海洋水产資源調查研究方法

〔第 二 輯〕

广东省科学技术情报研究所

一九六四年十二月

目　录

商业性魚类群体的生长和死亡率的估計

J. A. Gulland, B. A.

緒　言

在魚类群体变动的研究中，对于魚群的密度和魚类年龄、大小組成的参数，有首先予以确定的必要，从而对于魚类的生长，死亡，群体和比較密度等方面作进一步的調査研究，以求其值。由于魚类的数量很大，种类很多，如仅靠商业統計的方法是不可能得到系統和完整的資料的。本报告試图从数学和統計观点上对市场魚貨的样品加以分析研究，由这些样本資料的大量搜集和闡述，从而得到参数的推定值。一个最可靠的推定值在統計学的詞彙上是无偏差或变异最小。这个工作有如射击一样；如枪法不好則不能击中，熟练者的射击，子弹将成串地击在目的物上而不至有偏差的离散，不熟练者适得其反。因此，这个資料的推算工作可以由射击作比喻，一般来說，一种无偏差的推算要比有偏差或偏差較小的有用得多，用这种方法如果发生有較大的偏移时，将会立即显示在各区間推算值之中，但巨大的偏差用这种方法却是不能显示在各区間推算值之中。

为了推算的正确，对其变数要进行严密的测定，变数愈小，精确性愈大，因此，在推算的結果上要求有一种最小的变数，以达到最大的精确。

本报告是根据商业魚貨的情况来作自然群体的研究。报告的第一部分是对于魚类样品的长度和年龄組成的分析。第二部分是論述自然群体的組成。第三部分是关于自然群体生长和死亡参数的推定。在以下各部分中将以理論为先导，然后結合北海 Plaice（一种比目魚）和其它种类而加以实际应用。

I. 商品魚貨中的样品分析

长 度 分 布

对于魚貨的采样是一个簡单的統計工作，这个工作是以最小的变数去推算魚类的实际年龄或长度和群体的数量。

在英国，当魚类放入魚箱在市场銷售以前，即作好必要的采样測定，对重要的种类分为二个以上的大小类别，这对推算魚类长度（单位cm.）分布的正确性有很大的好处。魚类的测定样品是从任意选择的漁船上得来。各条船的采样数量相同，但样品的大小和漁船的数量是不同的，采样技术应由这些因素来决定。如已知魚类的总重量，該重量在推算一定重量中某种长度群的魚类的平均尾数 $\wedge$ 是必须要知道的，以下的統計分析

将推算$\wedge$的变数和受样品大小数量影响的关系。

令 n = 采样船数量。

m = 各样品魚的平均数。

w_i = i 船的魚貨重量，$i = 1.2.3.\cdots\cdots n.$

λ_i = 在 i 船中特定长度群单位重量的实际平均数。

l_i = 在 i 船中特定长度群单位重量的估計平均数。

L = 在全部魚貨中特定长度群单位重量的估計平均数。

$\therefore$ n 船中一种长度群魚类的总数 $= \sum_{i=1}^{n} w_i\lambda_i$

n 船中一种长度群魚类的估計数 $= \sum_{i=1}^{n} w_i l_i$

$$\wedge = \frac{\sum w_i\lambda_i}{\sum w_i} \cdots\cdots (1.1)$$

$$L = \frac{\sum w_i l_i}{\sum w_i} \cdots\cdots (1.2)$$

有时对任意取得的重量系数w可能不同于为了估计$\wedge$的特定样品重量，$L' = \frac{1}{n}\sum l_i$。这是比較容易估計的，但如在魚貨的大小和长度分布之間不一致，则将在結果中产生偏差。

将（1.2）式化为：

$$L\sum w_i = \sum w_i l_i = \sum w_i\wedge - \sum w_i(\wedge - \lambda_i) - \sum w_i(\lambda_i - l_i) \cdots\cdots (1.3)$$

上式中$\lambda_i - l_i$是 i 船的采样誤差，$\wedge - l_i$是 i 船与总平均数之間的差异。

$$\therefore (\sum w_i)^2 \operatorname{var}L = \sum \operatorname{var}\{w_i(\wedge - \lambda_i)\} + \sum w_i^2 \operatorname{var}(\lambda_i - l_i) \cdots\cdots (1.4)$$

假定$\operatorname{var}(\wedge - \lambda_i) = \sigma_1^2$ = i 的独立常数

又λ_i的变化不大，$\operatorname{var}(\lambda_i - l_i)$将接近常数，并和各样品的数量呈反比，即 $\operatorname{var}(\lambda_i - l_i) = \frac{1}{m}\sigma_2^2$.

$\therefore$由（1.4）式可得 $\operatorname{var}L = \frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2}(\sigma_1^2 + \frac{1}{m}\sigma_2^2)$

令$\sigma_2^2 = \alpha\sigma_1^2, mn = N$ = 测定数量。

$$\therefore \operatorname{var} L = \frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2}(\sigma_1^2 + \frac{1}{m}\alpha\sigma_1^2) = \frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2}\ \frac{\sigma_1^2}{m}(m + \alpha) \cdots\cdots (1.5)$$

假定w_i之数接近相等，则$\frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2}$接近相等于$\frac{1}{n}$，实际上則稍大，由 w_i 的变量而定。

$$\operatorname{var} L = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma_1^2}{m}(m + \alpha) = \frac{\sigma_1^2}{N}(m + \alpha) \cdots\cdots (1.6)$$

在上式中σ_1^2和α是常数，而N和m是可变数。

假定m和N是独立的可变数，则对于一个不变的测定数，当m最小时，其变量亦最小，也可认为＝1。

$$(\mathrm{varL})\ \min=\frac{\sigma_1^2}{N}(1+\alpha)\cdots\cdots(1.7)$$

任何一种样品的系数能确定为：

$$系数=\frac{(\mathrm{varL})\ \min}{\mathrm{var\,L}}=\frac{1+\alpha}{m+\alpha}\cdots\cdots(1.8)$$

在实算中，由于从一条船到另一条船采样需要一定的时間，在这时間中要在很多船采取很少的样品，则将减少测定魚类的数量，和为了样品总数中求得 var L 的最小值，则代入（1.6）式为：

$$\mathrm{var\,L}=\sigma_1^2\left(\frac{1}{n}+\frac{\alpha}{N}\right)\cdots\cdots(1.9)$$

当$m=\alpha$时，则n和N在上式中相等，如$m>\alpha$时，则上式中的主数是$\frac{\sigma_1^2}{n}$，并由于m的增大而不减小。

以上应用在一个魚箱中包含一定重量的魚类的数量上，故对于样品的重量必须知道，以确定一箱中魚类的数量。

$l_i\left(=\sigma_1^2+\frac{1}{m}\sigma_2^2\right)$的变量能从不变的样品上去推定，$\sigma_1^2$和$\sigma_2^2$被分别地确定下来，并由此产生$\alpha$，这是从各船中同样大小的两个分离样品所取得的。在一般方法上一种变量的分析表示如下：

差异原因	自由度	平方数	平均平方
在同一船中	n	A	$\frac{1}{n}A$
在不同船中	n－1	B	$\frac{1}{n-1}B$
合計	2n－1	C	

以l_i、l'_i表示 i 中 l 的两个值，

$$则C=平方总数=\sum_{i=1}^{n}\left\{(L-l_i)^2+(L-l_i)^2\right\}$$

$$A=在同一船中的平方数=\sum_{i=1}^{n}\frac{2}{1}(l_i-l_i)^2$$

$$B=在不同船中的平方数=\sum_{i=1}^{n}2\left\{L-\frac{1}{2}(l_i+l_i')\right\}^2$$

$$A+B=C$$

$$推算A=n\cdot\frac{1}{m}\cdot\sigma_2^2\cdots\cdots(1.10)$$

$$B = 2(n-1)(\sigma_1^2 + \frac{1}{2m}\sigma_2^2) \quad \cdots\cdots (1.11)$$

$$C = 2(n-1)\sigma_1^2 + \frac{2n-1}{m}\sigma_2^2 \quad \cdots\cdots (1.12)$$

σ_1^2和σ_2^2的推算則为：

$$\frac{1}{m}\sigma_2^2 = \frac{1}{n}A \quad \cdots\cdots (1.13)$$

$$2\sigma_1^2 = \frac{1}{n-1}B - \frac{1}{n}A \quad \cdots\cdots (1.14)$$

$$\text{从而 } \alpha = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{\frac{m}{n}\cdot A}{2(\frac{1}{n-1}B - \frac{1}{n}A)} \quad \cdots\cdots (1.15)$$

如在一条船中对此二项数有充分的記述，則对$\frac{1}{m}\sigma_2^2$的理論値能立即求得，$\frac{1}{m}\sigma_2^2 = \frac{1}{m}\lambda_i(k-\lambda_i)$

以上 k = 在单位重量中的魚类总数。

λ_i = 需要长度的魚的數量。

以一般的方法求得 $\mathrm{var}\, l_i = \sigma_1^2 + \frac{1}{m}\sigma_1^2$以后，$\sigma_1^2$、$\sigma_2^2$和$\alpha$即能分别地定共値。

以上所述，尽是使用于一种特定的长度群方面，当然对于各种长度群及共推算的变量計算可用同样的方法推算出来，但为了对每一种长度群的推算，一般要有一个能得到可靠效果的折衷方案，这是很重要的，但对采样要求的絕对总数却是不容易予以确定的，这将于本文后面来叙述。

由英國拖网船捕捞的 plaice（一种比目魚）的最大部分，是在格林斯比和劳威斯托夫 (Grimsby and Lowestoft) 两港卸貨，同时他們能完成經常的魚貨测定工作。这里的魚貨通常是装在一种10呫魚箱(規定一呫＝14磅)中，并分为大、中、小三个主要类型，有时还分为好的与不好的二个次要类型，但后者在全部魚貨中仅占极小的一部分，这好的一类仅是包括体型大和年龄大的部分。在1951年10月，从各船的魚貨中測定了各为一箱的三种主要类型，求得了σ_1^2和σ_2^2之値，和分析了它們之間的变质关系。对50尾中型魚在各长度群中的数量分析如表1.1。

表1.1　plaice（一种比目魚）的变异测定分析

差异原因	自由度	長度群 30—34 cm. 平方数	30—34 cm. 平均平方	35—39 cm. 平方数	35—39 cm. 平均平方	40—44 cm. 平方数	40—44 cm. 平均平方
在同一船中	12	141.0	11.75	145.0	12.08	62.5	5.21
在不同船中	11	965.5	87.77	622.8	56.62	88.5	8.04
合計	23	1,106.5		767.8		151.0	
平均尾数		18.75		28.08		3.04	
(期望变异数)		11.72		12.31		3.86	

以85—39cm群为例，在算式中則为：

$$145 = A = n \cdot \frac{1}{m} \cdot \sigma_2^2 = 12 \cdot \frac{1}{15} \cdot \sigma_2^2$$

$$622.8 = B = 2(n-1)(\sigma_1^2 + \frac{1}{2m}\sigma_2^2) = 2.11 \cdot (\sigma_1^2 + \frac{1}{100}\sigma_2^2)$$

$$\therefore \sigma_2^2 = 50 \cdot 12.08 = 604$$

$$\sigma_1^2 = 28.31 - 6.04 = 22.27$$

$$\alpha = 27.12$$

誠然，在以上分析中不能作出完全正确的推算，但可能出入并不太大。假如平均数 $= n$，則50尾样品魚的理論变异 $= \frac{n \times (50-n)}{50}$ 如表 1.1的最后一項中。从35—39cm 群已計算其α值是27.12，以同样的方法計算：30—34cm群$\alpha = 15.46$，40—44cm群$\alpha = 184.1$。这表示如对30—34cm群取样品在15尾以上和对35—39 cm 群取样品在30尾以上时，将不会大大增加分析結果的正确性，这是由于任何一条船的漁获物虽是类似的，而在不同船的漁获物大小組成上有极大的不同，因此认为在一条船中对30—34 cm 群 取20条样品是一个适当的比例数，而当其它同样的船不知道漁获物的大小組成时，則要增加只需很少的附加样品。故在采样中适当减少或增加样品的数量是必須的，但如在許多船中要测定大量的样品事实上会有困难，如对中型 plaice（一种比目魚）的测定，一般用如下两种方法大約都需要20分钟的时間：（A）在一条船中测定一箱魚 = 200尾。或（B）在二条船各测50尾。現以30—34cm群用（1.9）方程式作两种方法的比較：

$$\text{(A)} \quad \text{varL} = \sigma_1^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\alpha}{N}\right)$$

$$= 38.01 \left(1 + \frac{15.46}{200}\right) = 40.95$$

$$\text{(B)} \quad \text{varL} = 38.01 \left(0.5 + \frac{15.46}{100}\right) = 24.88$$

以上显示：用方法（B）是比較有利的，其样品数量仅約为（A）的一半，以同样方法比較：35—39cm群，从25.29减少到17.17，40—44cm 群，从2.72略增到3.31。由此可見，其中最多和最重要的是30—39cm 群，其测定的正确性就是可弥补在次要长度群测定上的損失。

在劳威斯托夫对plaice（一种比目魚）的起卸用10砑魚箱，因此能知道魚貨的重量，但一整箱魚的重量要比需要的样品重量大得多，如需要样品魚50尾，而魚箱中尙剩余150尾，从此可計算样品魚重量为$\frac{50}{200} = \frac{1}{4}$箱，即 $2\frac{1}{2}$砑。

为了計算方便，可采用魚的平均长度来計算。如图1.1是1953年在劳威斯托夫对小型plaice（一种比目魚）的計算，从图中可得到魚的数量和长度比例。在图 1.1 中，此斜綫是y = 251.5—19.612（x - 31.304，这里y = 一箱中魚的尾数，x = 平均长度。此斜

綫两旁的圆点散布是相当小，它們的相关系数为0.806。在此一箱中魚数的計算誤差为175.1，标准誤差为$\sqrt{175.1}=13.2$。对于25—29、30—34和35—39cm长度群的誤差应各为26.5，42.9和2.28；在这三个长度群中数量的观察变量各为1953.6、420.2、和174.75。而其中30—34cm长度群的誤差最小，仅为总数的10%强，因此可以不予重視。

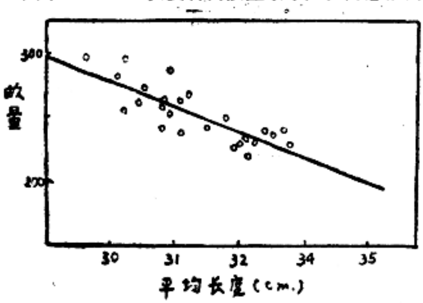

图1.1　一箱小型plaice在平均长度上的尾数。

通常在測量一箱魚的时候，只是測量其中的一部分，所以对于一种特殊尺寸的魚类特别是較大型的魚，往往有錯漏的可能。同时在魚箱中采取样本，不能在一种类型中取其一条，这是容易产生錯誤的。測量者可以在魚箱的一边采样，而一边仅能代表箱的一半，当这一半的样品被測定幷和这部分魚类无重大差别时，再測量箱中的其余部分。这个方法在劳威斯托夫港已經采用。

在英国的漁港，对于狗鱈(hake)和鱈魚(cod)的測定和plaice（一种比目魚）一样已經在商品魚貨中进行。在1952年Fleetwood港对于（狗鱈）的測定結果列如表1.2，这是从每一条漁船上測定二箱以上的样品，共測定了44箱中型狗鱈，一箱約为30尾。表內显示，在同一船中和不同船中的平均平方是有显著差异的。

表1.3和1.4是显示在1952年初从ⅡA区（挪威沿海）和Ⅰ区（白令海和茂曼(Murman)沿海）捕捞在格林斯比港起貨的鱈魚測定結果。

表1.2　　狗鱈(hake)測定的变异分析

样品：一箱＝30尾

变异原因	自由度	长度群			
		60—64cm		65—69cm	
		平方数	平均平方	平方数	平均平方
在不同船中	14	751.99	53.71	434.72	31.05
在同一船中	29	176.92	6.10	369.17	12.73
合計	43	928.91		803.89	
变异率		8.80 P＜0.001		2.44 0.01＜P＜0.05	

表1.3 在ⅡA区格林斯比鳕的变异分析

样品：1箱=15—20尾

变异原因	自由度	长度群 60—69cm 平方数	长度群 60—69cm 平均平方	长度群 70—79cm 平方数	长度群 70—79cm 平均平方	长度群 80—89cm 平方数	长度群 80—89cm 平均平方
在不同船中	5	23.1	4.62	113.7	22.7	9.8	1.96
在同一船中	14	65.5	4.68	114.5	8.2	72.0	5.14
合计	19	88.6		228.2		81.8	
变异率		0.99		2.78 0.05< P <0.1		0.38	

表1.4 在Ⅰ区格林斯比鳕的变异分析

样品：1箱=20—40尾

变异原因	自由度	长度群 40—49cm 平方数	长度群 40—49cm 平均平方	长度群 60—69cm 平方数	长度群 60—69cm 平均平方	长度群 80—89cm 平方数	长度群 80—89cm 平均平方
在不同船中	4	363.6	90.9	42.9	20.7	14.5	3.6
在同一船中	12	360.7	30.1	140.7	11.7	23.0	1.9
合计	16	724.3		223.6		37.5	
变异率		3.02 0.05< P <0.1		1.77		1.89	

表1.5　　1952年3月在北希尔德港北海鳕的变异分析

类别	变异原因	自由度	长度群 40—49cm 平方数	40—49cm 平均平方	50—59cm 平方数	50—59cm 平均平方	60—69cm 平方数	60—69cm 平均平方	70—79cm 平方数	70—79cm 平均平方	80—89cm 平方数	80—89cm 平均平方	90—99cm 平方数	90—99cm 平均平方	100+cm 平方数	100+cm 平均平方
小型魚样品 1箱=20—35尾	在不同船中	8	69.4	8.68	523	65.37	141.78	17.72								
	在同一船中	9	73.0	8.11	47	5.22	26.00	2.89								
	合計	17	142.4		570		167.78									
	变异率		1.07		12.52 P <0.001		6.13 P <0.01									
中型魚样品 1箱=10—15尾	在不同船中	9			11.05	1.23	172.8	19.20	6.8	0.76	29.8	3.31				
	在同一船中	10			5.50	0.55	35.0	3.50	32.0	3.20	9.0	0.90				
	合計	19			16.55		207.8		38.8		38.8					
	变异率				2.24 P ≃0.1		5.49 P =0.001		0.24		3.68 P <0.05					
大型魚样品 5箱=30—35尾	在不同船中	11							148.9	13.54	724.2	65.84	60.7	5.52	235.25	21.39
	在同一船中	36							287.0	7.97	1252.8	34.80	255.8	7.10	224.00	6.22
	合計	47							435.9		1977.0		316.5		459.25	
	变异率								1.70 0.1< P <0.2		1.89 P >0.1		0.78 P <0.1		3.44 P <0.01	

在表 1.5 中，显示了三种不同类别的测定結果，据其变异分析，可見在不同船之間比在同一船中的样品要有較大的变异。而一个更重要的特点是，无論何种类别的魚类，其二个变异的比率在中間尺寸的趋向上是最高的，因此认为这是一个比較重要的尺寸，必須采取較多的样品为宜。

分层采样

在整个魚获物的卸貨过程中，事实上它們是来自各个不同的时期和不同的地方，往往是由于各种不同的漁具和不同的漁船，因而魚类的大小和形状亦常常归入不同的类型之中。为了魚群的推算，在采样計划中有作选择采样的，也有作分类采样的，并且在时間的划分上如季、月、周和日的漁获量在推算上亦会造成显著不同的結果。这些都是所謂分层采样的一般問題，这对于魚类年龄調查的工作上是十分重要的，因而有詳細研究的价值。就不分层采样的情况来說，对于魚类群体不顾条件的如何不同，将全部的样品一起来推算。而分层采样則不然，将魚类群体分为几个层次，在每一个层次中又将样品分类推算，以取得每一层样品的推算值。这样它就能說明在整个群体中不同层次的不同情況，相反，在不分层样品中，这一层就无法得到另一层的任何情况。如下的計算方法将是利用分层采样和分别求取其值，并預期获得一个正确的或誤差最小的推算結果。

假設：全年的魚貨总量为N，分为K层，在 i 层中有魚 N_i，和要确定一种类型的群体 π，例如在群体中的一个特定长度群。π_i = 在 i 层中一种类型的群体。在分层中并可划分为許多类型：例如卸貨时間、漁捞方法和市场范围等。以一个分层采样的方法(A)，去求得一个群体的总产 n，而 n_i 是在 i 层中任意和独立的取得数，$\sum n_i = n$。n 又能从整个群体中任意和独立地取得，如方法(B)。

令 $n_i p_i$ = 在 i 层样品中一种类型的魚数（方法 A）。

np = 在整个样品中一种类型的魚数（方法 B）。

預計 $p_i = \pi_i$ 和 $p = \pi$

令 $\text{var } p_i = \frac{1}{n_i}\sigma_i^2$ 和 $\text{var } p = \sigma_B^2$

以方法A，π 的推算，在整个群体中的比率是：

$$p_A = \frac{1}{N}\sum N_i p_i$$

$$\therefore \text{預計 } p_A = \frac{1}{N}\sum N_i \pi_i = \pi$$

$$\text{var } p_A = \frac{1}{N^2}\sum N_i^2 \text{ var } p_i = \frac{1}{N^2}\sum N_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i} = \sigma_A^2$$

一般地，样品总量（= n）是不变的，而 n_i 值是能变的。

在方法A中 σ_A^2 是极小的，如 $n_i^2 \propto N_i^2 \sigma_i^2$：即得：

$$n_i \propto N_i \sigma_i$$

如样品的数量是独立的和仅是群体中的一小部分，則其样品接近如下二項公式：

$$\therefore\ \sigma_i^2=\pi_i(1-\pi_i) \quad\cdots\cdots(1.16)$$

和 $$\sigma_B^2=\frac{1}{n}\pi\ (1-\pi) \quad\cdots\cdots(1.17)$$

由于σ_A 是极小的 $n=cN_i\sqrt{\pi_i(1-\pi_i)}c=$常数，

$$\therefore c\sum N_i\sqrt{\pi_i(1-\pi_i)}=\sum n_i=n \quad\cdots\cdots(1.18)$$

$\therefore\ \sigma_A^2$ 的极小值是：

$$\min\ \sigma_A^2=\frac{1}{N}\sum N_i^2\ \frac{\pi_i(1-\pi_i)}{cN_i\sqrt{\pi_i(1-\pi_i)}}$$

$$=\frac{1}{cN^2}\sum\ N_i\sqrt{\pi_i(1-\pi_i)}$$

$$=\frac{1}{N^2}\cdot\frac{1}{n}\left\{\sum N_i\sqrt{\pi_i(1-\pi_i)}\right\}^2 \quad\cdots\cdots(1.19)$$

从（1.17）和（1.19）两个方法的差异可作比較：

令 $N_i\pi_i=\chi_i^2$，$N_i(1-\pi_i)=y_i^2$

$\therefore N\pi=\sum\chi_i^2$，$N(1-\pi)=\sum y_i^2$

$\therefore\ nN^2{}_{\min}\ \sigma_A^2=(\sum\chi_i\ y_i)^2$

$\quad n\,N^2\ \sigma_B^2=\sum\chi i^2\sum y_i^2$

$$\therefore n\,N^2\left\{\sigma_B^2-{}_{\min}\sigma_A^2\right\}=\sum_{i=1}^{k}\chi_i^2\ \sum_{j=1}^{k}y_j^2-\Big(\sum_{1=i}^{k}\chi_i\,y_i\Big)^2$$

$$=\sum_{i,j=1}^{k}(\chi_iy_j-\chi_j\ y_i)^2 \quad\cdots\cdots(1.20)$$

如 $\chi_i\ y_j-x_j\ y_i=0$

$\therefore\ \chi_i^2\ y_j^2=\chi_j^2\ y_i^2$

$\therefore\ N_i\ \pi_i\ N_j\ (1-\pi_j)=N_j\ \pi_j\ N_i\ (1-\pi_i)$

$\therefore\pi_i=\pi_j$

$\therefore n\,N^2\ \left\{\sigma_B^2-\min\ \sigma_A^2\right\}=0$

因此，如果 n_i 值被正确地选择，则方法A的变量能小于方法B，在劳威斯托夫港为了确定魚类的年龄，每一个星期在每一长度群中仅采样品魚12尾，这对每天有魚上市的

情况来說是不可能得到正确推算的。如果这分层完全相同和分层中的 π_i 亦完全相同，则分层采样与不分层采样的变量将是相等的。但是，这在一个短时期中去取得一个真正有代表性的样品是比較容易的，而在一个比較长的时期中必須采用分层采样的方法才有这个可能，如果在长时期中采用不分层方法则其变量将要上升，而在分层方法中则不至如此。

当整个的群体能給予分层，和能够在不同层次中比例地选择不同类型的样品时，分层采样的方法是必須和有利的。至于样品的再細分，則要視整个样品中的魚类的大小、类别的混杂情况而定，如整个样品的数量較大和差別較大，則作好样品的再細分是更为有利的。

在作了分层采样的工作以后，在資料的分析中仍有一个选择过程。对于大型的任意样品 $n_i \alpha N_i$ 和理論上的 $n_i \alpha N_i \sigma_i$ 沒有很大的变异，而对于一个相当的异种群体，分层方法是有利的。在分层采样中，如采取的样品过少，则在推算中将会产生一个較大的变异，而这个变异是不能依靠另一层的精确計算来补偿的。

在魚的长度测定中，分层采样是根据魚类的大小明确分类，事实上在每一类中仅可能取得一个任意样品，以下是两种計算方法：（i）先取得每一条采样船的魚类长度分布，然后加起来得到全部船的长度分布， 通常是靠一条船的乘数得到的。（ii）在全部魚貨中作各长度的分类，先取得每一类的分布数，然后加起来得到全部分布数。茲举例如下：如将一条船的魚貨分为大魚和小魚两类，从大魚 1000 cwt 总数中取样 100 cwt，从小魚 5000 cwt 总数中取样 200 cwt。如在每 1 cwt 中有同样大小的大魚 20 尾，和小魚仅 2 尾。用方法（i）即得：在采样船中有大魚 $20 \times 100 = 2,000$ 尾，和小魚 $2 \times 200 = 400$ 尾，总数 $= 2,400$ 尾，此船魚貨为全部魚貨 6,000 cwt 中的 300 cwt $= \frac{1}{20}$，∴全部魚貨的总尾数 $= 20 \times 2,400 = 48,000$ 尾。

用方法（ii），采样船的大魚为全部大魚的 $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$，和小魚为 $\frac{200}{5000} = \frac{1}{25}$，∴大魚尾数 $= 10 \times 2,000 = 20,000$ 尾，小魚尾数 $= 25 \times 400 = 10,000$ 尾，总尾数 $= 20,000 + 10,000 = 30,000$ 尾。

由以上两种方法計算，其結果有很大的出入，这是由于在采样船中包括大魚的比例較大于全部魚貨中的大魚比例，而有些船大魚的比例是較小的和有些船则与采样船相等，因此产生了差异。

除此而外，魚貨的分层推算还由渔船型、渔具型和捕捞地点等方面进行推算，这是一种十分广闊的区域划分，在对商品魚貨的实际推算中，依据捕捞地点的再細分是相当重要的，这将于本文第二部分中詳述之。

这个分层推算的方法应用于英国拖网船捕捞北海 plaice（一种比目魚）的分析如下表：

表 1.6　　1950 年 10—12 月劳威斯托夫拖网船捕捞的不同长度群 plaice（一种比目魚）数量的推算和差异

长度群 (cm)	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	50—54	55+
var×10⁻⁶								
方法 (i)	42.58	18,249	2,778	392.7	132.5	29.42	16.48	8.78
方法(ii)(分类)	29.56	2,174	1,320	143.5	30.8	14.73	3.50	2.99
据捕捞区域*	32.68	14,224	3,301	626.5	147.3	35.06	10.38	6.56
推算数								
方法 (i)	26,811	2,063,094	932,486	276,487	132,618	66,012	35,502	22,224
方法(ii)(分类)	28,556	2,212,544	952,005	267,168	118,557	58,978	31,833	19,456
据捕捞区域	22,622	2,036,890	974,916	295,456	128,845	66,620	32,765	18,397
(i)—(ii)*	−1,745	−149,450	−19,519	+9,319	+14,061	+7,034	+3,669	+2,768
St. Dev. of (ii)	5,437	46,621	36,330	11,979	5,553	3,838	1,871	1,728

上表显示 1950年10—12 月在劳威斯托夫的詳細分析，对于各长度相差 5 cm 的各长度群的估計数和它們的变异，首先不予分类計算（用方法(i)），其次用分类計算（用方法(ii)），最后划分捕捞区域計算，在区域划分中，將北海分为 5 个区域，每个区域的推算用方法(i)，然后相加成为总量。由表列各項变异数可見，用方法(ii)是小于其它两項的，对于 25—29 cm 和 40—44 cm 长度群，用方法(i)推算的变量数倍于方法(ii)，这是値得重視的，所以用方法(i)的推算事实上是不够正确的。

由不同区域的分层采样，在推算上虽已有了改进，但改进不大。事实上在不同区域之間魚类的大小有明显的差別，在分类計算时，往往亦会影响結果的正确性，但如在区域分层中长度的差別不很大，則能取得較好的結果。

表 1.7 中显示，于 1950—1951 年劳威斯托夫拖网船漁获物的长度分布比率，在二种船型中各长度群的分布大抵相同。表 1.8 中显示，于 1950—1951 年各月份劳威斯托夫漁获物中主要长度群的分布比率，这些差別似乎很大，但如縮短时間如二星期一次計則差別相应减小，不过由于漁船的漁捞时間不同，由几天到两星期，只能将其包括在月份內計算。

表 1.7　　1950 年 4 月—1951 年 3 月劳威斯托夫的蒸汽机和內燃机拖网船捕捞的 plaice（比目魚之一种）长度組成百分比

长度群(cm)	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	50—54	55—59	60—64	65+
蒸汽机拖网船	0.4	46.4	31.8	12.2	5.4	2.2	1.1	0.4	0.09	0.01
內燃机拖网船	0.7	46.1	33.3	11.7	4.8	2.2	0.9	0.3	0.04	0.01

表 1.8　　1950 年 4 月—1951 年 3 月各月份劳威斯托夫捕捞的 plaice（一种比目魚）长度組成百分比

月份 \ 长度群(cm)	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	50—54	55—54	60—64	65+
4	0.4	68.2	21.6	6.6	2.1	0.7	0.3	0.1	0.04	—
5	0.3	36.1	34.1	17.6	7.3	2.9	1.2	0.4	0.12	0.01
6	0.3	40.4	41.2	12.0	3.7	1.6	0.6	0.2	0.01	0.00
7	0.2	36.7	40.8	14.1	4.7	2.3	0.9	0.3	0.02	0.01
8	—	44.7	40.3	9.1	3.2	2.0	0.6	0.1	0.01	—
9	0.7	55.7	34.4	5.9	1.8	1.1	0.3	0.1	0.01	0.00
10	0.8	63.6	26.7	5.6	2.0	0.9	0.3	0.1	0.01	0.00
11	0.5	59.3	29.3	6.5	2.3	1.2	0.6	0.3	0.04	—
12	1.1	41.1	20.5	15.5	10.6	5.5	3.2	2.1	0.26	0.12
1	0.4	31.5	36.3	17.6	7.7	3.7	1.9	0.7	0.18	0.01
2	0.6	30.6	35.4	19.1	8.9	3.3	1.5	0.5	0.13	0.02
3	1.4	54.4	24.2	11.3	6.3	1.7	0.6	0.1	0.03	0.00
一年平均	0.5	46.3	32.5	12.0	5.1	2.2	1.0	0.3	0.07	0.01

如图 1.2 表示在格林斯比和劳威斯托夫两港之間，plaice（一种比目魚）的长度分布有显著的不同，而在格林斯比的 plaice（一种比目魚）大型者居多数。

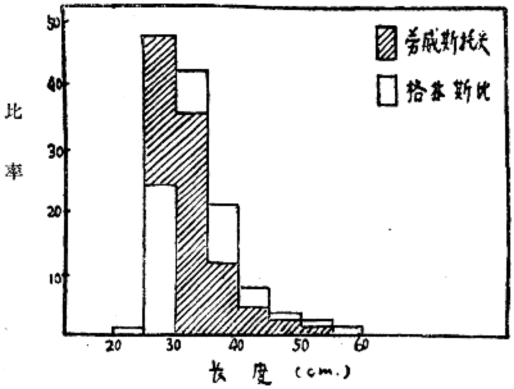

图1.2　在格林斯比和劳威斯托夫两港的 plaice（一种比目魚）长度組成百分比

英国在北海的拖网漁船捕捞的 plaice（一种比目魚），在格林斯比和劳威斯托夫是完全保持分层采样标准的；但在劳威斯托夫是在碼头上进行，而格林斯比則是在海上进行，故在推算結果上可能有所出入。然而它們的捕捞区域同时在北海之中。由此可見，在不同的漁业中将有不同的漁捞效果。

年龄的测定

魚类的年龄可以从耳石或鳞片上去测定，但往往亦会发生錯誤，如本来是 6 龄魚，有时在年輪的痕迹上可能会是 5 龄或 7 龄，这个差别是由于在耳石或鳞片的結构上发生了变化。这样就很可能在观察年龄与眞实年龄之間产生誤差而在推算上造成不同的結果。

假定，观察年龄的誤差为一年左右，推算魚的眞实年龄为 n。

a_n = 估計可能为 n − 1 龄

$1 - a_n - b_n$ = 估計可能为 n 龄

b_n = 估計可能为 n + 1 龄。

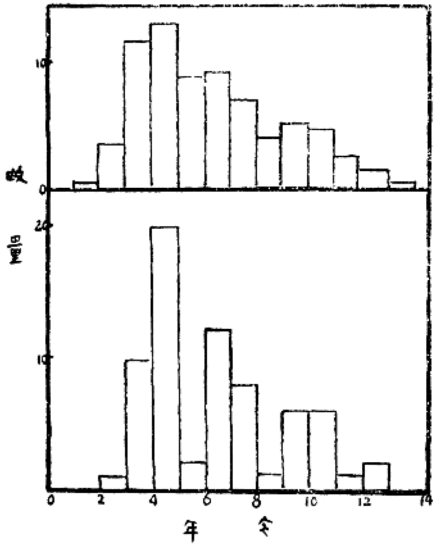

图1.3 在年龄测定中观察年龄分布的誤差影响，下面是眞实年龄分布，上面是观察年龄分布。

对于一个正确年龄的确定是 $a_n = 0 = b_n$，对整个 n 来說，a 和 b 是不同的，一般随着年龄的增加而增加，即魚的年龄愈大，对它的校正就更加困难。

假如 n 龄魚的实数为 N_n，則 $(1 - a_n - b_n)N_n$ 是 n 龄的估計数，n − 1 龄和 n + 1 龄为 a_nN_n 和 b_nN_n。然后 n 龄的推算数，$M_n = b_{n-1}N_{n-1} + (1 - a_n - b_n)N_n + a_{n+1}N_{n+1}$，因而可包括三个年龄級的分布。在图 1.3 中，$a_n = 0.3$，$b_n = 0.2$，即在整个年龄中仅有50%被校正。如图中显示，在年龄分布的傾向上，从最小的 3—4 龄魚向最大的几乎消失的 13—14龄魚呈一斜綫关系，这在魚类群体的研究中具有十分重要的意义，对于年龄确定的不够精确的結果是值得进一步探討的。

假定，N_n，M_n 是在一年中一种年龄的眞实数和观察数，N'_{n+1}，M'_{n+1} 是在第二年中同样年龄的眞实数和观察数，則方程式可列为：

$$M_n = b_{n-1}N_{n-1} + (1 - a_n - b_n)N_n + a_{n+1}N_{n+1} \quad (1.21)$$

$$M'_{n+1} = b_nN'_n + (1 - a_{n+1} - b_{n+1})N'_{n+1} + a_{n+2}N'_{n+2} \quad (1.22)$$

以上假設年龄确定的誤差每年是同样的。

令 λ 和 μ 是眞实的和观察的残存率，并假定它們在整个年龄中是同样的：

則 $N'_{n+1} = \lambda N_n$ 和 $M'_{n+1} = \mu M_n$

以方程式（1.22）代入

$$\mu M_n = b_n \lambda N_{n-1} + (1 - a_{n+1} - b_{n+1})\lambda N_n + a_{n+2}\lambda N_{n+1} \quad \cdots\cdots (1.23)$$

∴ 由方程式（1.21）和（1.23）

$$\mu = \lambda \frac{b_n N_{n-1} + (1 - a_{n+1} - b_{n+1})N_n + a_{n+2}N_{n+1}}{b_{n-1}N_{n-1} + (1 - a_n - b_n)N_n + a_{n+1}N_{n+1}} \quad \cdots\cdots (1.24)$$

如果 b 和 a 的誤差相同，即在整个年龄中誤差是相同的，則 (1.24) 減小到 $\lambda = \mu$ 而残存率不受誤差的影响。

如果年龄的大小相差不远或一个时期中取得平均年龄，則 N_n, N_{n+1} 等的关系将为：

$$N_{n+1} = \lambda N_n = \lambda^2 N_{n-1} \quad \cdots\cdots (1.25)$$

∴ 代入方程式（1.24）为

$$\mu = \lambda \frac{b_n + (1 - a_{n+1} - b_{n+1})\lambda + a_{n+2}\lambda^2}{b_{n-1} + (1 - a_n - b_n)\lambda + a_{n+1}\lambda^2} \quad \cdots\cdots (1.26)$$

∴ $\mu = \lambda \dfrac{A}{B}$

$$\begin{aligned} A - B &= \{b_n + (1 - a_{n+1} - b_{n+1})\lambda + a_{n+2}\lambda^2\} - \{b_{n-1} + (1 - a_n - b_n)\lambda + a_{n+1}\lambda^2\} \\ &= b_n - b_{n-1} - \{(a_{n+1} - a_n) + (b_{n+1} - b_n)\}\lambda + (a_{n+2} - a_{n+1})\lambda^2 \quad \cdots\cdots (1.27) \end{aligned}$$

λ 是小于 1 而往往很小，这样在此表示式中的第一項将是最大，共誤差因年龄而增加如 $b_n > b_{n-1}$，而后右边是正数 $A - B > 0$，$A > B$。这个誤差将形成 $\mu > \lambda$，即說明残存率的估計过高。茲举例說明如下：

令 $\lambda = 0.5$，$b_{n-1} = 0.1$，$b_n = 0.2$，$b_{n+1} = 0.3$，$a_n = a_{n+1} = a_{n+2} = 0$

則 $\mu = \lambda \times \dfrac{0.2 + (1 - 0.3)0.5}{0.1 + (1 - 0.2)0.5} = \lambda \dfrac{0.2 + 0.35}{0.1 + 0.40}$

∴ $\mu = 1.1\lambda$

或令 $\lambda = 0.25$，$b_{n-1} = 0$，$b_n = 0.2$，$b_{n+1} = 0.4$，$a_n = a_{n+1} = a_{n+2} = 0$

則 $\mu = \lambda \times \dfrac{0.2 + (1 - 0.4)0.25}{0 + (1 - 0.2)0.25} = \lambda \dfrac{0.2 + 0.15}{0.2}$

∴ $\mu = 1.75\lambda$

最后令 $\lambda = 0.5$，$b_{n-1} = 0.3$，$b_n = 0.32$，$b_{n+1} = 0.34$，$a_n = 0.2$，$a_{n+1} = 0.22$，$a_{n+2} = 0.24$

則 $\mu = \lambda \dfrac{0.32 + (1 - 0.22 - 0.34)0.5 + 0.24 \times 0.25}{0.30 + (1 - 0.20 - 0.32)0.5 + 0.22 \times 0.25} \doteq \lambda \dfrac{0.600}{0.595}$

∴ $\mu = 1.0084\lambda$

在以上举例中，残存率估計过高各为10%、75%和0.84%，在第二例中由于(n + 1)年龄群有 40% 的观察誤差，而 (n - 1) 群則是完全正确的，故这是一个誤差上的极大变化。在第三例中表示是由平均50%残存率的年龄确定，致使誤差的变化不大。以上計算仅是在一年中的誤差計算，同样亦可以推算到二年以上。但由于在年龄确定中有产生誤差的可能，故在作魚类大小和年龄的生长曲綫时，将会发生一些偏斜，不过在曲綫上的誤差如果相当地一致，則整条曲綫虽被移动，而其形态仍能相当保持。

对于各龄魚数量的确定，能和不同长度群一样的方法予以正确地計算。但当有数百