

21世纪高等院校优秀教材

# 运筹学教程

(第2版)

熊义杰 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

21世纪高等院校优秀教材

# 运筹学教程(第2版)

熊义杰 编著

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

运筹学教程/熊义杰编著.—2 版.—北京:国防工业出版社,2007.9

21 世纪高等院校优秀教材

ISBN 978-7-118-05331-9

I . 运... II . 熊... III . 运筹学 - 高等学校 - 教材  
IV . 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 127578 号

\*

**国防工业出版社出版发行**

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

腾飞印厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 20 1/4 字数 463 千字

2007 年 9 月第 2 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 33.00 元

---

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行部购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

## 前 言

《运筹学教程(第2版)》是在2004年8月出版的《运筹学教程》第1版的基础上经修改加工形成的。《运筹学教程》第1版出版后得到了良好的社会反响。中科院研究生院有两门课包括《运筹学——确定型模型》和《运筹学——随机型模型》都选用本书作为教材。《运筹学教程(第2版)》保留了第1版的基本框架，并做了必要的补充和修改。主要包括：修改了第1版中的一些bug(拼写错误或文字错误)；对第1版中的薄弱环节做了补充和强化，如第11章补充了静态博弈的求解方法，第12章补充了最优化方法的概述，第13章对有些内容作了调整和完善；三是补充和调整了一些例题。

运筹学是高等学校经济管理类各专业开设的一门必修课，不仅本科层次开设，而且在硕士研究生教学段，也是一门必修的学位课。尤其重要的是，运筹学在很多高校的本科生管理类专业考研中也是必考课程。运筹学与经济计量学(经济类专业的一门核心课)一样，都是属于经济管理类专业中比较难学的课程。运筹学太难，这是各种不同层次的同学，包括本科生和研究生的共同反映。有一级的MBA学员给我讲的更诙谐，说他们同学都管“运筹学”叫“晕愁学”，看到运筹学就“晕”就“愁”。对于大多数已是而立之年的MBA学员来说，有这种认识我完全理解。

在运筹学的本科教学中，笔者总会遇到这样尴尬的情景，有个别学生可能会直截了当地给老师反映，老师讲运筹学他听不懂，何哉？很显然基础不具备。学习运筹学需要什么基础呢？主要是两个方面：一是管理学的理论知识和经验；二是数学尤其是线性代数的基础知识。这与运筹学的性质和任务有关。运筹学教学的主要任务是解决两个问题：一是把实际问题抽象为数学模型，即要解决如何建模的问题；二是研究探讨模型的求解方法，即解决模型的求解问题。解决建模问题，需要的是对实际问题的了解，对管理学内容的透彻理解和实际经验。而求解方法的探讨，需要的则是数学知识尤其是线性代数知识。学习运筹学这两个方面是缺一不可的。而难得的是，这两个方面可能很多人都很难同时具备。比如，就本科生来说，大多数人可能第一个方面都比较欠缺；就MBA学员来说，可能大多数人第二个方面都比较欠缺。更有甚者有可能两个方面都不具备。这样，就难免听不懂。

那么，究竟应如何学好运筹学呢？主要可以从如下三个方面做起。

(1) 首先要有一种啃骨头的精神。马克思曾经说过：“在科学上是没有平坦的大路可走的，只有那些在崎岖山路的攀登上不畏艰险的人，才有希望到达光辉的顶点。”清朝彭端淑在《白鹤堂集·为学》中也说道：“天下之事有难易乎，为之，则难者亦易矣；不为，则易者亦难矣。人之为学有难易乎，学之，则难者亦易矣；不学，则易者亦难矣。”一代伟人毛泽东也曾谆谆告诫我们：“世上无难事，只要肯登攀。”俗语有云：“不受一番冰霜苦，焉得梅花放

清香。”这些都充分说明了，要学好运筹学，就要有一种啃骨头的精神。

我赞赏这种啃骨头的精神，这主要是强调以下几点。第一，要克服“思维惰性”。在教学中，我发现很多人有这样一种思维定式，即一旦遇到某个问题一时不明白，他立刻就会将自己封闭起来。这时，不管老师讲什么或如何讲，他都已经听不进去了。我把这种现象概括为“思维惰性”。在这种情况下，你一定要耐着性子听，说不准过一会儿你会恍然大悟。第二，要不放过任何一个问题。在这里，我提倡同学们相互学习。有问题一定要问，可以先互相问，比如说，“这个问题老师讲过没有？”“你如何理解这个问题？”等。如果经过讨论大家都不清楚，可以来问老师。这样做，可以显著地提高效率。因为教学中不少同学提出的问题，其实都是老师反复讲过的问题。一定要立足于把每一个问题都弄清楚。否则，问题越积越多，积重难返就麻烦了。到那时，有问题想问可能都不知道该从何着手了。第三，要多读一些参考书。老师要教好一门课，备课时一定要找来很多参考书。同学们学习也应该是这样。同一个问题，不同的书表述的方式方法可能会不完全相同。同一个问题看这本书不明白，看另外一本书可能会茅塞顿开。第四，要勤于思考。多读书，还要勤思考。光读书，不思考，叫生吞活剥。读运筹学方面的书，“五里先生好读书，不求甚解”，那是万万不行的。在这里老师送同学们一个八字箴言，即“读书，思考，提炼，升华”。只有多读书，勤思考，才能在知识的海洋中不断地提炼升华，有所进步。

(2) 要充分认识到运筹学的重要性。说这话实非“王婆卖瓜”。因为我们知道，运筹学属于一门管理科学，管理要搞好，重在要“心中有数”。“数”就是要有一个量的概念，要有一个量的把握。运筹学也叫管理数学。运筹学不同于经济计量学，经济计量学研究的对象是经济关系，具体地说，即经济变量之间的数量关系，而运筹学研究的对象是管理要素的组合，具体地说，是寻求管理要素的最佳组合方案。《史记》中关于“运筹于帷幕之中，决胜于千里之外”的说法，充分地体现了运筹学的重要性。运筹学是软科学中“硬度”相对较高的一门学科。运筹学产生于军事，应用和成熟于经济和管理，目前它已广泛地应用于工业、农业、商业、金融、保险、交通运输、公用事业、资源、环境等领域。有权威人士说，运筹学可以直接创造生产力，可以显著提高综合国力，这种说法一点也不夸张。我国老一辈科学家中很多人，包括科学界泰斗钱学森教授、华罗庚教授，都曾为国内运筹学的发展作出过开创性的卓越贡献。

(3) 要讲求学习方法。不同的课程要求的学习方法会不完全相同。在这里我提倡一种“四轮学习方略”。我没有研究过流行的所谓“四轮学习方略”。我所说的“四轮学习方略”包括以下几点。第一轮，首先要搞好课前预习。这一点对于运筹学来说同样很重要，即对教学内容必须要先熟悉一下。教学中我常常发现，有一些同学老师讲了半天，他还不知道老师在讲什么，似乎老师是在讲天方夜谭一样。预习可以有效地避免这种现象。第二轮，课堂上一定要认真听讲，尤其要注意老师讲得慢的地方和反复讲的地方，特别是每一章、每一节的开头，往往点明章与章、节与节之间的逻辑联系。弄清楚这些问题有利于形成完整的知识体系。第三轮，课后一定要认真复习。复习不仅可以巩固已有的知识，温故还可以知新。运筹学像经济计量学一样，也是属于内在逻辑联系比较强的一门学科。如果前面学后面忘，就很难学好这门科学。第四轮，要多做练习勤动手。做练习包括课后

的思考题和练习题、讲课过程中的例题等,一定要亲自动手做一做。要养成勤于动手的好习惯。要深刻体会“眼过千遍不如手过一遍”的道理。

全书包括绪论共 14 章内容,约 42 万字。第 0 章~第 6 章属于运筹学确定型模型,适用于本科教学段,第 7 章~第 10 章属于运筹学随机型模型,适用于研究生教学段。本科教学段根据作者多年教学经验,40 学时的教学内容,通常只能完成线性规划、对偶规划、运输问题和整数规划等几章内容,50 学时可加上动态规划,如果是 60 学时可再加上图论与网络分析。而实际上,本科教学段多数情况下,教学计划很少有运筹学安排到 60 学时的。根据多年来本科生考研的情况来看,大多数院校运筹学的考试内容主要也限于这几章。按照运筹学模型的分类方法,这几章也是数学规划和运筹学确定型模型的主要内容。运筹学研究生教学段的主要内容是运筹学的随机型模型,包括决策论、对策论、存储论和排队论(西安理工大学多年来一直把这些内容叫做《运筹学Ⅱ》)。这 4 章内容基本上可以满足研究生段 40 学时的运筹学教学。另外,鉴于博弈论在经济管理分析中日益显赫的重要性,增加了第 11 章博弈论简介。考虑到最优化方法与运筹学的密切关系,增加了第 12 章最优化方法简介。同时,为了适应 MBA(工商管理硕士)数据模型与决策课程(本课程是经对运筹学改革后形成的)教学的需要,增加了第 13 章关于数据分析的内容。这 3 章主要可供学生作课外阅读,以扩大知识面。此外,每章都附有对相应问题的计算机求解方法,每章之后也附有必要数量的练习题,以便巩固所学知识。为适应 MBA 教学的需要,前 3 章还附有必须完成的案例分析题目。

最后,在这里我要特别感谢北京国防工业出版社的刘炯编辑,是她积极热情的合作,才使得《运筹学教程(第 2 版)》顺利出版。其次,我也要感谢我的夫人李苏梅女士,是她对我工作上的热情支持和生活上的多方面照顾,才使得我能有精力在短时间内完成《运筹学教程(第 2 版)》的撰写和整理工作。

由于作者的能力和水平有限,错误之处在所难免。在此恳请读者及其使用单位多提宝贵意见,以促使本《运筹学教程》能不断完善。我的 Email 地址是:

xiongyj@xaut.edu.cn

xiong-yijie@163.com

作者  
2007 年 8 月

# 目 录

<b>第 0 章 绪论</b> .....	1
0.1 运筹学的产生及其概念.....	1
0.2 运筹学的模型和内容.....	2
0.2.1 数学规划 .....	3
0.2.2 图论 .....	3
0.2.3 排队论 .....	4
0.2.4 对策论 .....	4
0.2.5 决策论 .....	4
0.2.6 存储论 .....	5
0.2.7 搜索论 .....	5
0.3 运筹学的性质与特点.....	5
0.4 运筹学分析的主要步骤.....	6
0.4.1 系统分析和问题描述 .....	6
0.4.2 模型的建立和修改 .....	6
0.4.3 模型的求解和检验 .....	7
0.4.4 结果分析与实施 .....	7
0.5 运筹学的发展及软运筹学的出现.....	7
0.5.1 第二次世界大战后的蓬勃发展时期 .....	7
0.5.2 20世纪 70 年代的衰落 .....	8
0.5.3 软运筹学的出现.....	10
<b>第 1 章 线性规划与单纯形方法</b> .....	13
1.1 线性规划的认识 .....	13
1.1.1 线性规划应用的领域.....	13
1.1.2 线性规划问题举例.....	13
1.1.3 线性规划的一般形式、标准式和矩阵式 .....	15
1.2 线性规划应用举例 .....	16
1.2.1 一个产品生产计划问题.....	16
1.2.2 人力资源配置问题.....	18
1.2.3 套裁下料问题.....	19
1.2.4 配料问题.....	20

1.3 线性规划的基本理论 .....	21
1.3.1 线性规划的图解法.....	21
1.3.2 线性规划解的几何意义及有关概念.....	24
1.3.3 线性规划解的基本定理 .....	26
1.4 单纯形方法 .....	29
1.4.1 单纯形方法的基本思路.....	29
1.4.2 单纯形方法的矩阵描述.....	30
1.4.3 单纯形表.....	32
1.4.4 如何寻找初始可行基(二阶段法).....	34
1.5 改进单纯形法 .....	37
1.5.1 单纯形方法的缺点及其改进的思路.....	37
1.5.2 基逆的乘积表示方法.....	37
1.5.3 改进单纯形方法的应用步骤.....	39
1.6 应用案例讨论 .....	41
1.6.1 北方化工厂月生产计划安排.....	41
1.6.2 北方食品公司投资方案规划.....	42
1.6.3 一项投资计划安排.....	44
1.7 线性规划的计算机求解 .....	44
习题与作业.....	47
<b>第2章 对偶规划与灵敏度分析 .....</b>	<b>49</b>
2.1 线性规划的对偶问题与对偶规划 .....	49
2.1.1 对偶问题的提出.....	49
2.1.2 对偶规划的一般数学模型.....	51
2.1.3 原问题与对偶问题的对应关系.....	52
2.2 线性规划的对偶理论 .....	53
2.3 对偶单纯形法 .....	57
2.3.1 对偶单纯形方法的基本思想.....	57
2.3.2 对偶单纯形方法的数学证明.....	57
2.3.3 对偶单纯形方法的解题过程.....	58
2.4 对偶解的经济解释 .....	60
2.4.1 对偶线性规划的解.....	60
2.4.2 影子价格.....	61
2.4.3 边际贡献.....	62
2.5 灵敏度分析 .....	62
2.5.1 灵敏度分析的含义.....	62
2.5.2 价值向量的灵敏度分析.....	63

2.5.3 资源约束的灵敏度分析	64
2.5.4 技术系数发生变化的灵敏度分析	65
2.6 应用案例讨论	66
2.6.1 背景材料	66
2.6.2 问题讨论和提示	67
2.7 利用计算机进行灵敏度分析	67
习题与作业	68
<b>第3章 运输问题</b>	<b>70</b>
3.1 运输问题的模型及其特点	70
3.1.1 运输问题的一般提法和模型	70
3.1.2 运输问题的一般特点	72
3.2 运输问题的表上作业法	74
3.2.1 初始方案的确定	74
3.2.2 最优性检验	77
3.2.3 方案调整	79
3.3 运输问题的应用及推广	81
3.3.1 运输问题的应用	81
3.3.2 运输问题的推广	84
3.4 运输问题的图上作业法	88
3.4.1 图上作业法的适用范围及其约定	88
3.4.2 对流和迂回	89
3.4.3 交通图不成圈	91
3.4.4 交通图成圈	91
3.5 应用案例讨论	94
3.5.1 问题描述	94
3.5.2 建模求解	96
3.6 利用计算机解运输问题	96
习题与作业	97
<b>第4章 整数规划</b>	<b>100</b>
4.1 整数规划的认识	100
4.1.1 什么是整数规划	100
4.1.2 整数规划问题举例	101
4.1.3 整数规划问题研究的必要性	104
4.2 分枝定界法	105
4.2.1 分枝定界法的基本思路	105

4.2.2 分枝定界法的应用步骤 .....	106
4.2.3 分枝定界法解题举例 .....	107
4.3 割平面法.....	108
4.3.1 割平面法的基本思路 .....	108
4.3.2 割平面法的求解步骤 .....	108
4.4 求解 0-1 规划的隐枚举法 .....	111
4.5 指派问题.....	113
4.5.1 何为指派问题 .....	113
4.5.2 指派问题的匈牙利解法 .....	113
4.5.3 非标准形式的指派问题 .....	116
4.6 应用案例讨论.....	116
4.7 整数规划和指派问题的计算机求解.....	118
习题与作业 .....	119
<b>第 5 章 动态规划.....</b>	<b>122</b>
5.1 动态规划的基本概念和方法.....	122
5.1.1 多阶段决策及过程最优化 .....	122
5.1.2 动态规划的基本概念 .....	122
5.1.3 最短路径问题的动态规划 .....	124
5.2 动态规划的基本原理、模型和解法 .....	127
5.2.1 最优化原理 .....	127
5.2.2 动态规划模型的建立 .....	127
5.2.3 动态规划模型的求解 .....	128
5.3 前向动态规划法.....	130
5.3.1 顺序解法的基本思路 .....	130
5.3.2 最短路线问题的顺序解法 .....	130
5.3.3 顺序解法与逆序解法的异同 .....	131
5.4 动态规划的应用举例.....	133
5.4.1 资源分配问题 .....	133
5.4.2 背包问题 .....	136
5.4.3 购销问题 .....	138
5.4.4 货郎担问题 .....	140
5.5 动态规划的计算机求解.....	142
5.6 货郎担问题的计算机求解.....	143
习题与作业 .....	146
<b>第 6 章 图与网络分析.....</b>	<b>148</b>
6.1 图与网络的基本知识.....	148

6.1.1 “七桥难题”与图论 .....	148
6.1.2 图与网络 .....	149
6.1.3 图的矩阵表示 .....	152
6.2 最小树问题.....	156
6.2.1 什么是树 .....	156
6.2.2 图的生成树 .....	156
6.2.3 最小树 .....	157
6.3 最短路问题.....	159
6.3.1 最短路问题的一般提法 .....	159
6.3.2 求最短路问题的 D 算法(Dijkstra 算法) .....	159
6.3.3 求最短路的 B 算法(Bellman 算法) .....	161
6.3.4 求最短路得 F 算法(Floyd 算法) .....	163
6.4 最大流问题.....	165
6.4.1 模型及基本概念 .....	165
6.4.2 最大流最小割定理 .....	168
6.4.3 求最大流的标号算法 .....	169
6.5 最小费用流问题.....	172
6.5.1 最小费用流问题的提法和模型 .....	172
6.5.2 最小费用最大流问题的解法 .....	173
6.6 利用计算机进行图与网络分析.....	174
习题与作业 .....	175
<b>第 7 章 决策论.....</b>	<b>178</b>
7.1 决策论概述.....	178
7.1.1 决策的概念和分类 .....	178
7.1.2 决策的一般过程 .....	179
7.1.3 决策中必须遵循的一些基本原则 .....	180
7.2 非确定型决策.....	180
7.2.1 悲观法(Max Min 准则) .....	181
7.2.2 乐观法(Max Max 准则) .....	181
7.2.3 折中法(乐观系数法) .....	181
7.2.4 平均法(等可能准则) .....	181
7.2.5 最小遗憾法(Min Max 准则) .....	181
7.3 风险型决策.....	182
7.3.1 最大可能法 .....	183
7.3.2 期望值法 .....	183
7.3.3 后验概率法 .....	183

7.3.4 决策树法 .....	186
7.4 多目标决策的层次分析法.....	186
7.4.1 明确问题并建立目标分层结构 .....	186
7.4.2 两两比较建立判断矩阵 .....	187
7.4.3 进行层次单排序 .....	188
7.4.4 进行层次总排序 .....	190
7.4.5 进行一致性检验 .....	191
7.5 决策分析中的模拟方法.....	193
7.5.1 什么是模拟 .....	193
7.5.2 模拟方法的应用 .....	194
7.5.3 模拟方法在 Excel 上的实现 .....	196
7.6 利用计算机进行决策分析.....	197
习题与作业 .....	197
<b>第 8 章 对策论.....</b>	<b>200</b>
8.1 对策论的初步认识.....	200
8.1.1 对策现象和对策论 .....	200
8.1.2 对策问题的三要素 .....	201
8.1.3 矩阵对策问题举例 .....	202
8.2 矩阵对策的基本理论.....	204
8.2.1 矩阵对策的纯策略 .....	204
8.2.2 矩阵对策的混合策略 .....	207
8.2.3 矩阵对策的基本性质和特点 .....	209
8.3 矩阵对策的解法.....	211
8.3.1 公式法 .....	211
8.3.2 既约矩阵及其行列式解法 .....	212
8.3.3 图解法 .....	213
8.3.4 方程组解法 .....	216
8.3.5 线性规划解法 .....	218
8.4 利用计算机求解矩阵对策.....	220
习题与作业 .....	220
<b>第 9 章 存储论.....</b>	<b>222</b>
9.1 存储论概述.....	222
9.1.1 存储问题的提出 .....	222
9.1.2 存储论中的基本概念 .....	222
9.1.3 存储模型的分类 .....	223

9.2 确定型存储模型.....	223
9.2.1 模型一:不允许缺货,一次性补充 .....	224
9.2.2 模型二:不允许缺货,连续性补充 .....	225
9.2.3 模型三:允许缺货,一次性补充 .....	227
9.2.4 模型四:允许缺货,连续性补充 .....	229
9.3 随机型存储模型.....	231
9.3.1 随机型存储模型的特点及存储策略 .....	231
9.3.2 一次性订货的离散型随机存储模型 .....	232
9.3.3 一次性订货的连续型随机存储模型 .....	234
9.3.4 存储策略的选择 .....	236
9.4 利用 QSB 解存储问题 .....	237
习题与作业 .....	238
<b>第 10 章 排队论 .....</b>	<b>239</b>
10.1 排队论概述 .....	239
10.1.1 排队论及排队系统 .....	239
10.1.2 排队系统中随机变量的有关分布 .....	242
10.1.3 生灭过程与平稳状态分布 .....	246
10.2 M/M/1 模型 .....	249
10.2.1 标准的 M/M/1 模型 .....	249
10.2.2 容量有限的 M/M/1 模型(M/M/1/k) .....	250
10.2.3 顾客源有限的 M/M/1 模型(M/M/1/m) .....	252
10.3 M/M/1 模型 .....	254
10.3.1 标准的 M/M/s 模型 .....	254
10.3.2 容量有限的 M/M/s 模型 .....	257
10.3.3 顾客源有限的 M/M/s 模型 .....	260
10.4 利用 QSB 解排队问题 .....	261
习题与作业 .....	262
<b>第 11 章 博弈论简介 .....</b>	<b>264</b>
11.1 什么是博弈论 .....	264
11.2 静态博弈的一个经典案例:囚徒困境.....	265
11.3 博弈论原理在实践中的应用 .....	271
11.4 生活中的其他案例 .....	272
11.4.1 智猪博弈 .....	272
11.4.2 夫妻博弈 .....	273
11.4.3 警偷博弈 .....	274

11.4.4 其他案例 .....	275
11.5 纳什均衡及静态博弈求解 .....	276
11.5.1 关于纳什均衡 .....	276
11.5.2 用画线法解静态博弈 .....	276
11.5.3 用箭头法解静态博弈 .....	277
11.5.4 优超现象和严格下策反复消去法 .....	278
11.5.5 混合策略博弈的纳什均衡 .....	279
11.5.6 反应函数法 .....	281
习题与作业 .....	282
<b>第 12 章 最优化方法简介 .....</b>	<b>284</b>
12.1 最优化方法概述 .....	284
12.1.1 最优化方法分类 .....	284
12.1.2 最优化设计 .....	286
12.1.3 最优化模型的建立 .....	287
12.2 最大面积和最大容积问题 .....	288
12.2.1 托尔斯泰的题目——最大面积问题 .....	288
12.2.2 最大容积问题 .....	290
12.2.3 定和乘数的乘积 .....	292
12.3 约束条件下的极值及黄金分割法 .....	292
12.3.1 约束条件下的极值 .....	292
12.3.2 关于黄金分割法 .....	294
12.3.3 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的渐进性质 .....	297
习题与作业 .....	298
<b>第 13 章 关于数据分析 .....</b>	<b>299</b>
13.1 概述 .....	299
13.2 单变量数据分析 .....	299
13.2.1 直方图 .....	299
13.2.2 描述性统计 .....	300
13.2.3 排位和百分比排位 .....	302
13.3 双变量数据分析 .....	303
13.3.1 散点图 .....	303
13.3.2 相关分析 .....	304
13.3.3 方差分析 .....	305
13.4 线性回归分析 .....	306

13.4.1	关于线性回归的说明 .....	307
13.4.2	线性回归分析工具 .....	307
13.4.3	关于回归结果可靠性的指标 .....	307
13.4.4	回归结果的表达(以房租模拟为例) .....	308
13.4.5	在散点图中插入趋势线 .....	308
13.5	简单非线性回归 .....	308
13.5.1	对数回归模型 .....	309
13.5.2	乘幂回归模型 .....	309
13.5.3	指数回归模型 .....	310
	习题与作业 .....	311
	参考文献 .....	312

# 第0章 绪论

## 0.1 运筹学的产生及其概念

运筹学在英国称为 Operational Research，在美国称为 Operation Research，我国台湾地区译为“作业研究”。大陆地区 1957 年参照《史记·汉高祖本纪》中的词句“夫运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”译为运筹学（以下简称 OR）。

运筹学作为一门现代科学，公认起源于第二次世界大战期间英、美等国的军事运筹小组，这些小组的主要任务是进行所谓的 Operational Research（运作研究）、Operational Analysis（运作分析）。1935 年，为了对付德军空袭，英国科学家便开始进行雷达试验，在波德塞（Bawdsey）设立了专门的研究机构，并在沿海建立了一些雷达站。但在一次防空大演习中发现这些雷达站送来的信息常互相矛盾，于是又进一步研究报警和控制系统、作战指挥和战果预测，此即著名的宾京（Biggin）山试验。大约在 1937 年，这两个系统合并起来构成了作战控制的基本技术，进一步提高了作战技能。1938 年，Rowe 在从事这项研究任务时把它叫作 Operational Research，可直译为“作战研究”或“运用研究”。

1942 年，美国大西洋舰队反潜艇指挥官 Baker 组织并领导了反潜艇战运筹组，即后来隶属于美国海军总司令部的运筹组的前身，这个运筹组集中了一批著名的科学家。战争结束时，海军运筹组的科学家人数已达到 70 多位。美国陆军空战部队在 Leach 的领导下建立的作战分析小组也超过了 20 多个。在第二次世界大战期间，英国、美国和加拿大等国军队里的运筹工作人员一度超过了 700 人。这些运筹工作组研究的问题很多，诸如战斗机炮弹的合理载荷量问题，如何用一定数量的战斗机封锁给定的海面海域的问题等，都是他们感兴趣的研究对象。

第二次世界大战后，运筹学的研究主要转向了经济方面，重点集中在如何用一定的投入生产更多的产出或一定的产出如何用更少的投入来生产，从而使运筹学在管理科学中获得了长足的发展。随着战后各国工业的逐步恢复和繁荣，由于组织内与日俱增的复杂性和专门化所产生的问题，使人们认识到这些问题基本上与战争中曾面临的问题类似，只是具有不同的现实环境而已，运筹学就这样潜入工商企业和其他部门，在 20 世纪 50 年代以后得到了广泛的应用。对于系统配置、聚散、竞争的运用机理的深入研究和应用，形成了比较完备的一套理论，如规划论、排队论、存储论、决策论等。由于其理论上的不断成熟，加上电子计算机的问世，又反过来促进了运筹学的发展，经过科学家们 50 多年的不断探索，目前运筹学已成为一个门类齐全、理论完善，有着广泛应用前景的新兴学科。

随着运筹学研究的不断深化，世界上不少国家都先后成立了致力于该领域及相关活动的专门学会。最早建立运筹学会的国家是英国（1948 年），接着是美国（1952 年）、法国（1956 年）、日本和印度（1957 年）等。1959 年，英、美、法三国的运筹学会发起并成立了国际运筹学联合会（International Federation of Operational Research Societies, IFORS）。

以后各国的运筹学会纷纷加入。我国的运筹学会成立于 1980 年，1982 年加入 IFORS，1985 年我国参与发起成立了亚太运筹学协会（APORS）。

在运筹学飞速发展的同时，各种学术期刊纷纷出版。1950 年 3 月，英国由 Max Davis、R. T. Edison 主编的《运筹学季刊》（Operational Research Quarterly）——英国 OR 俱乐部的会刊，作为第一个 OR 学术期刊正式发行。随后，《美国运筹学会刊》（Journal of ORSA）在 1952 年出版（1956 年更名为《运筹学》）。1954 年美国分别出版的《海军后勤研究季刊》和《管理科学》，也是与 OR 相关的学术期刊。1961 年，IFORS 出版了《国际运筹学文摘》。中国运筹学会主办的刊物是《运筹与管理》（1992 年，合肥）和《运筹学学报》（1997 年，上海）两份杂志。

从学校教育方面来看，1948 年，美国麻省理工学院开设了第一个非军事 OR 技术课程。1952 年，第一套能授予硕士及博士学位的 OR 课程设置在 Case 理工学院建立。之后，美国约有 30 所大学开始介绍 OR 课程。20 世纪 50 年代早期，英国 Birmingham 大学率先在英国开设了 OR 课程。1964 年，新成立的 Lancaster 大学坐上了英国 OR 教育的第一把交椅。之后的几年里，英国约有 12 所大学（多为著名大学，如伦敦经济学院）为研究生和本科生开设了 OR 课程，其中约一半学校设有 OR 系科。在多数拥有全国性 OR 学会的国家，该过程也在进行。我国也是 OR 教育发展较早的国家之一。但将运筹学作为主要专业课列入教学计划，则开始于 20 世纪的 80 年代。1998 年，在教育部颁布的《本科专业目录和专业介绍》中，正式将运筹学课程列为经济、管理专业的主干课程。

虽然人类关于运筹学的系统研究仅有半个多世纪的历史，然而人类关于运筹学的思想却历史久远。比如，我国早在 2000 多年前就有“运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”的说法。不仅如此，在运筹学思想的运用方面，我国古代也有过许多经典的先例。如战国时谋士孙膑为田忌赛马献策而胜齐威王；秦时李冰父子修都江堰，用一个鱼嘴分沙堰，巧妙地解决了分洪、排沙和灌溉问题；北宋时丁渭的皇宫修复方案等。

任何概念都是在发展的过程中不断完善的。究竟什么是运筹学，目前流行的说法比较多。1976 年，美国运筹学会的定义是：“运筹学是研究用科学方法来决定在资源不充分的情况下如何最好地设计人—机系统，并使之最好地运行的一门学科”。这从一个侧面描写了运筹学的特点。1978 年，联邦德国科学辞典上的定义是：“运筹学是从事决策模型的数学解法的一门科学”。英国运筹学杂志则认为：“运筹学是运用科学方法（特别是数学）来解决那些在工业、商业、政府和国防部门中，有关人力、机器、物质、金钱等大型系统的指挥和管理方面出现的问题的科学，目的是帮助管理者科学地决策其策略和行动。”

从本学科的研究对象、内容和性质出发，本教程把运筹学定义为：“针对特定的管理决策问题，依照给定的目标和条件，从众多方案中选择最优方案的一种最优化技术和方法。”这一定义与英文词 Operations Research 的含义比较接近。在英文中，Operation 一词的主要含义是“working, way in which sth. works”。另外，该词还有这样一些含义，如“the condition of being in action; a procedure that is part of a series in some work”。所以，如果要把 Operations Research 直译为汉语，笔者认为比较贴切的应该是“方法研究”。

## 0.2 运筹学的模型和内容

运筹学的内容相当丰富，分支也很多，根据其解决问题的主要特点可将其分为两大