 图像的交点。

【解答】 元素 a 是方程组 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$ 的解, 于是 a 为点 $(4, 7)$ 。

【点评】 本题中集合元素的特征是有有序实数对, 表示平面直角坐标系内的点, 注意集合 $M = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$ 与 $N = \{x | y = 2x - 1\}$ 的区别, 集合 M 是平面直角坐标系内直线 $y = 2x - 1$ 上的点组成的集合, 而集合 N 是函数 $y = 2x - 1$ 的自变量取值的集合, N 是数集, 两者有本质的区别。

✦ 例4

已知集合 $M = \{-2, 3x^2 + 3x - 4, x^2 + x - 4\}$, 若 $2 \in M$, 求满足条件的实数 x 组成的集合。

【分析】 分类求出 x 的值: (1) 当 $3x^2 + 3x - 4 = 2$ 时; (2) 当 $x^2 + x - 4 = 2$ 时。

要对求出的 x 值进行检验, 不符合集合中元素特征的就舍去。

【解答】 若 $3x^2 + 3x - 4 = 2$, 则 $x = -2$, 或 $x = 1$ 。

当 $x = -2$ 时, $x^2 + x - 4 = -2$, $\therefore x \neq -2$ 。

当 $x = 1$ 时, $x^2 + x - 4 = -2$, $\therefore x \neq 1$ 。

若 $x^2 + x - 4 = 2$, 则 $x = -3$, 或 $x = 2$ 。

当 $x = -3$ 时, $3x^2 + 3x - 4 = 11$ 。

当 $x = 2$ 时, $3x^2 + 3x - 4 = 11$ 。

综上所述, 满足条件的实数 x 组成的集合为 $\{-3, 2\}$ 。

【点评】 根据条件求集合的元素中所含参数时, 要对计算结果进行检验, 使结果符合集合中元素互不相同的特性。

● 变身题

5. 已知直线 $y = 2x + 3$ 上的点集为 P , 那么 $P =$ _____, 点 $(2, 7)$ 与 P 的关系为: $(2, 7)$ _____ P 。

6. 已知集合 $A = \{x | mx = 4\}$, $-3 \in A$, 那么 $m =$ _____。

👑 焦点训练

☞ 秀实

1. 下列各组对象能构成集合的是()。

- A. 某校高一(2)班全体学生
- B. 某校高一(2)班成绩好的学生
- C. 某校高一(2)班个子高的学生
- D. 某校高一(2)班视力差的学生

2. 下列表示正确的是()。

- A. $-1 \in \mathbf{N}$
- B. $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$
- C. $0.5 \in \mathbf{Z}$
- D. $0 \in \mathbf{Q}$

3. 设 $P = \{x | x \leq \sqrt{15}\}$, $m = 3\sqrt{2}$, 则 m _____ P 。

4. 方程组 $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$ 的解集是 _____ (用

列举法表示)。

5. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 小于 10 的自然数;
- (2) 方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的解组成的集合;
- (3) 不等式 $2x - 6 < 0$ 的解集;
- (4) 方程 $x + y - 3 = 0$ 的解集。

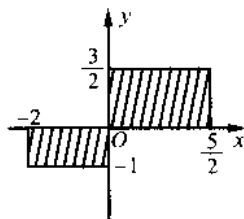
6. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = kx + b\}$, $(0, 1) \in A$, $(1, 2) \in A$, 求 k, b 的值。

能力能升

7. 若集合 $A = \{x | kx^2 + 4x + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 是单元素集, 则 k 的值为().
 A. 1 B. 0 C. 0 或 1 D. -1 或 1
8. 已知 $1 \in A = \{x | x^2 + mx - 3 = 0\}$, 求 m 的值, 并用列举法表示集合 A .

能力能究

9. 用适当的方法表示下图中的阴影部分的点(含边界上的点)组成的集合 M .



§ 2 集合的基本关系

自主预习

1. 一般地, 对于两个集合 A, B , _____, 则称集合 A 是集合 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$. 若 _____, 则称集合 A 是集合 B 的真子集. 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 则集合 A 与集合 B _____.

2. 任何集合是它本身的 _____; 空集是任何集合的 _____; 对于集合 A, B, C . 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 则 _____.

逐点扫描

知识点一 子集与空集的概念

1. 空集是任何集合的子集; 任何集合都是它本身的子集.
2. 元素与集合、集合与集合之间关系的区别: 元素与集合的关系是“属于”与“不属于”的关系, 元素与集合之间分别用符号 \in, \notin 连接. 集合与集合的“包含于”、“包含”、“不包含于”、“不包含”分别用符号 $\subseteq, \supseteq, \not\subseteq, \not\supseteq$ 连接.

* 例 1

- 给出 1 个关系式: (1) $0 \in \emptyset$, (2) $\{0\} \supseteq \emptyset$, (3) $\emptyset \in \{\emptyset\}$, (4) $\emptyset = \{0\}$. 其中正确的个数是().
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【分析】“ \emptyset ”表示不含任何元素的集合, “ $\{0\}$ ”含有元素 0.

【解答】空集 \emptyset 不含任何元素, \therefore (1) 不正确; 集合 $\{\emptyset\}$ 含有元素 \emptyset , 空集是任何非空集合的真子集, \therefore (2) 和 (3) 均正确; $\{0\}$ 是非空集合, \therefore (4) 不正确. 故选 C.

【点评】符号“ \in ”, “ \notin ”都是表示元素与集合之间的关系, 符号“ \supseteq ”, “ \supseteq ”, “ \subseteq ”, “ \supseteq ”都是表示集合与集合之间的关系.

● 变式题

1. 用适当的符号填空:
 (1) $\{\text{菱形}\}$ _____ $\{\text{平行四边形}\}$;
 (2) \emptyset _____ $\{x | x^2 + 1 = 0\}$;
 (3) 0 _____ $\{0\}$;
 (4) \emptyset _____ $\{0\}$;
 (5) $\{0\}$ _____ \mathbf{N} .
2. 下列关系正确的是().
 A. $3 \in \{y | y = x^2 + \pi, x \in \mathbf{R}\}$
 B. $\{(a, b)\} = \{(b, a)\}$
 C. $\{(x, y) | x - y = 0\} \subseteq \{(x, y) | x^2 - y^2 = 0\}$
 D. $\{x \in \mathbf{R} | x^2 - 2 = 0\} = \emptyset$

❖ 例2

若集合 $A = \{(x, y) | x + y - 2 = 0 \text{ 且 } x - 2y + 4 = 0\} \subseteq B = \{(x, y) | y = 3x + b\}$, 求实数 b 的值.

【分析】集合 A 表示二元一次方程组的解集, 是单元素集, 元素是有序实数对, 集合 B 是二元一次方程的解集, 是无限集. 求出 A 所含的元素, 再代入 $y = 3x + b$.

【解答】 $A = \{(x, y) | x + y - 2 = 0 \text{ 且 } x - 2y + 4 = 0\} = \{(0, 2)\}$,

将 $(0, 2)$ 代入 $y = 3x + b$, 得 $b = 2$.

● 变身题

3. 若 $\{(-1, 0), (1, 2)\} \subseteq \{(x, y) | y = kx + b\}$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

焦点二 运用集合之间关系分析问题

1. 运用集合之间关系求参数的值, 实际上就是将集合之间的关系转化为求方程或方程组的解.

2. 运用集合之间关系求参数的取值范围, 实际上就是将集合之间的关系转化为求不等式或不等式组的解集, 常要利用数轴进行分析.

❖ 例3

(1) $P = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $S = \{x | ax + 2 = 0\}$, $S \subseteq P$, 求 a 的值;

(2) $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

【分析】(1) $P = \{3, -1\}$, S 是空集或单元素集; 若 S 是空集, 则 $a = 0$; 若 S 是单元素集, 则 S 中的单元素是 3 或 -1 .

(2) 若 B 不是空集, 利用数轴分析, 则 $-2 \leq m + 1$, $2m - 1 \leq 5$, $m + 1 \leq 2m - 1$;

若 B 是空集, 则 $2m - 1 < m + 1$.

【解答】(1) $a = 0$, $S = \emptyset$, $\emptyset \subseteq P$ 成立;

$a \neq 0$, $S \neq \emptyset$, 由 $S \subseteq P$, $P = \{3, -1\}$,

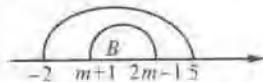
得 $3a + 2 = 0$, $a = -\frac{2}{3}$ 或 $-a + 2 = 0$, $a = 2$.

$\therefore a$ 的值为 0 或 $-\frac{2}{3}$ 或 2 .

(2) $B = \emptyset$, $m + 1 > 2m - 1$, $m < 2$, $\emptyset \subseteq A$ 成立;

$B \neq \emptyset$, 由题意得

$$\begin{cases} m + 1 \leq 2m - 1, \\ -2 \leq m + 1, \\ 5 \geq 2m - 1. \end{cases} \text{ 解得 } 2 \leq m \leq 3.$$



$\therefore m < 2$ 或 $2 \leq m \leq 3$, 即 $m \leq 3$ 为取值范围.

【点评】(1) 特殊集合 \emptyset 是任何集合的子集, 在分析集合与集合之间关系时常易漏掉.

(2) 掌握分类讨论、数形结合(运用数轴分析)数学思想在解题中的应用.

● 变身题

4. 设集合 $A = \{x | |x - a| < 2\}$, $B = \{x | -2 < x < 3\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为().

- A. $\{a | 0 \leq a \leq 1\}$ B. $\{a | 0 < a < 1\}$
C. $\{a | 0 < a < 1\}$ D. $\{a | 0 \leq a < 1\}$

👑 焦点训练

基础夯实

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, 则集合 A 与 B 的关系是().

- A. $A = B$ B. $A \subseteq B$
C. $A \supseteq B$ D. $B \subseteq A$

2. 已知集合 $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 则集合 A 与 B 的关系是().

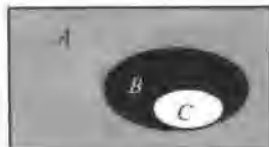
- A. $A = B$ B. $A \subseteq B$
C. $B \subseteq A$ D. $B \supseteq A$

3. 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 则这样的集合 A 有()个.

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

4. 满足 $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X 的个数为_____.

5. 下图中集合 A, B, C 间的关系是_____.



6. 已知集合 $A = \{x | a - 1 \leq x \leq a + 2\}$, $B = \{x | 3 < x < 5\}$, 且 $A \supseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

能力提升

7. 集合 $M = \{x | x = k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = (2k + 1)\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 M, N 的关系是().

- A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$
C. $M = N$ D. $M \subseteq N$

8. 集合 $A = \{3, a + 1\}$, $B = \{2, a^2 + 2a\}$, 若集合 $A = B$, 求实数 a 的值.

综合探究

9. 若集合 $A = \{x | x = a^2 + 2a + 4, a \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{R}\}$, 试确定 A 与 B 的关系.

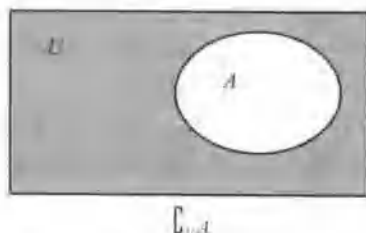
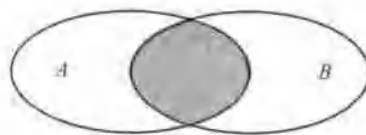
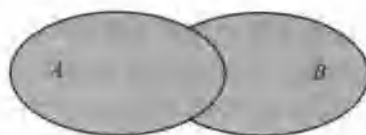
§3 集合的基本运算

自主预习

1. 由_____的集合, 称为集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B =$ _____.

2. 由_____的集合, 称为集合 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B =$ _____.

3. 一般地, 如果一个集合含有我们所研究问题中所涉及的所有元素, 那么就称这个集合为全集, 通常用 U 表示. 对于一个集合 A , 由_____的集合, 称为集合 A 相对于全集 U 的补集, 记作 $\complement_U A$, 即 $\complement_U A =$ _____.



逐点扫描

焦点一 集合的交集与并集、补集的概念

1. 求两个集合的交集就是求这两个集合公共元素组成的集合; 求两个集合的并集就是将这两个集合中元素并在一起, 但相同的元素只能出现一次; 求一个集合的补集时, 先确定全集, 再将全集中属于这个集合的元素去掉, 剩下的元素组成的集合就是这个全集中的补集.

2. 会用 Venn 图表达集合间的关系.

❖ 例1

已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 2 < x < 7\}$, $B = \{x | -1 < x < 5\}$, 求 $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

【分析】先求出 $A \cup B$, $\complement_U A$, $\complement_U B$, 然后求出 $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

【解答】 $\because A \cup B = \{x | -1 < x < 7\}$,

$\therefore \complement_U(A \cup B) = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7\}$.

$\because \complement_U A = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 7\}$,

$\complement_U B = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 5\}$,

$\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7\}$.



【点评】利用数轴来分析集合的交、并、补等运算是常用的方法。

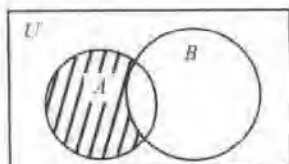
● 变式题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5, 7\}$, 求 $A \cup B$ 及 $A \cap B$.

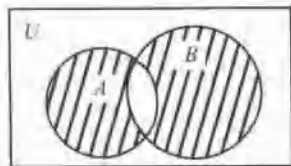
2. 已知全集 $U = \{x | x \geq -2\}$, $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$, 试求 $\complement_U(A \cup B)$ 及 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

❖ 例2

用集合的运算表示下列各图中阴影部分所表示的集合.



(1)



(2)

【分析】图(1)阴影部分表示的集合是由集合A的元素与B的补集的公共元素组成的集合；图(2)阴影部分表示的集合是由集合A与B的交集的补集和A与B的并集的公共元素组成的集合。

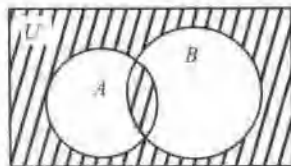
【解答】图(1)阴影部分表示的集合是 $A \cap (\complement_U B)$;

图(2)阴影部分表示的集合是 $[\complement_U(A \cap B)] \cap (A \cup B)$.

【点评】用Venn图研究集合之间的关系时，从图形入手，先分析所研究的对象是由哪些集合中的元素组成的，然后运用集合的运算表示。

● 变式题

3. 用集合的运算表示下图中阴影部分所表示的集合.



焦点二 集合语言与符号语言的转化

两个集合有多种关系，将集合的运算符号转化为等量关系，求参数的值；将集合的运算符号转化为不等关系，求参数的取值范围，利用数轴分析研究不

等式组的解集.

❖ 例 3

设 $A = \{x | a - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | (ax - 1)(x - 3) = 0\}$. 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值.

【分析】 用列举法表示集合 A ; 集合 B 是 $\{3\}$ 或 $\{3, \frac{1}{a}\}$. 由 $A \cup B = A$ 知 $B \subseteq A$.

【解答】 当 $a = 0$ 时, $B = \{3\}$,
显然有 $A \cup B = A$;

当 $a \neq 0$ 时, $B = \{3, \frac{1}{a}\}$.

又 $A = \{-1, 3\}$, $A \cup B = A$,

所以 $\frac{1}{a} = -1$, 因此 $a = -1$.

综上所述, $a = 0$ 或 $a = -1$.

【点评】 空集是任何集合的子集, 任何集合与其子集的并集都等于其本身. 若 $A \subseteq B$, 则分两类情况进行讨论: (1) $A \subseteq B$; (2) $A = B$.

❖ 例 4

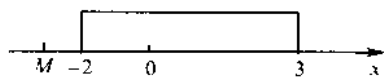
已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x - a > 0\}$, 求下列情况下 a 的取值范围:

(1) $A \subseteq B$; (2) $A \cap B \neq \emptyset$; (3) $A \cap B = \emptyset$.

【分析】 把集合 A 表示的数集在数轴上表示出来, 根据实数 a 在数轴上对应的点的位置进行分类讨论.

【解答】 $B = \{x | x - a > 0\} = \{x | x > a\}$.

集合 A 在数轴上表示如下图所示:



设实数 a 对应点 M .

(1) 当点 M 在点 -2 左侧, 即 $a < -2$ 时, $A \subseteq B$.

(2) 当点 M 在点 3 左侧, 即 $a < 3$ 时, $A \cap B \neq \emptyset$.

(3) 当点 M 在点 3 右侧或与点 3 重合时, 即 $a \geq 3$ 时, $A \cap B = \emptyset$.

【点评】 注意何时取等号, 要根据条件仔细进行分析.

● 变身题

4. 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - a \leq 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 的取值范围是().

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-1, -\infty)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $[-1, 1]$

焦点三 运用集合的运算解决实际问解

运用集合的运算分析实际问题时, 通常画出 Venn 图, 根据 Venn 图分析问题.

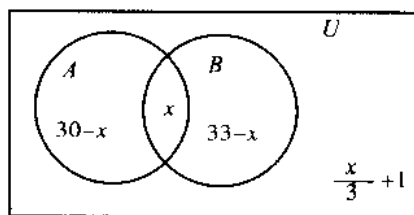
❖ 例 5

向 50 名学生调查对 A, B 两事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余的不赞成, 赞成 B 的比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对 A, B 都不赞成的学生数比对 A, B 都赞成的学生数的三分之一多 1 人. 则对 A, B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人?

【分析】 对于一个实际问题, 首先应能够用简洁的、准确的集合语言描述, 其次能够利用 Venn 图清楚直观地表示集合间的关系, 逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点, 并能根据实际需要相互转换, 从中感受集合语言的意义和作用.

【解答】 赞成 A 的人数为 $50 \times \frac{3}{5} = 30$, 赞成 B 的人数为 $30 + 3 = 33$,

如下图, 记 50 名学生组成的集合为 U , 赞成事件 A 的学生全体为集合 A , 赞成事件 B 的学生全体为集合 B .



设对事件 A, B 都赞成的学生数为 x , 则对 A, B 都不赞成的学生数为 $\frac{x}{3} + 1$, 赞成 A 而不赞成 B 的人数为 $30 - x$, 赞成 B 而不赞成 A 的人数为 $33 - x$.

据题意, $(30 - x) + (33 - x) + x + (\frac{x}{3} + 1) = 50$, 解得 $x = 21$. 所以对 A, B 都赞成的学生有 21 人, 都不赞成的有 8 人.

【点评】 注意在计算中不能有遗漏, 也不能重复. 根据 Venn 图的各个部分, 用不同字母表示各个部分所表示的元素的个数.



● 变身题

5. 50 名学生参加体能和智能测验, 已知体能优秀的有 40 人, 智能优秀的有 31 人, 两项都不优秀的有 1 人, 则这两种测验都优秀的有多少人?

6. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, 集合 $B = \{3, 5\}$, 则().
- A. $U = A \cup B$
 B. $U = (\complement_U A) \cup B$
 C. $U = A \cup (\complement_U B)$
 D. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

👑 焦点训练

能力秀实

1. 设集合 $A = \{x | 0 \leq x < 5\}$, $B = \{x | x < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ().
- A. $\{x | 0 \leq x < 5\}$ B. $\{0\}$
 C. $\{x | x < 5\}$ D. \mathbf{R}
2. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ().
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
 C. $\{5, 6\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
3. 集合 $A = \{x | a - 2 < x < 2a + 2\}$, $B = \{x | -3 < x < 1\}$, $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是().
- A. $a \geq 3$ B. $a \leq -\frac{5}{2}$
 C. $a \geq 3$ 或 $a \leq -\frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2} \leq a \leq 3$
4. 集合 $A = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
5. 满足 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 $M =$ _____.
6. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, x\}$, $B = \{3, x^2\}$, 且 $A \cup$

$B = \{1, 2, 3, x\}$, 求 x 的值.

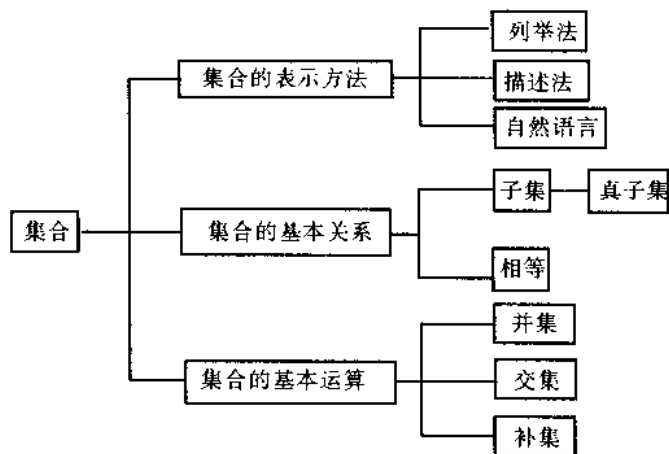
能力提升

7. 设集合 $A = \{(x, y) | 4x - y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 则满足 $C \subseteq A \cap B$ 的集合 C 的个数是().
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
8. 已知集合 $A = \{y | y = x^2 - 2x - 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -x^2 - 2x + 2, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $A \cap B$.

能力挑战

9. 一般地, 中学在每年金秋时节都会举办运动会. 现某校高一(1)班共有 28 名同学参加运动会, 其中有 15 人参加径赛, 8 人参加田赛, 14 人参加球类比赛, 同时参加田赛、径赛的有 3 人, 同时参加径赛、球赛的有 3 人, 没有同时参加这三项比赛的同学. 同时参加田赛、球赛的人数和只参加径赛的人数分别是多少?

👑 焦点回眸



👑 背景链接

集合论的诞生

集合论是德国著名数学家康托尔于19世纪末创立的.17世纪时数学中出现了一门新的分支:微积分.在之后的一二百年中这一崭新学科获得了飞速发展并结出了丰硕成果.其推进速度之快使人来不及检查和巩固它的理论基础.19世纪初,许多迫切问题得到解决后,出现了一场重建数学基础的运动.正是在这场运动中,康托尔开始探讨前人从未碰过的实数点集,这是集合论研究的开端.到1874年康托尔开始提出“集合”的概念.他对集合所下的定义是:把若干确定的有区别的(不论是具体的或是抽象的)事物合并起来,看成一个整体,就称为一个集合,其中各事物称为该集合的元素.人们把康托尔于1873年12月7日给戴德金的信中最早提出集合论思想的那一天定为集合论诞生日.

没有来的人举手

从前,山东省有个大军阀,在一次会议开始时想点名,了解一下哪些人来,哪些人没来.可是,到会的人数比较多,点名很费事,于是这个不学无术的军阀就想了一个“办法”,他大声地叫道:

“没有来的人举手!”

他认为没有来的人总是少数,只要知道哪些人没来,来的人不必要一一点名就明白了.到会的人面面相觑,都感到莫名其妙.

在数学中,集合是一个重要的基本概念.那天会议应到的人就构成一个集合,其中实到的人是应到的人的一部分.我们就把应到的人叫做“全集”,实到的人叫做它的“子集”.未到的人也是应到的人的一部分,所以它也是一个子集.实到的人这个子集与未到的人这个子集的并集正好是全集,我们把这两个子集叫做互补的集合.这个军阀为了了解“实到的人”这个子集,转而去了解这个子集的补集——来到的人的集合.这个方法是不