卫生部“十一五”规划教材　全国高等医药教材建设研究会规划教材

全国高等学校配套教材·供药学类专业用

# 物理学
# 学习指导与习题集

主　编　王　铭
副主编　李玉娟

人民卫生出版社

卫生部"十一五"规划教材

全国高等医药教材建设研究会规划教材

全国高等学校配套教材

供药学类专业用

# 物　理　学
# 学习指导与习题集


**主　编　王　铭**

**副主编　李玉娟**

**编　者**（以姓氏笔画为序）

王　铭（北京大学医学部）　　李玉娟（沈阳药科大学）

王章金（华中科技大学）　　沈明元（四川大学物理科学与技术学院）

丘翠环（广东药学院）　　陈　曙（中国药科大学）

孙宝良（沈阳药科大学）　　章新友（江西中医学院）

阮晓声（浙江大学理学院）　　童家明（青岛大学物理科学学院）



人　民　卫　生　出　版　社

**图书在版编目（CIP）数据**

物理学学习指导与习题集/王铭主编. —北京：人民卫生出版社，2007.7

ISBN 978-7-117-08955-5

Ⅰ. 物… Ⅱ. 王… Ⅲ. 物理学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 103425 号

**物理学学习指导与习题集**

**主　　编**：王　铭
**出版发行**：人民卫生出版社（中继线 010-67616688）
**地　　址**：北京市丰台区方庄芳群园 3 区 3 号楼
**邮　　编**：100078
**网　　址**：http://www.pmph.com
**E - mail**：pmph@pmph.com
**购书热线**：010-67605754　010-65264830
**印　　刷**：北京市燕鑫印刷有限公司（万通）
**经　　销**：新华书店
**开　　本**：787×1092　1/16　　**印张**：10.75
**字　　数**：241 千字
**版　　次**：2007 年 7 月第 1 版　2007 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
**标准书号**：ISBN 978-7-117-08955-5/R · 8956
**定　　价**：16.00元

# 前　言

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，卫生部“十一五”规划教材《物理学》第5版(人民卫生出版社出版)的配套教材，本书每章均包括如下几项内容：内容提要、基本要求、基本公式、补充例题、习题解答、补充习题及参考答案。本书的目的一是为了提高教师的教学效果，二是为了学生复习方便，因此本书还给出了几份模拟试卷。

药学专业的物理学既有物理学基础教育的目的，也有一定的实用意义。因此，习题的选择和各章重点应该顾及两个方面。尽管作者在这方面下了很多工夫，但仍存在许多不尽如人意的地方，衷心希望各位使用本书的教师和学生提出宝贵意见，以便在修订时做出改进。

本书选用的大部分习题在成书前曾经前几版《物理学》编者的试用和反复修改，在这里作者对他们表示衷心的感谢，没有前几版教材编者对本书的贡献，作者不可能在很短的时间内将它们付之出版。另外，本书的部分插图由北京大学医学部李玉梅老师重新绘制，在此一并表示感谢。

王　铭

2007年5月

# 目　　录

# 第一章 力学的基本定律

## 内容提要

力学的基本定律是物理学的基础知识，本章在复习中学内容的基础上主要讨论了刚体的运动规律和角动量守恒等相关知识。

经典力学是描述宏观低速运动物体运动规律的理论，牛顿第一定律、牛顿第二定律和牛顿第三定律分别给出了力的定义、力的度量和力的属性。

物体的基本运动可以分为平动和转动，当不关心物体自身各点的运动差异时，无论是平动还是转动，都可以把物体的运动看作是质点的运动。当关注物体上各点运动的差异时，除研究物体的平动外，还要考虑其转动的问题。

刚体是一种忽略了形变的理想模型。牛顿第二定律在刚体上的表现形式是刚体的转动定律。将力与力臂的矢量积定义为力矩，转动定律说明，在合外力矩的作用下，刚体的转动加速度与合外力矩的大小成正比、与刚体的转动惯量成反比。转动惯量是刚体的固有性质，当刚体的形状、质量、质量分布和转轴位置确定后，转动惯量是一个恒量，与转动过程无关。

力矩所作的功符合力的功能原理，当力矩做正功时，刚体的转动动能增加；同理，当力矩做负功时，刚体的转动动能减少。

角动量是描述物体转动问题的物理量。角动量是一个综合参量，与物体自身的质量相关，与物体的运动状态相关，还与坐标系相关。角动量定理说明了物体在合外力矩的作用下刚体动力学改变的规律。

角动量守恒定律说明当物体不受外力矩时，刚体的角动量守恒。角动量守恒定律是力学三个重要的守恒定律之一。进动是物体在高速旋转时受到不平衡的外力矩作用时，物体在绕自身对称轴旋转的同时，其对称轴本身又绕另一轴回转的运动，如：陀螺的进动。陀螺的进动，可以作为电子和原子核在外磁场中作进动的模型。

## 基本要求

掌握力学基本定律的物理学意义，熟练使用力学运动学和动力学公式解决简单的刚体运动问题。理解刚体的基本概念，理解转动惯量的基本概念，掌握简单形状刚体转

动惯量的计算。熟悉力矩的概念,理解并掌握转动定律,能用转动定律计算刚体的转动加速度,并能综合使用转动与平动相关概念处理转动中的角速度和线速度等线量和角量的问题。掌握转动动能和力矩的功的计算。

理解并掌握角动量、角动量定理和角动量守恒定律的基本概念和计算方法。能使用角动量守恒定律计算物体在做转动时的角速度和角加速度。

了解进动的基本概念,知道产生进动的基本原因,能判断进动的方向。

## 基本公式

角速度的基本定义 $\omega=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

角加速度的基本定义 $\beta=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

匀变速转动的运动学基本公式 $\omega=\omega_0+\beta t$

$$\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2=\omega_0^2+2\beta\theta$$

线速度与角速度关系 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$

线加速度与角加速度关系 $a_t=r\beta$

力矩的定义(标量式) $M=fd=fr\sin\varphi$

力矩的定义 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{f}$

转动惯量定义 $J=\lim\limits_{\Delta m_i\to 0}\sum\limits_i r_i^2\Delta m_i=\int_m r^2\,\mathrm{d}m=\int_v r^2\rho\,\mathrm{d}V$

转动定律 $\boldsymbol{M}=J\boldsymbol{\beta}=J\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}$

力矩的功 $A=\int_{\theta_1}^{\theta_2}M\mathrm{d}\theta$

定轴转动动能 $A=\dfrac{1}{2}J\omega_2^2-\dfrac{1}{2}J\omega_1^2$

角动量基本定义 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$

刚体角动量 $\boldsymbol{L}=J\boldsymbol{\omega}$

角动量定理 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}\,\mathrm{d}t=\int_{L_1}^{L_2}d\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}_2-\boldsymbol{L}_1=J_2\boldsymbol{\omega}_2-J_1\boldsymbol{\omega}_1$

角动量守恒定律 当 $\boldsymbol{M}=0$ $J\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{c}$(常量)

进动方向 $\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{L}$

## 补充例题

例题 · 固定在一起的两个同轴均匀圆柱体可绕其光滑水平轴 OO′转动(如图 1-1 所示),大小圆柱体半径分别为 $R$ 和 $r$,质量分别为 $M$ 和 $m$,绕在两柱上的绳子分别与物体 $m_1$ 和 $m_2$ 相连,$m_1$ 和 $m_2$ 挂在圆柱体两侧。设 $R=0.2\mathrm{m}$,$r=0.1\mathrm{m}$,$M=20\mathrm{kg}$,$m=2\mathrm{kg}$,

$m_1 = m_2 = 2\text{kg}$,求圆柱体转动时的角加速度。

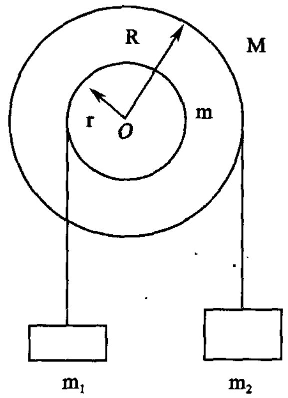


图 1-1

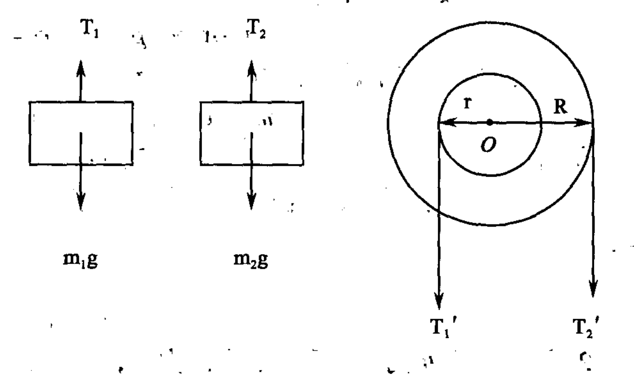


图 1-2

解:圆柱体的转动惯量通式为$\frac{mr^2}{2}$。由于两个同轴均匀圆柱体是固定在一起的,所以可以看成是一个物体,其转动惯量是两个圆柱体转动惯量之和:

$$J = J_1 + J_2 = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{2}MR^2$$

以 $m_2$ 的运动方向沿绳建立坐标系,设坐标方向向下为正,对 $m_1$、$m_2$ 做力学分析(见图 1-2),应用牛顿第二定律方程:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

$$T_2 = m_2(g - a_2) \qquad (1)$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

$$T_1 = m_1(a_1 + g) \qquad (2)$$

作用在圆柱体的外力矩为:

$$M = T'_2 R - T'_1 r \qquad (3)$$

应用转动定律:

$$M = J\beta$$

$$T'_2 R - T'_1 r = (J_1 + J_2)\beta \qquad (4)$$

考虑角量与线量关系:$a = r\beta$ 有:$a_1 = r\beta$　(5)　$a_2 = R\beta$　(6)

考虑 $T'_1 = T_1, T'_2 = T_2$

方程联立,解此方程组得:$\beta = \dfrac{(m_1 S - m_2 r)g}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2 + m_1 R^2 + m_2 r^2}$

代入数据得 $\beta = 3.84(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$

## 习 题 解 答

1. 一块木板能在与水平面成 $\alpha$ 角的斜面上匀速滑下。试证明当它以初速率 $v_0$ 沿

该斜面向上滑动时,它能向上滑动的距离为$\frac{v_0^2}{(4g\sin\alpha)}$。

解:由于木板匀速下滑,因此有

$$mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha=0$$

上滑时摩擦力向下,设向下加速度为$a$,则有

$$mg\sin\alpha+\mu mg\cos\alpha=ma$$

解得

$$a=2g\sin\alpha$$

物体沿斜面向上作初速为$v_0$的匀减速直线运动,末速为零,加速度为$-a$。因此滑动距离为

$$s=\frac{v_0^2}{2a}=\frac{v_0^2}{4g\sin\alpha}$$

2. 沿半径为$R$的半球形碗的光滑内壁,质量为$m$的小球以角速度$\omega$在一水平面内作匀速圆周运动,求该水平面离碗底的高度。

解:$m$受重力和碗壁支撑力,由于小球在一水平面内作匀速圆周运动,小球所受合力必在该水平面内,且为小球匀速圆周运动的向心力,设该圆半径为$r$,并设$\theta$角,如图1-3所示,则有:

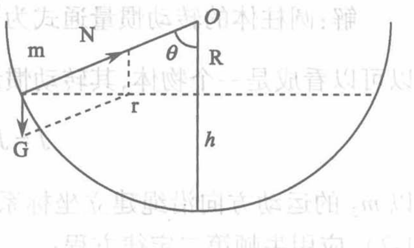

图1-3

$$mg\tan\theta=m\omega^2r=m\omega^2R\sin\theta$$

$$\cos\theta=\frac{g}{\omega^2R}=\frac{R-h}{R}$$

所以 $$h=R\left(1-\frac{g}{\omega^2R}\right)$$

3. 一滑轮两侧分别挂着$A$、$B$两物体,$m_A=20\text{kg}$,$m_B=10\text{kg}$,今用力$f$欲将滑轮提起,如图1-4所示。设绳和滑轮的质量、轮轴的摩擦可以忽略不计,当力$f$的大小分别等于(a)98N;(b)196N;(c)392N;(d)784N时,求物体$A$、$B$的加速度和两侧绳中的张力。

解:如图1-4所示。

$$G_A=m_Ag=20\times9.8=196(\text{N})$$
$$G_B=m_Bg=10\times9.8=98(\text{N})$$

(a) $$T=\frac{f}{2}=49(\text{N})$$

$$G_A>T,G_B>T$$

$A$、$B$加速度均为零。

(b) $$T=\frac{f}{2}=98(\text{N})$$

$$G_A>T,G_B>T$$

$A$、$B$加速度均为零。

(c) $$T=\frac{f}{2}=196(\text{N})$$

$$G_A=T$$

$A$的加速度为零。

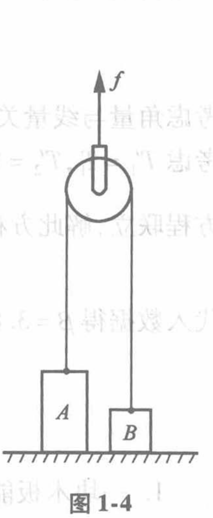

图1-4

$$a_B=\frac{T-m_Bg}{m_B}=\frac{196-10\times9.8}{10}=9.8(\mathrm{m/s^2})$$

(d)

$$T=\frac{f}{2}=392(\mathrm{N})$$

$$a_A=\frac{T-m_Ag}{m_A}=\frac{392-20\times9.8}{20}=9.8(\mathrm{m/s^2})$$

$$a_B=\frac{T-m_Bg}{m_B}=\frac{392-10\times9.8}{10}=29.4(\mathrm{m/s^2})$$

4. (a)以5.0m/s的速率匀速提升一质量为10kg的物体,10s内提升力做了多少功?(b)以10 m/s的速率将物体匀速提升到同样高度,所做的功是否比前一种情况多?(c)上述两种情况下,功率是否相同?(d)用一大小不变的力,将该物体从静止状态提升到同一高度,物体最后速率达5.0m/s。这一过程中做功多少?平均功率多大?开始和结束时的功率多大?

解:(a) $A=fs=mgv_1t_1=10\times9.8\times5\times10=4.9\times10^3(\mathrm{J})$

(b) 力和位移与(a)相同,功也相同。

(c) $P_1=\dfrac{A}{t_1}=\dfrac{4.9\times10^3}{10}=490(\mathrm{W})$

$$P_2=\frac{A}{t_2}=\frac{A}{\dfrac{v_1t_1}{v_2}}=\frac{4.9\times10^3\times10}{5\times10}=980(\mathrm{W})$$

提升速率不同,时间就不同,功率也就不同。

(d) $f-mg=ma=m\dfrac{v^2}{2s}$

$$f=m\left(g+\frac{v^2}{2s}\right)=10\times\left(9.8+\frac{5^2}{2\times5\times10}\right)=100.5(\mathrm{N})$$

$$A=fs=100.5\times5\times10=5.03\times10^3(\mathrm{J})$$

或 $A=mgv_1t_1+\dfrac{1}{2}mv^2=10\times9.8\times5\times10+\dfrac{1}{2}\times5\times5^2=5.03\times10^3(\mathrm{J})$

$$t=\frac{v_1t_1}{\dfrac{v}{2}}=\frac{2\times5\times10}{5}=20(\mathrm{s})$$

$$\overline{P}=\frac{A}{t}=\frac{5.03\times10^3}{20}=251(\mathrm{W})$$

$$P_0=fv_0=0$$

$$P_5=fv_5=100.5\times5=503(\mathrm{W})$$

5. 一链条总长为$l$,置光滑水平桌面上,其一端下垂,长度为$a$,如图1-5所示,设开始时链条静止,求链条刚好离开桌边时的速度。

解:如图1-5所示,链条下滑过程中仅下垂段重力作功。设某时刻下垂段长为$x$,重力作用于其重心。设链条总质量为$m$,下垂段质量为$\dfrac{m}{l}x$,链条再下落$\mathrm{d}x$时重力的功为$\dfrac{m}{l}xg\mathrm{d}x$。由动能定理,有

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_a^l \frac{m}{l}xg\mathrm{d}x = \frac{1}{2}mg\frac{l^2-a^2}{l}$$

所以 $$v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$$

另外,由于仅有重力作功,对于链条、地球系统,机械能守恒。设桌面为重力势能的零点,则有

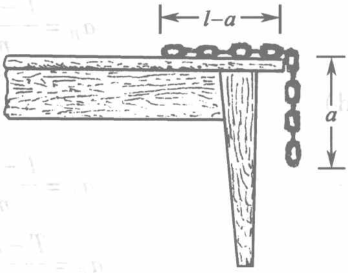

图 1-5

$$-\frac{m}{l}ag\frac{a}{2} = -mg\frac{1}{2}+\frac{1}{2}mv^2$$

同样可得 $$v=\sqrt{\frac{g}{l}(l^2-a^2)}$$

6. 质量为 $m$ 的小球沿光滑轨道滑下,轨道形状如图 1-6 所示。(a) 要使小球沿圆形轨道运动一周,小球开始下滑时的高度 $H$ 至少应多大? (b) 如果小球从 $h=2R$ 的高度处开始滑下,小球将在何处以何速率脱离轨道? 其后运动将如何?

解:如图 1-6 所示。

(a) 要使小球到轨道最高点 $A$ 仍不脱离,极限情况为接触力为零。这时小球仅受重力,由牛顿第二定律,有

$$mg=m\frac{v^2}{R}$$

小球从高为 $H$ 处滑到圆形轨道最高点 $A$ 过程中,仅重力作功。对小球、地球系统、机械能守恒。以圆形轨道最低点为重力势能零点。则有

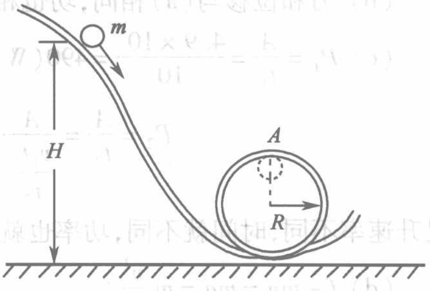

图 1-6

$$mgH = mg\cdot 2R+\frac{1}{2}mv^2 = 2mgR+\frac{1}{2}mgR$$

所以 $$H=\frac{5}{2}R$$

(b) 设小球脱离轨道处轨道半径和最高点处半径夹角为 $\theta$,则对该点有

$$mg\cos\theta = m\frac{v_1^2}{R}$$

且 $$mg\cdot 2R = mg(R+R\cos\theta)+\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$= mgR+mgR\cos\theta+\frac{1}{2}mgR\cos\theta$$

所以 $$\theta=\cos^{-1}\frac{2}{3}=48.2°$$

$$v_1=\sqrt{Rg\cos\theta}=\sqrt{\frac{2Rg}{3}}$$

小球将于和最高点角距离为 $\theta=48.2°$ 处脱离轨道,随后以速率 $\sqrt{\frac{2Rg}{3}}$ 作仰角为 $\theta$ 的斜抛运动。

$v_1$ 的竖直分量为 $v_1\sin\theta$，经过$\dfrac{v_1\sin\theta}{g}$时间竖直分量为零，到达最高点。$v_1$ 水平分量为 $v_1\cos\theta$，到达最高点时经过水平距离为

$$v_1\cos\theta\cdot\frac{v_1\sin\theta}{g}=R\sin\theta$$

即恰为轨道最高点正下方。然后又以速率 $v_1$、俯角 $\theta$ 切入圆形轨道。

7. 一弹簧原长为 $l$，劲度为 $k$。弹簧上端固定，下端挂一质量为 $m$ 的物体。先用手将物体托住，使弹簧保持原长。(a) 如果将物体慢慢放下，使物体达平衡位置而静止，弹簧伸长多少？弹性力多大？(b) 如果将物体突然释放，物体达最低位置时弹簧伸长多少？弹性力又是多大？物体经过平衡位置时的速率多大？

解：(a) 物体慢慢放下，达平衡位置而静止，则作用在物体上的重力和弹性力达平衡。设弹簧伸长 $x_0$，弹性力为 $-kx_0$，因此有

$$mg-kx_0=0$$

则

$$-kx_0=-mg$$

$$x_0=\frac{mg}{k}$$

(b) 物体突然释放，下落过程中仅受重力和弹性力作用，对物体、地球、弹簧系统机械能守恒。设物体达最低点时弹簧伸长 $x$，并以此位置为重力势能零点，则有

$$mgx=\frac{1}{2}kx^2$$

则

$$x=\frac{2mg}{k}$$

$$-kx=-2mg$$

设经过平衡位置时的速率为 $v$，则有

$$mgx=\frac{1}{2}kx_0^2+mg(x-x_0)+\frac{1}{2}mv^2$$

$$=\frac{m^2g^2}{2k}+mgx-\frac{m^2g^2}{k}+\frac{1}{2}mv^2$$

所以

$$v=g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

8. 地面上空停着一个气球，气球下吊着的软梯上站着一人。当这个人沿着软梯向上爬时，(a) 气球是否运动？如果运动，怎样运动？(b) 对于人和气球组成的系统，在竖直方向的动量是否守恒？

解：(a) 当人沿软梯向上爬时，气球将向下运动。

(b) 吊有一人的气球停于空中，合外力为零，系统动量守恒。

9. 质量为 $m=10\text{g}$ 的子弹，水平射入静置于光滑水平面上的物体。物体质量为 $M=0.99\text{kg}$，与一弹簧连接，如图 1-7 所示。设该弹簧的劲度 $k=1.0\ \text{N/cm}$，碰撞使之压缩 0.10m，求 (a) 弹簧的最大势能；(b) 碰撞后物体的速率；(c) 子弹的初速度。

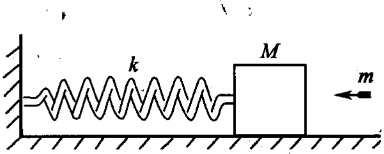

图 1-7

解：如图 1-7 所示。

(a) $E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\times100\times0.1^2=0.5(\mathrm{J})$

(b) 弹簧压缩过程机械能守恒,因此有

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2=E_p=\frac{1}{2}kx^2$$

$$v=x\sqrt{\frac{k}{M+m}}=0.1\times\sqrt{\frac{100}{0.99+0.01}}=1(\mathrm{m/s})$$

(c) 子弹射入物体过程动量守恒,因此有

$$mv=(M+m)V$$

$$v=\frac{M+m}{m}V=\frac{0.99+0.01}{0.01}\times1=100(\mathrm{m/s})$$

10. 为什么在"质点"模型之外又要提出"刚体"模型?"刚体"模型的特征是什么?与实际固体有何不同?在什么条件下,实际固体可以看成刚体?

解:一般来讲,物体在运动过程中受到外力作用,其形状、大小会发生变化。如果运动过程中物体的形状、大小可以忽略不计,就可看成质点;如果形状、大小不能忽略,就可看成刚体。刚体是运动过程中完全不会发生形变的理想物体。实际固体在运动过程中是有形变的,并不是刚体。但一般实际固体的形变很小,可以将它看成刚体,以便突出主要矛盾,简化问题的条件,找出其中的规律。这是一种重要的科学分析方法。

11. 一个物体的转动惯量是否具有确定值?怎样计算转动惯量?

解:质点系的转动惯量为 $J=\sum m_ir_i^2$,刚体的转动惯量为 $J=\int_m r^2dm$,式中 $r_i$ 和 $r$ 分别为 $m_i$ 和 $dm$ 到转轴的距离。一个物体对不同的转轴的转动惯量可能不同。

12. 功率为0.1kW的电动机带动一车床,用来切削一直径为10cm的木质圆柱体。电动机转速为600r/min,车床功率只有电动机功率的65%,求切削该圆柱的力。

解:由 $f=\frac{p}{\omega r}$ 得

$$f=\frac{p}{\omega r}=\frac{0.1\times10^3\times0.65\times60}{2\pi\times600\times0.1/2}=20.7(\mathrm{N})$$

13. 质量为500g、直径为40cm的圆盘,绕过盘心的垂直轴转动,转速为1500r/min。要使它在20s内停止转动,求制动力矩的大小、圆盘原来的转动动能和该力矩的功。

解:$E_K=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{4}mr^2\omega^2=\frac{1}{4}\times0.5\times0.2^2\times\left(\frac{2\pi\times1500}{60}\right)^2$

$=123(\mathrm{J})$

$$M=J\beta=\frac{1}{2}mr^2\,\frac{\omega}{t}=\frac{1}{2}\times0.5\times0.2^2\times\frac{2\pi\times1500}{60\times20}$$

$=7.85\times10^{-2}(\mathrm{N\cdot m})$

$$A=M\theta=M\,\frac{\omega}{2}t=\frac{7.85\times10^{-2}}{2}\times\frac{2\pi\times1500}{60}\times20=123(\mathrm{J})$$

或

$$A=E_K=123(\mathrm{J})$$

14. 如图1-8所示,用细线绕在半径为 $R$、质量为 $m_1$ 的圆盘上,线的一端挂有质量为 $m_2$ 的物体。如果圆盘可绕过盘心的垂直轴在竖直平面内转动,摩擦力矩不计,求物

体下落的加速度、圆盘转动的角加速度及线中的张力。

解：圆盘 $m_1$、物体 $m_2$ 受力，如图1-8所示。

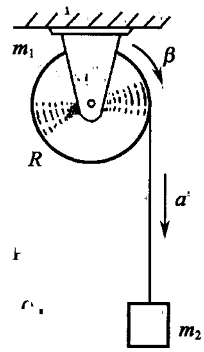


图1-8

对 $m_1$ $$TR = J\beta = \frac{1}{2}m_1R^2\beta \tag{1}$$

对 $m_2$ $$m_2g - T = m_2a \tag{2}$$

且 $$a = R\beta \tag{3}$$

将式(3)代入式(1)，两端除以 $R$，并和式(2)相加，得

$$a = \frac{2m_2g}{m_1 + 2m_2}$$

代入式(3)，得

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2m_2g}{(m_1 + 2m_2)R}$$

代入式(1)，得

$$T = \frac{m_1m_2g}{m_1 + 2m_2}$$

15. 在图1-9中圆柱体的质量为60kg，直径为0.50m，转速为1000r/min，其余尺寸见图。现要求在5.0s内使其制动。当闸瓦和圆柱体之间的摩擦系数 $\mu = 0.4$，制动力 $f$ 及其所做的功各为多少？

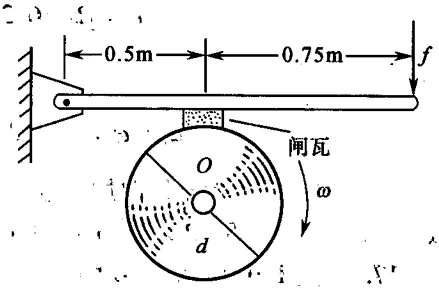


图1-9

解：如图1-9所示。

摩擦力矩为

$$\mu \cdot \frac{0.5 + 0.75}{0.5}f \cdot \frac{d}{2} = J\beta = \frac{1}{2}m\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{\omega}{t}$$

所以

$$f = \frac{0.5}{0.5 + 0.75} \times \frac{md\omega}{4\mu t} = \frac{0.5}{0.5 + 0.75} \times \frac{60 \times 0.5 \times 2\pi \times 1000}{4 \times 0.4 \times 5 \times 60} = 157(\mathrm{N})$$

摩擦力矩的功为

$$A = E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{4}m\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \omega^2$$
$$= \frac{1}{4} \times 60 \times \left(\frac{0.5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2\pi \times 1000}{60}\right)^2 = 1.03 \times 10^4(\mathrm{J})$$

16. 直径为0.30m，质量为5.0kg的飞轮，边缘绕有绳子。现以恒力拉绳子，使之由静止匀均地加速，经10s转速达10r/s。设飞轮的质量均匀地分布在外周上，求：(a)飞轮的角加速度和在这段时间内转过的圈数；(b)拉力和拉力所做的功；(c)拉动10s时，飞轮的角速度、轮边缘上任一点的速度和加速度。

解：因为飞轮的质量均匀地分布在外周上，

$$J = mr^2 = \frac{md^2}{4}$$

(a) 飞轮角加速度

$$\beta = \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi \times 10}{10} = 2\pi = 6.28(\mathrm{rad/s^2})$$

总转数 $$N=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2}\beta t^2=\frac{1}{4\pi}\cdot 2\pi\cdot 10^2=50(\mathrm{r})$$

(b) 拉力 $$f=\frac{M}{r}=\frac{J\beta}{r}=mr\beta=5\times\frac{0.3}{2}\times 6.28=4.71(\mathrm{N})$$

拉力的功即拉力矩的功

$$A=fr\theta=4.71\times\frac{0.3}{2}\times 2\pi\times 50=222(\mathrm{J})$$

或用等于末转动动能求拉力的功

$$A=E_k=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\times 5\times\left(\frac{0.3}{2}\right)^2\times(2\pi\times 10)^2=222(\mathrm{J})$$

(c) 拉动 10s 时飞轮的角速度

$$\omega=2\pi\times 10=62.8(\mathrm{rad/s})$$

轮边缘上任一点的速度沿切向、大小为

$$v=\omega r=62.8\times\frac{0.3}{2}=9.42(\mathrm{m/s})$$

轮边缘上任一点的切向加速度为

$$a_t=\beta r=6.28\times\frac{0.3}{2}=0.942(\mathrm{m/s^2})$$

法向加速度为

$$a_n=\omega^2 r=62.8^2\times\frac{0.3}{2}=5.92\times 10^2(\mathrm{m/s^2})$$

法向加速度远大于切向加速度,因此轮边缘上任一点的总加速度和法向加速度近似相等,即大小为 $5.92\times 10^2\mathrm{m/s^2}$,方向指向轴心。

17. 如图 1-10 所示,$A$、$B$ 两飞轮的轴杆可由摩擦齿合器使之连结。开始时 $B$ 轮静止,$A$ 轮以转速 $n_A=600\mathrm{r/min}$ 转动。然后使 $A$、$B$ 连结,因而 $B$ 轮得到加速,而 $A$ 轮减速,直到 $A$、$B$ 的转速都等于 $n=200\mathrm{r/min}$。设 $A$ 轮的转动惯量 $J_A=10\mathrm{kg\cdot m^2}$,求:(a) $B$ 轮的转动惯量 $J_B$;(b) 啮合过程中损失的机械能。

解:如图 1-10 所示。

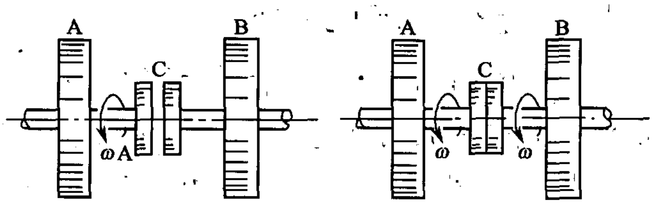


图 1-10

(a) 两轮齿合过程中外力矩为零,角动量守恒。即

$$J_A\omega_A=(J_A+J_B)\omega$$

$$J_B=\frac{\omega_A}{\omega}J_A-J_A=\left(\frac{n_A}{n}-1\right)J_A$$

$$=\left(\frac{600}{200}-1\right)\times 10=20(\mathrm{kg\cdot m^2})$$

(b) 齿合过程中损失的机械能为

$$
\begin{aligned}
-\Delta E &= \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 - \frac{1}{2}(J_A + J_B)\omega^2 \\
&= \frac{1}{2}\times 10 \times \left(\frac{2\pi\times 600}{60}\right)^2 - \frac{1}{2}(10+20)\times\left(\frac{2\pi\times 200}{60}\right)^2 \\
&= 1.32\times 10^4(\mathrm{J})
\end{aligned}
$$

18. 一人坐在可以自由旋转的平台上轴线处，双手各执一哑铃。设哑铃的质量 $m = 2.0\mathrm{kg}$，两铃相距 $2l_1 = 150\mathrm{cm}$ 时，平台角速度 $\omega_1 = 2\pi\mathrm{rad/s}$。当将两铃间距离减为 $2l_2 = 80\mathrm{cm}$ 时，平台角速度增为 $\omega_2 = 3\pi\mathrm{rad/s}$。设人与平台对于转轴的转动惯量不变，求人所做的功。

解：对人、哑铃和平台系统，在哑铃间距减小过程中，合外力距为零，系统角动量守恒，设人与平台对转轴的转动惯量为 $J$，则有

$$(J + 2ml_1^{\ 2})\omega_1 = (J + 2ml_2^{\ 2})\omega_2$$

$$J(\omega_2 - \omega_1) = 2m(l_1^2\omega_1 - l_2^2\omega_2)$$

在哑铃间距离减小过程中，人所作的功就等于系统转动动能的增量，即

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2}(J + 2ml_2^2)\omega_2^2 - \frac{1}{2}(J + 2ml_1^2)\omega_1^2 \\
&= \frac{1}{2}J(\omega_2 - \omega_1)(\omega_1 + \omega_2) + (ml_2^2\omega_2^2 - ml_1^2\omega_1^2) \\
&= m[(l_1^2\omega_1 - l_2^2\omega_2)(\omega_1 + \omega_2) + (l_2^2\omega_2^2 - l_1^2\omega_1^2)] \\
&= m\omega_1\omega_2(l_1^2 - l_2^2) \\
&= 2\times 2\pi\times 3\pi\times\left[\left(\frac{1.5}{2}\right)^2 - \left(\frac{0.8}{2}\right)^2\right] = 47.7(\mathrm{J})
\end{aligned}
$$

19. 一根质量为 $m$，长为 $l$ 的均匀细棒，绕一水平光滑转轴 $O$ 在竖直平面内转动。$O$ 轴离 $A$ 端距离为 $\frac{1}{3}$，此时的转动惯量为 $\frac{1}{9}ml^2$，今使棒从静止开始由水平位置绕 $O$ 轴转动，求：(a) 棒在水平位置上刚起动时的角加速度；(b) 棒转到竖直位置时角速度和角加速度；(c) 转到垂直位置时，在 $A$ 端的速度及加速度$\left(\text{重力作用点集中于距支点}\frac{l}{6}\text{处}\right)$。

解：转轴到 $A$ 端的距离为 $\frac{l}{3}$，即转轴到细棒的质心的距离为 $\frac{l}{6}$。

(1) 细棒在水平位置上刚起动时所受的力矩为

$$M = mg\cdot\frac{l}{6} = \frac{1}{6}mgl$$

由转动定律，可得此时细棒的角加速度为

$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{\frac{1}{6}mgl}{\frac{1}{9}ml^2} = \frac{3g}{2l}$$

(2) 细棒转到竖直位置时，所受力矩为 0，角加速度为 0。但角速度最大，由机械能守恒，得

$$mg \cdot \frac{l}{6} = \frac{l}{2} I\omega^2$$

即

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

（3）竖直位置时，$A$ 端的速度

$$v_A = \omega \cdot \frac{l}{3} = \sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot \frac{l}{3} = \sqrt{\frac{gl}{3}}$$

$A$ 端的加速度即为向心加速度

$$a_A = a_n = \omega^2 \cdot \frac{l}{g} = g$$

20. 一磨轮直径为 2.0m，质量为 1.5kg，以 900r/min 的转速转动。一工具以 200N 的正压力作用在轮的边缘上，使磨轮在 10s 内停止。求磨轮和工具之间的摩擦系数$\left(\text{已知磨轮的转动惯量 } I = \frac{1}{2}MR^2\text{，轴上的摩擦可忽略不计}\right)$。

解：磨轮在 10s 内所受的摩擦力矩（设摩擦系数为 $\mu$）

$$\boldsymbol{M}_f = \mu \boldsymbol{NR} = 200 \times 1\mu = 200\mu$$

产生的角加速度 $\beta = \frac{\boldsymbol{M}_f}{\boldsymbol{I}}$，即

$$\beta = \frac{200\mu}{\frac{1}{2} \times 1.5 \times 1^2} = \frac{800}{3}\mu$$

由 $\omega = \omega_0 - \beta t$ 得（这里 $\omega = 0$）

$$\omega_0 = \beta t$$

$$\frac{800}{3}\mu = \frac{900 \times \frac{2\pi}{60}}{10}$$

即

$$\frac{800}{3}\mu = 3\pi$$

所以

$$\mu = \frac{9}{800}\pi$$

# 补 充 习 题

1. 动量和动能都与质量和速度有关，都是物体运动的量度，两者有何不同？

2. 一根质量为 $M$，长度为 $l$ 的链条，被竖直地悬挂起来，最低端刚好与秤盘接触，今将链条释放并让它落到秤上。证明：链条下落长度为 $x$ 时，秤的读数为 $N = \frac{3Mgx}{l}$。

3. 一轻绳绕过一质量可以忽略不计且轴光滑的滑轮，质量皆为 $m$。甲、乙二人分