

中学生

初中版

主 编：张新华

全能助手 考点速记手册

新课标配套工具书

- ➡ 基础知识网络化
- ➡ 重点难点表格化
- ➡ 技巧运用人性化

数学

海南出版社

阅读指南针

凡教辅类图书多数通过对教材知识的详细解析以起到辅助教学之目的,但过于详尽将导致学生只见树木而不见森林!长期迷失其中不能自拔,将导致学生丧失全局观念,不能掌握知识整体结构,从而影响对具体知识的理解运用。本书删繁就简,以简洁明快的手法,寥寥几笔勾勒出清晰的知识脉络,令人一目了然。栏目设置上更加强调功能的实用性、针对性,分为以下四个板块:

⇒ **图示知识点**——将章节内相关的知识点以树形图的方式列出,起到纲举目张的作用,便于把握全局。

⇒ **释义关键词**——全表格化考点知识梳理归纳,清晰直观一目了然,更便于理解、记忆。

⇒ **考赛示例**——本栏目既强化重点难点知识、又揭示考试的内容与形式,强调知识的实际运用能力!

⇒ **教你一招**——总结学习方法、提炼应考技巧,是简便易行的小窍门,是考场致胜的小绝招。

总之,这是一套让你看的懂、记的住、学的会、用的上的实用型工具书。真诚地希望它能成为你学习上的好助手!

《全能助手》编委会

2006年6月

目 录

代数部分

第一单元	代数初步知识	1
第二单元	有理数	8
第三单元	整式的加减	16
第四单元	一元一次方程	22
第五单元	二元一次方程组	27
第六单元	一元一次不等式和一元一次不等式组	34
第七单元	整式的乘除	40
第八单元	因式分解	44
第九单元	分式	49
第十单元	数的开方	55
第十一单元	二次根式	59
第十二单元	一元二次方程	64



战战兢兢, 如临深渊, 如履薄冰。

◀◀◀

标不是都能达到的,但它可以作为瞄准点。

名言警句

第十三单元 函数及其图像 71

第十四单元 统计初步 81

几何部分

第一单元 线段、角 88

第二单元 相交线、平行线 93

第三单元 三角形 97

第四单元 四边形 102

第五单元 相似形 109

第六单元 解直角三角形 116

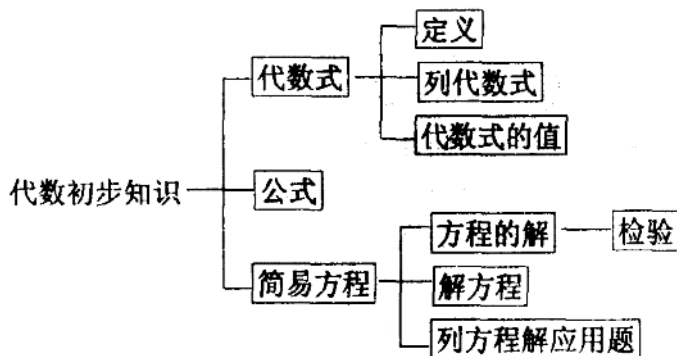
第七单元 圆(一) 123

第八单元 圆(二) 131

附表 141

代数部分

第一单元 代数初步知识



如切如磋,如琢如磨。《诗经·卫风·淇澳》



表 1—1

代数式的定义	用加、减、乘、除、乘方等运算符号以及括号,将数和表示数的字母连结而成的式子,叫做代数式,单独一个数或单独一个字母也是代数式.
代数式中的乘号的表示法	代数式中的乘号,通常用符号“ $\cdot$ ”代替或省略不写,但数字与数字间的乘号要写成原来的符号“ $\times$ ”.
列代数式	列代数式时要先设出一个或几个字母,代替语句中需代表的量,按照语句中所包含的运算关系以及运算顺序准确地写出代数式,它是由特殊到一般的思维过程.
代数式的值	用具体数值代替代数式中的字母,按照代数式指明的运算顺序计算出的结果叫做代数式的值,它实际上在进行有理数混合运算的训练,是由一般到特殊的思维过程.

表 1—2

公式 概念	公式是用符号连接的两个代数式,左边的代数式是用表示某个量的一个单独的字母,而右边的代数式则表明这个量与其它量间的一种数量上的关系.
公式的 分类 (注意 字母的 含义)	①行程: $S = VT$; 工程: $M(\text{工作量}) = P(\text{工效}) \cdot T(\text{时间})$ ②周长: $L_{\text{长方形}} = 2(a+b)$ $L_{\text{圆}} = \frac{n\pi R}{180}$ $L_{\text{正方形}} = 4a$ $L_{\text{圆}} = 2\pi r$ ③面积: $S_{\text{长方形}} = ab$ $S_{\text{正方形}} = a^2$ $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2}ah$ $S_{\text{扇}} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{1}{2}lR$ $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)h$ $S_{\text{圆}} = \pi r^2$ $S_{\text{圆柱侧}} = 2\pi rh$ $S_{\text{圆锥全}} = \pi rl + \pi r^2$ ④体积: $V_{\text{长方体}} = abc$ $V_{\text{正方体}} = a^3$ $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$ $V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$ $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ⑤利润、利率问题

表 1—3

方程、方 程的解	含有未知数的等式叫做方程,能使方程的值相等的未知数的值叫做方程的解.
解方程	求出方程的解的过程叫做解方程,解方程时要养成检验的好习惯.
列方程 解应用 题	一般步骤:①审题、分析、找等量关系;②设未知数表示题中其它有关的量;③列方程;④解方程;⑤答. 注意的问题:①在整个计算过程中单位要统一;②解完方程后看是否符合题意.



投我以木桃,报之以琼瑶。《诗经·卫风·木瓜》



【例题】(2004, 厦门中考题)为鼓励节约用电,某地对居民用户用电收费标准作如下规定:每户每月用电如果不超过 100 度,那么每度电价按 a 元收费,若超过 100 度,超过的部分按每度 b 元收费。某户居民在一个月內用电 160 度,该户居民这个月应缴纳电费是____元(用含 a 、 b 的代数式表示)。

【解析】因为用电量不同、收费标准不同,该居民这个月用电超过 100 度,所以收费标准为 100 度,按 a 元/度收费,超过部分 $(160-100)$ 度按 b 元/度收费,即 $100a+(160-100)b=100a+60b$ 由此可见准确理解题意是解决问题的关键。

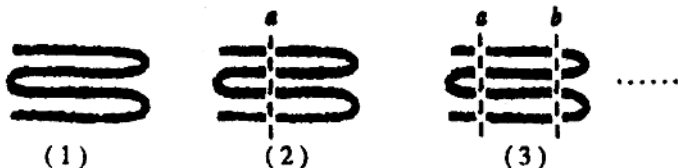
【答案】 $100a+60b$

【例题】(2005, 四川)举一个实际例子说明代数式 $\frac{2a+b}{3}$ 的意义:_____。

【解析】本题主要考察代数式在实际生活中的应用。

【答案】小明、小丽、小强三人到书店买书,小明和小丽都买了 a 本,小强买了 b 本,则平均每人买了多少本。(只要符合题意均可)

【例题】(2005, 河北)一根绳子弯曲成如图所示的形状,当用剪刀像图那样沿虚线 a 把绳子剪断时,绳子被剪为 5 段;当用剪刀像图那样沿虚线 $b(b \parallel a)$ 把绳子再剪一次时,绳子就被剪为 9 段。若用剪刀在虚线 a 、 b 之间把绳子再剪 $(n-2)$ 次(剪刀的方向与 a 平行),这样一共剪 n 次时绳的段数是 ()



A. $4n+1$ B. $4n+2$ C. $4n+3$ D. $4n+5$

【解析】本题考查学生观察问题能力,进而透视代入求值检查验证的思想.将 $n=1$ 代入 A、B、C、D 四选项的代数式,知 A 符合题意,再将 $n=2$ 代入验证,从而确定选 A.

【答案】A

【例题】一个正方形的周长和一个圆的周长相等,问谁的面积较大?

【解析】用 l 表示相同的周长,则可用含 l 的代数式表示出正方形的边长以及圆的半径,进而可分别计算出正方形和圆的面积,然后再设法比较这两个面积的大小.

解:设周长为 l ,则正方形的边长为 $\frac{l}{4}$,圆的半径为 $\frac{l}{2\pi}$,用 $S_{\text{正}}$, $S_{\text{圆}}$ 分别表示正方形与圆的面积,则

$$S_{\text{正}} = \left(\frac{l}{4}\right)^2 = \frac{l^2}{16};$$

$$S_{\text{圆}} = \pi \cdot \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 = \pi \cdot \frac{l^2}{4\pi^2} = \frac{l^2}{4\pi}.$$

$$\because 16 > 4\pi,$$

$$\therefore \frac{l^2}{16} < \frac{l^2}{4\pi}, \text{ 即 } S_{\text{正}} < S_{\text{圆}}.$$

【答案】本题中圆的面积较大.



风雨如晦,鸡鸣不已。《诗经·郑风·风雨》



【归纳点评】这是一个简单的极值问题，以后还会知道如果周长相等，那么长方形的面积 $<$ 正方形的面积 $<$ 圆的面积；如果表面面积相等，那么长方体的体积 $<$ 正方体的体积 $<$ 球的体积，这种极值的问题在生产、生活和科研中有着广泛的应用，以后我们还要进一步学习。



数学概念学习方法

数学中有许多概念，如何让学生正确地掌握概念，应该指明学习概念需要怎样的一个过程，应达到什么程度。数学概念是反映数学对象本质属性的思维形式，它的定义方式有描述性的，指明外延的。一个数学概念需要记住名称，叙述出本质属性，体会出所涉及的范围，并应用概念准确进行判断。这些问题老师没有要求，不给出学习方法，学生将很难有规律地进行学习。

下面我们归纳出数学概念的学习方法：

阅读概念，记住名称或符号。

背诵定义，掌握特性。

举出正反实例，体会概念反映的范围。

进行练习，准确地判断。

数学公式的学习方法

公式具有抽象性，公式中的字母代表一定范围内的无穷多个数。有的学生在学习公式时，可以在短时间内掌握，而有的

学生却要反反复复地体会，才能跳出千变万化的数字关系的泥堆。我们介绍的数学公式的学习方法是：

书写公式，记住公式中字母间的关系及字母所表示的含义。

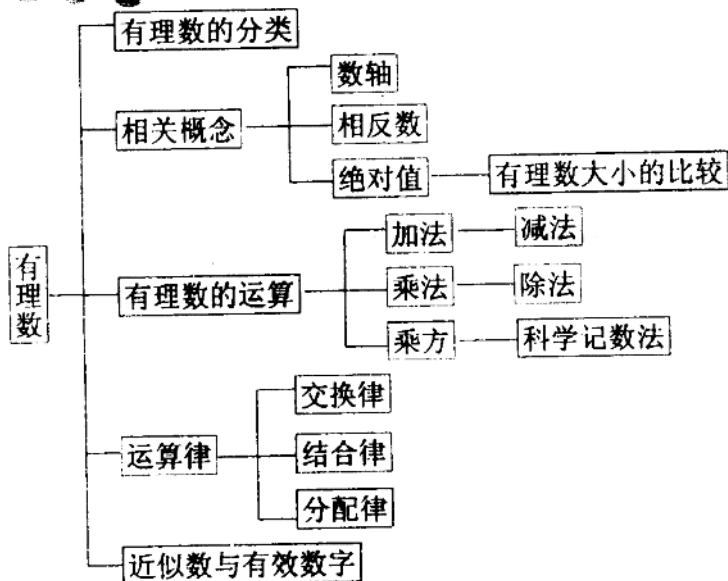
懂得公式的来龙去脉，掌握推导过程。

用数字验算公式，在公式具体化过程中体会公式中反映的规律。

将公式进行各种变换，了解其不同的变化形式。

将公式中的字母想象成抽象的框架，达到自如地应用公式。

第二单元 有理数



关键词	释义
有理数的分类	(1) 有理数 - 正有理数 - 正整数 - 正分数 - 零 - 负有理数 - 负整数 - 负分数

关键词	释义	
有理数的分类	(2)有理数 整数 正整数 零 负整数 分数 正分数 负分数 自然数	
有理数的加法	法则	①同号两数相加,取相同的加数符号,并把绝对值相加. ②绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值,互为相反数的两数相加得 0. ③一个数同 0 相加,仍得原数.
	运算律	交换律: $a+b=b+a$ 结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$
有理数的减法	法则:减去一个数等于加上这个数的相反数, $a-b=a+(-b)$	
有理数的乘法	①法则:两数相乘,同号为正,异号为负,并把绝对值相乘. ②零乘任何数都得 0 . ③三个以上不为 0 的有理数相乘,当负因数个数为奇数时积为负,偶数时积为正; ④运算律:交换律:$ab=ba$ 结合律:$(ab)c=a(bc)$ 分配律:$c(a+b)=ac+bc$.	
有理数的除法	①定义:除以一个数(这个数不为零)等于乘以这个数的倒数. ②符号法则:两数相除,同号为正,异号为负,并把绝对值相除.	

关键词	释义
相理数的乘方	①求几个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂； ②符号法则：正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数。负数的奇次幂是负数；0 的正数次幂都是 0（0 的负数次幂和零次幂无意义） ③科学记数法：把一个大于 10 的数写成“$a \times 10^n$”形式（$1 \leq a < 10, n$ 是正整数，等于原数的整数位数减 1）。
有理数的混合运算	①在加、减、乘、除、乘方这五种运算中，加减为一级运算；乘除为二级运算，乘方为三级运算。 ②运算顺序是：先三级，再二级，然后再一级运算；如有括号则先完成括号内的运算；同级运算要按从左到右的顺序。
相关概念	数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫数轴。其三要素：①原点；②正方向；③单位长度。
	相反数 ①定义：只有符号不同的两个数；②表现形式：若 a, b 互为相反数，则 $a+b=0$。
	绝对值 ① $a = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ ②几何意义：a 的几何意义是数轴上表示数 a 的点到原点的距离。
	近似数与有效数字 ①近似数与准确数相对应，取近似数的方法：四舍五入法。 ②一个近似数四舍五入到哪一位就说该数精确到哪一位。

关键词	释义
相关概念 有理数大小的比较	③从左边第一个不为0的数字起到精确到的数位止所有的数字都叫这个近似数的有效数字
	①数轴上的点表示的有理数,右边的总比左边的大. ②正数大于0,负数小于0,正数大于一切负数. ③两个正数绝对值大的较大;两个负数绝对值大的反而小. ④比差法: $a-b=0$ 则 $a=b$; $a-b>0$ 则 $a>b$; $a-b<0$ 则 $a<b$. ⑤作商法(限于符号相同的两数)



【例题】(2005, 河南)从《中华人民共和国 2004 年国民经济和社会发展统计公报》中获悉, 2004 年末国家全年各项税收收入 25 718 亿元, 用科学计数法表示为_____元(保留三个有效数字).

【选题意图】本题主要考查科学记数法和有效数字

【解析】科学记数法的表示及有效数字的表示 2.57×10^{12} 或 2.57×10^4 亿

【答案】见解析

【归纳点评】搞清科学记数法的标准形式和有效数字的意义.

【例题】(2005, 天津)已知 $|x|=4$, $|y|=\frac{1}{2}$, 且 $xy<0$, 则 $\frac{x}{y}$ 的值等



诗言志, 歌永言, 声依永, 律和声。《尚书舜典》

于_____.

【选题意图】本题主要考查绝对值的意义.

【解析】由绝对值的意义,

$$|x|=4, |y|=\frac{1}{2}, \text{则 } x=\pm 4, y=\pm \frac{1}{2}.$$

$$\text{又因 } xy < 0, \therefore x=4, y=-\frac{1}{2}, \text{或 } x=-4, y=\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \frac{x}{y} = -8.$$

【答案】-8

【归纳点评】对于条件 $xy > 0$ 的利用是关键.

【例题】(2005, 河南)如图所示, 两温度计读数分别为我国某地今年2月份某天的最低气温与最高气温, 那么这天的最高气温比最低气温高()

- A. 5°C B. 7°C
C. 12°C D. -12°C

【选题意图】本题主要考查负数的实际意义和有理数的运算.

【解析】由图可知,

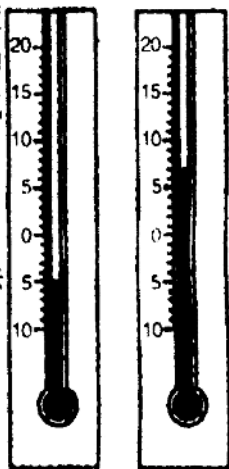
最高气温 7°C , 最低气温 -5°C

$7 - (-5) = 7 + 5 = 12 (^{\circ}\text{C})$ 故选 C.

【归纳点评】最低气温的确定是关键.

【例题】(荆州)当 $0 < x < 1$ 时, x^2 、 x 、 $\frac{1}{x}$ 的大小顺序是()

- A. $\frac{1}{x} < x < x^2$ B. $\frac{1}{x} < x^2 < x$



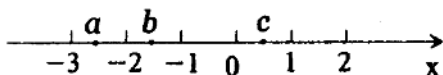
$$C. x^2 < x < \frac{1}{x} \quad D. x < x^2 < \frac{1}{x}$$

【选题意图】本题主要考查比较实数的大小。

【解析】本题可用“差值比较法”来解：当 $0 < x < 1$ 时， $1-x > 0$ ， $x-1 < 0$ ， $x=1 > 0$ ， $\therefore x-x^2 = x(1-x) > 0$ ， $\therefore x > x^2$ 。又 $x = \frac{1}{x} - \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x} < 0$ ， $\therefore x < \frac{1}{x}$ ， $\therefore x^2 < x < \frac{1}{x}$ 。答案应选 C。

【归纳点评】本题除用常规的比较法外，还可利用特殊值法。

【例题】实数 a 、 b 、 c 在数轴上对应点的位置如图所示，则下列关系式中的，正确的是（ ）



$$A. a+b-c < 0$$

$$B. a+b-c > 0$$

$$C. ab < ac$$

$$D. ac > bc$$

【选题意图】本题主要考查数轴上的点与实数的对应关系。

【解析】由数轴上 a 、 b 、 c 的位置可知， $a < b < 0$ ， $c > 0$ ， $|c| < |b| < |a|$ 。

【答案】A

【归纳点评】观察数轴挖掘隐含条件是解题关键，还可利用特殊值法。

【例题】计算：

$$(1) 18 - 6 \div (-2) \times (-\frac{1}{3})$$

$$(2) (-3)^2 \times [-\frac{2}{3} + (-\frac{5}{9})]$$

【解析】本题主要考查有理数的混合运算，做有理数的混合



不以一眚掩大德。《左传僖公三十三年》