



全国名校考博专业课真题题库系列

理工类

考博专业课

全国名校真题题库

◆ 金圣才 主编

中国石化出版社



全国名校考博专业课真题题库系列

考博专业课全国名校真题题库 ——理工类

金圣才 主编

中国石化出版社

内 容 提 要

全国名校考博专业课真题题库系列包括四个分册:经管类、文史哲法类、理工类、生物医学类。每个分册一般按照各个学校各个专业进行分类和编排。题库系列收集到的考博真题的题量非常大,一共包括各个学校相关专业历年考博试题 2100 多套,几乎囊括了市面上可以搜集到的所有博士试题。本书属于理工类分册,收集和整理了北京大学、清华大学等众多高校历年考博理工类专业课试题共 360 余套。

本书特别适用于在博士研究生入学考试中参加理工类科目考试的考生,也适用于各大院校学习理工类高级课程的师生参考,对于参加高级职称考试及其他相关专业人员来说,本书也是一本能够很好地学习和了解理工类高级课程的指导资料。

图书在版编目(CIP)数据

考博专业课全国名校真题题库·理工类/金圣才主编.
—北京:中国石化出版社,2005
ISBN 7-80164-894-3

I. 全… II. 金… III. 研究生-入学考试-习题
IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 105602 号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail:press@sinopec.com.cn

金圣才文化发展(北京)有限公司排版

北京大地印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

*

787×1092 毫米 16 开本 35.75 印张 894 千字

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

定价:78.00 元

(购买时请认明封面防伪标识)

《全国名校考博专业课真题题库》

编委会

主编：金圣才

编委：曹祥辉

余应发

李良

成冬梅

皮文杰

黄帆

李国堂

李小龙

周益林

徐芳

严税

舒玲

李刚

张文娟

苏剑平

高峰

方小慧

吴利平

潘世溢

孙汉中

程慧

胡三木

陆杰

李达

序 言

对任何一位准备考博的同学来说，历年考博真题的重要性是显而易见的。通过研究历年考博真题可以了解各个专业试题的出题风格和考查程度，既便于考生结合个人的专业水平和爱好选择和报考最合适的学校和专业，又可更好地把握专业课的复习方向和重点。但考博真题的获得一般也是非常困难的，许多学校根本不对外公布，因此，收集、整理全国名校考博专业课真题就显得非常有价值。这也正是我们编辑出版题库系列的目的所在。

全国名校考博专业课真题题库系列包括四个分册：经管类、文史哲法类、理工类、生物医学类，每册大体上按照各个学校各个专业进行分类和编排。需要特别说明的是：

(1) 题库系列收集到的考博真题的题量非常大，经管类 700 余套，文史哲法类 560 余套，理工类 360 余套，生物医学类 500 余套，一共包括各个学校相关专业历年考博试题 2100 多套，几乎囊括了市面上可以搜罗到的所有博士试题。

(2) 收集和整理各个高校历年考博专业课试题的工作非常艰苦，我们尽力从各个途径进行收集，在此，我们要感谢全国各高校的众多同学和老师，他们提供了大量宝贵的内部资料和试题，每一份真题都是一份优秀的考卷，因此，我们特别对各份考题的出题老师表示深深的感谢。

(3) 一般学校的考博真题灵活性较强，大多以论述题为主，许多试题涉及当前或将来可能突出的热点问题或现象，因此，我们一般没有给出参考答案（除了部分试题外）。有些考题的时间较早或内容有些过时，但很有参考价值，不失为优秀考题，因此，仍然值得参考。读者在复习时，参考当前的情况进行调整即可。

由于收集和整理的试题题量较大，有些真题是通过回忆整理得到的，与原题可能存在差异，在此希望读者谅解。错误、遗漏之处不可避免，诚请读者指正，不妥之处和建议可与编者联系，不甚感激。

为了帮助读者更好地复习考博专业课，圣才考研网开设了专业课的论坛及专栏，还提供各个高校最新考研考博真题、各专业试题库、笔记、讲义及大量专业课复习资料。对于各个专业的参考书，圣才图书网有近 40 万种打折图书可供选择。

限于篇幅，有些试题和资料本书未能收录，如有建议或需试卷，请登录网站：

圣才考研网 www.100exam.com

圣才图书网 www.100exam.net

金圣才

说 明

1. 《考博专业课全国名校真题题库——理工类》大体上按照各个学校院系或专业来分类。其中,在相关类别中包含有相关专业的英语试题。

2. 考试科目后面的数字表示考题的年份,如:“数学物理方法 2002, 2005”表示考试科目是“数学物理方法”,“2002, 2005”表示所考试题的年份是“2002 年和 2005 年。”

目 录

北京大学力学与工程科学系

数学物理方法 2002, 2005	(1)
线性代数与常微分方程 2003 - 2005	(2)
流体力学 1996, 2003 - 2004	(7)
数理方法 1996, 2003 - 2004	(9)
计算方法 1996	(11)
弹性力学 2003 - 2004	(12)
理论环境学 2004	(13)
生态哲学 2004	(13)
傅立叶光学 2004	(13)
湍流理论 2004	(14)
固体力学实验 2002, 2004	(15)
现代控制理论 2002 - 2004	(16)
有限单元法 2002	(19)
材料力学 2002 - 2003	(19)
环境与发展 2002	(21)
分析动力学 2002	(21)
环境哲学 2003	(22)
统计物理 2003	(22)
可持续发展 2003	(23)
高等材料力学 2003	(23)

北京大学信息科学技术学院

通信理论 1999 - 2000	(24)
信号处理 1999 - 2000	(25)

清华大学自动化系/精密仪器与机械学系

控制理论 2005	(26)
-----------------	------

清华大学材料科学与工程系

材料科学基础 2004	(27)
-------------------	------

北京体育大学

运动生物力学 2003	(27)
教学论 2003	(27)

中国矿业大学(北京)

遥感概论 2004(第二次) - 2005(第二次)	(28)
测量学 2005(第一次) - 2005(第二次)	(29)
工程管理计算机应用 2005(第二次)	(30)

安全工程学 2005(第二次)	(30)
工程地质学 2005(第二次)	(31)
地球物理勘探 2005(春季)	(31)
有机地球化学 2005(第一次)	(31)
土壤学 2005(第二次)	(32)
系统安全理论 2004(第一次) - 2005(第一次) - 2005(第二次)	(32)
GIS 原理 2003(第二次) - 2005(第一次) - 2005(第二次)	(33)
GPS2005(第二次)	(35)
地理信息系统原理 2004(春季)	(35)
安全管理学 2004(第二次) - 2005(第二次)	(35)
自然辩证法(同等学力考博用)2000	(36)
现代安全管理 2003 年(第二次)	(37)
计算方法 2001	(37)
计算机程序设计 2004 - 2005	(38)
土地资源学 2004(第二次) - 2005(第一次)	(42)
C 语言程序设计 2002(第一次)	(42)
系统工程 2005(第一次) - 2005(第二次)	(44)
数理统计 2002(第二次)	(45)

复旦大学计算机系

软件工程 2000 - 2003	(46)
计算机网络 2001 - 2003	(50)
数据库基础 2001 - 2003	(53)
数字信号处理 2002 - 2003	(56)

上海理工大学

电磁场理论 2004(秋) - 2005(春)	(58)
计算方法 2004(秋)	(59)
流体力学 2004(秋)	(60)
工程热力学 2004(秋) - 2005(春)	(61)
传感器技术 2005(春)	(64)
计算机基础与应用 2003(春), 2005(春)	(65)
计算机网络 2004(秋)	(69)
微机原理及应用 2004(秋)	(70)
交通工程 2003(春), 2005(春)	(73)
系统分析 2005(春)	(74)
电子技术基础 2004(秋) - 2005(春)	(76)
工程力学 2004(秋)	(81)
最优化方法 2004(秋)	(83)
计算机应用基础 2004(秋)	(83)
C 语言 2004(秋)	(86)
普通物理光学 2003(春), 2004(秋), 2005(春)	(86)
运筹学 2003(春), 2004(秋), 2005(春)	(89)

东华大学

运筹学 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(91)
应用统计 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(97)
高分子化学 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(100)
软件工程(机械学院)2003(秋)	(103)
软件工程(信息学院)2004(春)	(105)
软件工程 2003(春)	(108)
高聚物结构与性能 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(109)
人工智能 2003(春) - 2003(秋)	(112)
新型纺纱机械 2003(秋)	(114)
中国纺织科技史 2003(秋)	(114)
线性系统理论 2003(秋)	(115)
最优化方法 2003(秋)	(116)
离散数学 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(117)
服装卫生学 2003(春) - 2003(秋)	(119)
水污染控制工程 2003(春) - 2003(秋)	(120)
数据库系统原理 2003(春) - 2003(秋)	(121)
有机化学结构分析 2003(春) - 2003(秋)	(122)
高分子物理学 2003(秋)	(124)
服饰社会心理学 2003(秋)	(124)
软件技术基础 2003(秋)	(125)
计算机网络 2003(秋)	(126)
流体力学 2003(春) - 2003(秋) - 2004(春)	(129)
计算机图形学 2003(秋) - 2004(春)	(131)
环境与可持续发展 2003(春) - 2003(秋)	(133)
环境化学 2003(春), 2003(秋)	(134)
计算机网络 2003(春)	(135)
矩阵理论及应用 2004(春)	(138)

天津大学

系统分析 2000(一) - 2000(二) - 2001(一) - 2001(二)	(138)
数据库技术 2000(一) - 2000(二) - 2001(一) - 2001(二) - 2002(一) - 2002(二)	(142)
现代控制理论 2000(一) - 2001(二) - 2002(一) - 2002(二)	(150)
工程施工系统仿真与优化 2001(二)	(153)

华南理工大学

结构与性能 2003	(154)
近代测试 2003	(154)

四川大学化学学院

聚合物结构与性能研究方法 2004(春)	(154)
高分子合成化学 2004	(155)
有机金属化学 2004	(156)
生物有机化学 2004	(156)

四川大学材料科学与工程学院

普通化学 2004	(157)
-----------------	-------

四川大学电子信息学院

信息光学 2004	(158)
电路理论 2004	(159)

四川大学物理科学与技术学院

光信息处理 2004	(160)
激光光学 2004	(162)
固态物理 2004	(162)

四川大学高分子科学与工程学院

免疫学 2004	(163)
聚合物结构表征 2004	(163)

电子科技大学

计算机操作系统与计算机网络 2002 秋(2 份), 2003 春, 2004 春, 2004 秋, 2005 春(均有答案)	(164)
计算方法 2003 春(有答案)	(181)
信号与系统 2002 秋, 2004 春, 2004 秋, 2005 春(均有答案)	(185)
数字信号处理 2002 秋, 2003 春季, 2004 秋, 2005 春(均有答案)	(201)
信号检测与估计 2004 秋(有答案)	(212)
电动力学 2004 秋	(214)
机电系统动力学 2004 秋(有答案)	(215)
电磁理论 2004 春, 2004 秋	(220)
电磁场理论 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(222)
工程光学 2004 春, 2004 秋	(230)
数理方程与复变函数 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(232)
线性代数和概率论 2002 秋, 2003 春, 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(239)
随机过程 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(253)
组合数学 2002 秋, 2003 春季, 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(259)
运筹学 2002 秋, 2003 春季, 2004 春, 2004 秋(均有答案)	(273)
线性系统理论 2004 秋(有答案)	(292)
半导体物理 2004 秋(有答案)	(299)
固体理论 2004 春, 2004 秋(有答案)	(301)
医学图象处理 2004 秋(有答案)	(305)
光电成像物理 2004 春(有答案)	(306)
细胞生物学 2004 秋, 2005 春(均有答案)	(310)
生物医学信号处理 2005 春(有答案)	(319)
半导体器件 2004 年秋(有答案)	(321)

东北财经大学

数学(加试)2002 - 2004	(323)
-------------------------	-------

中国科学院地理中心

GIS 概论 1995, 1997	(328)
-------------------------	-------

地学分析 1995	(329)
地理信息系统概论 1996	(329)
遥感地学分析 1996	(329)

中国科学院空间科学与应用研究中心

电动力学 2001, 2002(春), 2002(秋), 2003(春), 2003(秋)	(330)
数学物理方程 2004(秋), 2005(春)	(333)
流体力学 2003(秋)	(335)

中国科学院自动化研究所(沈阳)

自动控制理论 2000(春)	(335)
----------------------	-------

中国科学院自动化研究所(北京)

控制理论 2001, 2003 - 2004	(337)
智能系统 2003 - 2004	(342)
模式识别 2000, 2001, 2003 - 2004	(344)
人工智能 2003 - 2004	(348)
数字信号处理 2003 - 2004	(350)
数学 2001, 2003 - 2004	(351)

中国科学院数学与系统科学研究院(科目前数字为试题代号)

201 代数学基础 2005(秋)	(354)
202 实分析与复分析 2005	(354)
203 泛函分析 2005	(355)
204 数理逻辑 2005	(356)
205 分析与代数 2005	(356)
206 高等概率论 2005	(357)
207 偏微分方程 2005	(358)
208 代数学基础 2005	(359)
209 运筹学基础 2005	(360)
210 计算机科学基础 2005	(361)
211 决策分析 2005	(361)
213 数理统计 2005	(363)
214 微分几何 2005	(364)

1. 基础数学专业

3101 代数拓扑 2005	(364)
3102 集合论 2005	(365)
3103 偏微分方程 2005	(365)
3104 李代数 2005	(366)
3105 组合数学基础 2005	(367)
3106 复动力系统 2005	(368)
3107 值分布论 2005	(368)
3108 代数数论 2005	(369)
3109 数学物理中的微分几何 2005	(369)

2. 计算数学专业

3201 数值分析 2005	(370)
3202 微分方程 2005	(370)
3203 有限元方法 2005	(371)
3204 有限元边界元基础 2005	(372)
3205 有限元方法 2005	(373)
3206 微分方程数值解 2005	(374)
3207 计算方法 2005	(375)
3209 泛函分析 2005	(376)
3211 计算数学 2005	(376)
3212 数值分析 2005	(377)
3213 最优化计算方法 2005	(378)
3214 有限元方法 2005	(379)
3. 概率论与数理统计专业	
3301 随机过程 2005	(379)
3302 泛函分析 2005	(380)
3303 概率论 2005	(380)
3304 随机分析(随机过程)2005	(381)
4. 应用数学专业	
3401 符号计算 2005	(382)
3402 交换代数 2005	(382)
3403 微分方程 2005	(383)
3404 微分几何 2005	(384)
3405 数理方程与孤子理论 2005	(385)
3406 计算方法 2005	(386)
3407 泛函分析 2005	(386)
3408 纠错码理论 2005	(387)
3409 数学物理中的微分几何 2005	(388)
5. 运筹学与控制论专业	
3501 泛函分析 2005	(388)
3502 应用随机过程 2005	(390)
3503 非线性规划 2005	(390)
3504 概率论 2005	(391)
3505 组合优化 2005	(392)
6. 系统理论专业	
3601 常微分方程 2005	(392)
3602 线性系统 2005	(393)
3603 微分几何 2005	(395)
7. 计算机软件与理论专业	
3701 高级算法设计和分析 2005	(395)
3702 软件工程 2005	(396)
8. 管理科学与工程专业	

3801 数学规划 2005	(396)
3802 概率统计 2005	(397)
3803 金融数学 2005	(398)
3805 金融统计 2005	(400)
3806 管理信息系统 2005	(401)
3807 投入产出技术 2005	(401)
决策分析 2001 - 2003	(402)
概率统计 2001 - 2003	(407)
数学规划 2001 - 2003	(411)
中国科学院长春应用化学研究所	
高等分析化学 2000	(413)
电化学与电分析化学 2000	(414)
中国科学院地球化学研究所	
天体化学(第一次招生)2001	(415)
沉积学 2000 - 2001	(415)
地球化学 2001	(416)
地球化学(第一次招生)2001	(416)
环境地球化学 2001	(417)
环境地球化学(第一次招生)2001	(417)
环境化学(第一次招生)2001	(418)
矿床学 2001	(418)
矿床学(第一次招生)2001	(418)
同位素地球化学(第一次招生)2001	(419)
微量元素地球化学(第一次招生)2001	(419)
沉积岩岩石学 2001	(420)
环境地球化学与健康 2001	(420)
环境分析化学 2001	(420)
现代构造地质学 2001	(421)
自然辩证法 2001	(421)
中国科学院化学所	
高分子物理 2004	(422)
中国科学院遥感所	
RS 试题 2000, 2002	(422)
GIS 试题 2000 - 2003	(423)
相关专业考博英语试题	
北京航空航天大学考博英语 2001, 2003 - 2004	(425)
北京理工大学考博英语 2002 - 2004(2002 年有答案)	(454)
中国石油大学(北京)考博英语 2004 - 2005	(495)
上海理工大学考博英语 2004(秋) - 2005(春)(2004 有答案)	(512)
中国矿业大学(北京)考博英语试题	
安全工程、采矿工程专业英语 2004(第二次)	(538)

专业英语(安全技术及工程)2003(第一次) - 2003(第二次)	(541)
大地测量与测量工程专业外语 2001(春)	(544)
机械设计及理论专业外语 2002	(546)
地质工程专业英语 2003(第一次) - 2003(第二次)	(548)
工程力学、固体力学专业英语试题 2002	(552)
地球探测与信息技术专业英语 2002(第一次)	(555)

北京大学力学与工程科学系
2002 年博士研究生入学考试试题

考试科目: 数学物理方法

考试时间: 3 月 17 日下午

招生专业: 流体力学、固体力学

一、(20 分)

1. 利用留数定理计算下列积分

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos(bx) dx \quad (a > 0, b \text{ 为实数})$$

2. 利用 δ 函数的性质计算下列积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + 1) \delta(x^2 - 2x - 8) dx$$

二、(20 分) 给定偏微分方程: $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 2$

1. 判别方程的类型并求通解;

2. 对方程提定解条件:

(a) $u(x, x) = 0, u_x(x, x) = 0$ 或

(b) $u(0, y) = 0, u_x(0, y) = 0$

问哪种定解条件下的定解问题是不适定的? 为什么?

3. 求出方程满足 2 中适定的定解条件的解。

三、(20 分) 利用积分变换方法求解定解问题

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = e^{-t} \sin x, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 0 \end{cases}$$

四、(20 分) 求解定解问题

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) & 0 < r < 1, t > 0, a > 0 \text{ 为常数} \\ u(r, 0) = 0 \\ u_t(r, 0) = r^2 \\ u(r, t) \text{ 在 } r=0 \text{ 处有界} \\ u(1, t) = 0 \end{cases}$$

五、(20 分) 利用 Green 函数法求定解问题

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 & x > 0, y > 0 \\ u_y(x, 0) = f(x) \\ u(0, y) = g(y) \end{cases}$$

北京大学力学与工程科学系

2005 年博士研究生入学考试试题

考试科目：数学物理方法

一、(20 分)若 $z = x + iy$, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 解析, 且

$$u - v = (x - y)(x^2 + 4xy + y^2)$$

试求 $f(z)$ 。

二、(10 分)根据 δ 函数的性质, 计算下列积分:

1. $\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + 1)\delta(x^2 - 2x - 8)dx$

2. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x^2 + 1)\sin(x)dx$

三、(20 分)给定偏微分方程: $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 2$

1. 化为标准型并求通解;

2. 对该方程提定解条件:

(a) $u(x, x) = 0$, $u_x(x, x) = 0$ 或 (b) $u(0, y) = 0$, $u_x(0, y) = 0$,

问哪种定解条件下的定解问题是不适定的? 为什么?

3. 求出方程满足 2 中适定的定解条件的解。

四、(15 分)利用积分变换法求解初值问题

$$u_t - u_{xx} + u = \delta(x)\delta(t) \quad -\infty < x < \infty, t > 0$$

$$u(x, 0) = 0$$

五、(20 分)利用分离变量法求解定解问题

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} - u_{yy} = e^{-4t} \cos x \sin 2y & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, t > 0 \\ u(0, y, t) = u(\pi, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, \pi, t) = 0 \\ u(x, y, 0) = x(\pi - y) \sin 2y \end{cases}$$

六、(15 分)利用 Green 函数法求定解问题

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = f(x, y) & x > 0, y > 0 \\ u(0, y) = 0 \\ u_x(x, 0) = 0 \end{cases}$$

北京大学力学与工程科学系

2003 年博士研究生入学考试试题

考试科目：线性代数与常微分方程

招生专业：一般力学与力学基础

研究方向：复杂系统动力学与控制

指导教师：王龙 叶庆凯

一、(10 分)设矩阵 $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$, T 以及 D 可逆, 证明 $(A - BD^{-1}C)^{-1}$ 存在, 并求 T^{-1} , 其

中 A, B, C, D 是适当维数的矩阵。

二、(10 分)设 A 是 n 级实对称矩阵, 证明 $\text{rank}(A) = n$ 的充要条件是: 存在实矩阵 B 使 $AB + B'A$ 是正定矩阵。

三、(10分) 设 S_1, S_3 为实对称矩阵, S_2 为实矩阵, 则矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2' & S_3 \end{bmatrix}$ 为正定矩阵的充要

条件为矩阵 S_3 与矩阵 $S_1 - S_2 S_3^{-1} S_2'$ 皆为正定矩阵。

四、(10分) 设 A 为数域 P 上的一个 n 级矩阵, 如果 $f(A) = 0$, 则称多项式 $f(x)$ 以 A 为根。次数最低首项为 1 的以 A 为根的多项式称为 A 的最小多项式, 证明矩阵 A 的最小多项式是惟一的。

五、(10分) 设 A 为 $m \times n$ 且秩为 s 的矩阵, X 为 $p \times m$ 的列满秩矩阵, 即 $r(X) = m$, 而 Y 为 $n \times q$ 的行满秩矩阵, 即 $r(Y) = n$ 。证明:

$$r(A) = r(XA) = r(AY) = r(XAY)$$

其中符号 $r(T)$ 表示矩阵 T 的秩。

六、(10分) 设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 且行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} \neq 0, \quad 1 \leq k \leq n$$

证明存在下三角形矩阵 $B_{n \times n}$, 使 BA 为上三角形矩阵。

七、(10分) 证明: 任一可逆的实矩阵 A 可表示成 $A = QB$, 其中 Q 为正交矩阵, B 是主对角线上元素均为正的上三角形矩阵:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}, \quad b_{ii} > 0$$

且此表示式是惟一的。

八、(10分) 求解微分方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y + e^t = 0 \\ x + \frac{dy}{dt} - y - e^{2t} = 0 \end{cases}$$

九、(10分) 考虑线性方程组

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t) \quad (1)$$

其中 $A(t), f(t)$ 以 ω 为周期, $A(t)$ 为 $n \times n$ 的矩阵函数, $f(t)$ 为 n 维向量函数。设 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 是对应齐次方程组

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \quad (2)$$

的基本解组, 满足初始条件:

$$x_1(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_2(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad x_n(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

证明: 1. 设 $x = \varphi(t)$ 是 (1) 的解, 则 $x = \varphi(t)$ 是 (1) 的以 ω 为周期的周期解的充要条件