考研辅导用书

高等学校教学参考书

GaoDeng XueXiao JiaoXue CanKaoShu

自动控制原理

学习辅导与习题解答

程 鹏 邱红专 王艳东

高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

考研辅导用书

高等学校教学参考书

GaoDeng XueXiao JiaoXue CanKaoShu

自动控制原理

学习辅导与习题解答

程 鹏　邱红专　王艳东

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是根据高等工业院校自动控制原理课程大纲，配合程鹏主编《自动控制原理》教材的教学要求编写的，同时也兼顾了大多数高等工业院校硕士研究生入学考试的要求。

书中系统地归纳了自动控制原理的基本内容和分析、研究方法，包括系统数学模型的建立，分析系统的时域法、根轨迹法和频率域方法；线性系统的校正设计；采样系统理论；非线性系统理论，包括相平面法和描述函数法；状态空间方法基础。全书以程鹏主编《自动控制原理》教材的习题解答为主，此外还对自动控制原理的基本要求进行重点讲解。书中有多套模拟题，供学生自我检测时使用。

本书可作为在校本、专科生及成人教育、继续教育学生学习自动控制原理的辅导教材，也可作为报考硕士研究生的考生的复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理学习辅导与习题解答/程鹏，邱红专，王艳东编著.—北京：高等教育出版社，2004.12

ISBN 7-04-015963-5

Ⅰ.自…　Ⅱ.①程…②邱…③王…　Ⅲ.自动控制理论-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第115523号

策划编辑 金春英　**责任编辑** 郑　欢　**版式设计** 王艳红
责任校对 朱惠芳　**责任印制** 孔　源

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京星月印刷厂		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2004年12月第1版
印　　张	21.25	印　　次	2004年12月第1次印刷
字　　数	390 000	定　　价	26.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号：15963-00

前　言

目前，自动控制技术已广泛地应用于工农业生产、交通运输和国防建设。指导自动控制系统分析和设计的控制理论也有了很大的发展，它的概念、方法和体系已经渗透到许多学科领域，已经成为工科院校的一门重要的技术基础课程。

本书分为两篇。第一篇分为九讲，概述了自动控制原理各部分的基本概念、基本理论和基本方法。每讲包含两节，其中第一节“内容提要”简述了本讲的主要知识点，对这部分内容如果需要详细的了解必须和教材相对应的章节配合使用；第二节“基本要求”，概括了学生应当掌握的教学要求；“重点讲解”，则是本节的核心内容，汇集了编者在长期教学过程的一些心得和体会，有些内容可以作为习题课、辅导课的素材。第二篇是程鹏主编《自动控制原理》教材全部习题的解答，有的习题还提供了多种解法。附录为六份自我检测练习题，它们均是曾经使用过的完整的试卷。前三份试卷中的每份试卷给定练习时间为三小时；为了便于学生分阶段自我检测，后三份试卷分为上、下两卷，每份试卷的给定时间为两小时。

本书可供电子信息科学类、仪器仪表类、电气信息类、自动控制类专业的学生使用，也可供其他非控制类专业或成人教育、继续教育学生学习自动控制原理课程时参考，并可作为报考硕士研究生的考生的复习参考书。

本书由程鹏、邱红专、王艳东合编，具体分工为：程鹏（第一篇和附录），邱红专（第二篇第一至四章），王艳东（第二篇第五至九章）。由于本书的内容多是在北京航空航天大学自动控制原理课程教学中长期积累而成的，除了前述同仁外，还要感谢教研室的苏媛老师和其他老师，他们的教学经验与教学积累对本书内容的形成起了重要的作用。

本书在编写过程中参考了许多院校专家们编写的教材和习题集，在此表示感谢。

北京航空航天大学
程　鹏
2004年9月

目　　录

第一篇　内容提要、基本要求和重点讲解

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第二篇 《自动控制原理》习题解答

第一篇
内容提要、基本要求和重点讲解

第一讲
拉普拉斯变换及其应用

1.1 内容提要

1.1.1 拉普拉斯变换的定义

函数 $f(t)$，t 为实变量，如果含参变量 s 的广义积分 $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt$（$s=\sigma+j\omega$）存在，则称其为函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换，简称拉氏变换。记作 $F(s)$ 或 $L[f(t)]$，即

$$L[f(t)]=F(s)=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt \tag{1-1}$$

一般称 $F(s)$ 为 $f(t)$ 的象函数，而 $f(t)$ 为 $F(s)$ 的原函数。

$$L^{-1}[F(s)]=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F(s)e^{st}ds=f(t) \tag{1-2}$$

为拉氏反变换。

1.1.2 拉氏变换的基本法则

1. 线性性质

$$L[af_1(t)\pm bf_2(t)]=aL[f_1(t)]\pm bL[f_2(t)]=aF_1(s)\pm bF_2(s) \tag{1-3}$$

2. 微分法则

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right]=s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)-\cdots-f^{(n-1)}(0) \tag{1-4}$$

式中 $f(0),f'(0),\cdots,f^{(n-1)}(0)$ 为函数 $f(t)$ 及其各阶导数在 $t=0$ 时的值。

当 $f(0)=f'(0)=\cdots=f^{(n-1)}(0)=0$ 时，有

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right]=s^nF(s) \tag{1-5}$$

3. 积分法则

$$L[\underbrace{\int\cdots\int}_{n} f(t)\mathrm{d}t^n] = \frac{1}{s^n}F(s) + \frac{1}{s^n}f^{(-1)}(0) + \cdots + \frac{1}{s}f^{(-n)}(0) \qquad (1-6)$$

式中 $f^{(-1)}(0), f^{(-2)}(0), \cdots, f^{(-n)}(0)$ 为函数 $f(t)$ 的各重积分在 $t=0$ 时的值。当 $f^{(-1)}(0) = f^{(-2)}(0) = \cdots = f^{(-n)}(0) = 0$ 时，有

$$L[\underbrace{\int\cdots\int}_{n} f(t)\mathrm{d}t^n] = \frac{1}{s^n}F(s) \qquad (1-7)$$

4. 终值定理

若极限 $\lim\limits_{t\to\infty} f(t)$，$\lim\limits_{s\to 0} sF(s)$ 存在，则有

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s) \qquad (1-8)$$

5. 位移定理

$$L[f(t-\tau_0)\cdot 1(t-\tau_0)] = \mathrm{e}^{-\tau_0 s}F(s) \quad (\text{实数位移}) \qquad (1-9)$$

$$L[\mathrm{e}^{at}f(t)] = F(s-a) \quad (\text{复数位移}) \qquad (1-10)$$

6. 卷积定理

若 $L[f_1(t)] = F_1(s)$，$L[f_2(t)] = F_2(s)$，对下列定义的 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的卷积

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

有

$$L[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(s)\cdot F_2(s) \qquad (1-11)$$

$$L^{-1}[F_1(s)\cdot F_2(s)] = f_1(t) * f_2(t) \qquad (1-12)$$

1.1.3　典型函数的拉氏变换

典型函数的拉氏变换形式如表 1-1-1 所示。

表 1-1-1　典型函数的拉氏变换形式

序号	典型函数	原函数 $f(t)$	象函数 $F(s)$
1	单位脉冲函数	$\delta(t)$	1
2	单位阶跃函数	$1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	单位斜坡函数	t	$\frac{1}{s^2}$
4	单位加速度函数	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$
5	指数函数	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
6	正弦函数	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
7	余弦函数	$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

1.1.4　有理分式函数的拉氏反变换

本书中遇到的拉氏变换象函数一般是有理分式函数，即分子和分母都是 s 的实系数多项式。对这类象函数进行拉氏反变换，一般是先将有理分式函数进行部分分式分解，然后再用查表的方式进行拉氏反变换。下面通过例题说明这一过程。

例题 1－1　求 $F(s)=\dfrac{1}{s^3+21s^2+120s+100}=\dfrac{1}{(s+1)(s+10)^2}$ 的拉氏反变换式。

解　首先将 $F(s)$ 分解为如下的形式

$$F(s)=\frac{1}{(s+1)(s+10)^2}=\frac{A}{(s+1)}+\frac{B}{(s+10)}+\frac{C}{(s+10)^2}$$

式中 A、B、C 为待定系数，可以确定如下

$$A=F(s)(s+1)\big|_{s=-1}=\frac{1}{81}$$

$$C=F(s)(s+10)^2\big|_{s=-10}=-\frac{1}{9}$$

$$B=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[F(s)(s+10)^2\right]\bigg|_{s=-10}=-\frac{1}{(s+1)^2}\bigg|_{s=-10}=-\frac{1}{81}$$

故 $F(s)$ 的拉氏反变换式为

$$f(t)=\frac{1}{81}\mathrm{e}^{-t}-\frac{1}{9}\left(t+\frac{1}{9}\right)\mathrm{e}^{-10t}\qquad(t>0)$$

注：此例最常见的错误是将原始分解式错写成下列形式

$$F(s)=\frac{A}{(s+1)}+\frac{C}{(s+10)^2}$$

1.1.5　用拉氏变换求解常系数常微分方程的初值问题

1. 将系统微分方程和初始值进行拉氏变换得到以象函数为变量的代数方程（系统初始值取 $t=0^-$ 时的对应值）；
2. 解象函数的代数方程，求出象函数表达式；
3. 将象函数进行部分分式分解；
4. 对分解式进行拉氏反变换，得到微分方程初值问题的解。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

1.2　基本要求和重点讲解

1.2.1　基本要求

1. 熟悉拉氏变换的基本法则；
2. 熟练掌握典型函数的拉氏变换式；
3. 掌握用拉氏变换求解微分方程初值问题的思路；
4. 熟练掌握求有理分式函数拉氏反变换的方法。

1.2.2　重点讲解

1. 对于学习本课程而言，广义积分式(1－1)的收敛性以及复变量主值积分式(1－2)的计算，与正确熟练地运用拉氏变换的基本法则相比不是主要的，因为在工程计算中可以用查表的方式来完成式(1－1)和式(1－2)的计算。而拉氏变换的基本法则的运用则直接关系到是否真正掌握这种变换的工具。

2. 拉氏变换的线性性质源自定积分的线性性质，这说明作为一种变换关系，拉氏变换是线性变换。应当指出，并非所有变换都具有线性性质，例如以10为底的对数可以看成正半数轴到数轴的变换关系，但关系式 $\lg(a+b)\neq\lg a+\lg b$ 说明取对数的运算显然不满足线性关系。

3. 为了保证拉氏变换的一一对应关系，总假定式(1－1)中的原函数 $f(t)$ 在 $t<0$ 时为零。即原函数应写成 $f(t)\cdot 1(t)$，根据单位阶跃函数 $1(t)$ 的定义，这里 $f(t)\cdot 1(t)$ 为

$$f(t)\cdot 1(t)=\begin{cases} f(t) & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$

图1－1－1给出的 $f(t)$、$f(t)\cdot 1(t)$、$f(t)\cdot 1(t-t_0)$、$f(t-t_0)\cdot 1(t-t_0)$、

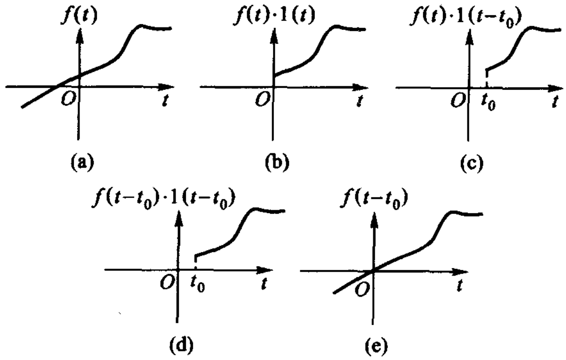

图1－1－1　将 $f(t)$ 延迟 t_0

$f(t-t_0)$的函数关系，显然，通常所说“将 $f(t)$延迟 t_0” 的正确表示应当是图 1-1-1中的(d)，不是(c)或(e)。

基于上述认识，就能正确表达图形和用延迟定理求出某些图形的拉氏变换式。

例题 1-2　求图 1-1-2 中的波形的拉氏变换。

解　图 1-1-2 中的波形可以看成 $t\cdot1(t)$、$(t-t_0)\cdot1(t-t_0)$、$t_0\cdot1(t-t_0)$这三个信号的代数和，同学们可画出这三个信号的波形图以验证下式的正确性。

$$f(t)=t\cdot1(t)-(t-t_0)\cdot1(t-t_0)-t_0\cdot1(t-t_0)$$

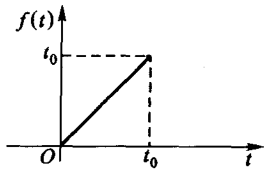

图 1-1-2　波形图

运用拉氏变换的线性性质和延迟定理，可得

$$L[f(t)]=L[t\cdot1(t)-(t-t_0)\cdot1(t-t_0)-t_0\cdot1(t-t_0)]$$

$$=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-t_0 s}-\frac{t_0}{s}e^{-t_0 s}$$

4. 拉氏变换式的积分下限问题。式(1-1)定义的拉氏变换的积分下限为零，在工程实践中，应该有 0^+(零的右极限)和 0^-(零的左极限)之分。对于在 $t=0$处连续或只有第一类间断点的函数，0^+ 型和 0^- 型的拉氏变换结果是相同的；但是对于在 $t=0$ 处有无界跳跃的函数，两种拉氏变换的结果不一致。这可用单位脉冲函数 $\delta(t)$说明之。

$$\int_{0^+}^{+\infty}\delta(t)e^{-st}dt=0 \qquad \int_{0^-}^{+\infty}\delta(t)e^{-st}dt=1$$

为了反映在 $t=0$ 处有单位脉冲函数 $\delta(t)$的作用，应当积分下限取 0^- 更为合理，因为取 0^+ 未能包含 $t=0$ 时刻，而 0^- 型的拉氏变换包含了 $t=0$ 时刻。今后不加声明均认为是取 0^- 型的拉氏变换。

采用 0^- 型的拉氏变换另一方便之处，是考虑到在工程实际问题中，常常把开始研究系统的时刻规定为零时刻，而外作用也是在零时刻加于系统。0^- 时刻表示外作用尚未加于系统，这时系统所处的状态是易于知道的，因此 0^- 时刻的初始条件也比较容易确定。若采用 0^+ 型的拉氏变换，则相当于外作用已加于系统，要确定 0^+ 时系统的状态是很繁琐的，因而 0^+ 时的初始条件也不易确定。

5. 有理分式函数的拉氏反变换。在进行有理分式的部分分式分解时可能会有一对共轭复数根所对应的部分分式，其形式如下

$$\frac{c}{s+\alpha}+\frac{\bar{c}}{s+\bar{\alpha}}$$

其中 $\bar{c}$、$\bar{\alpha}$ 表示c、α 的共轭，若 $c=|c|e^{j\theta}$，$\alpha=x+jy$，$s_{1,2}=-\alpha=-x\mp jy$，则有

$$L^{-1}\left[\frac{c}{s+\alpha}+\frac{\bar{c}}{s+\bar{\alpha}}\right]=L^{-1}\left[\frac{c}{s+\alpha}\right]+L^{-1}\left[\frac{\bar{c}}{s+\bar{\alpha}}\right]$$

$$= |c|e^{-xt}\cdot e^{-ytj}\cdot e^{j\theta} + |c|e^{-xt}\cdot e^{ytj}e^{-j\theta}$$

$$= 2|c|e^{-xt}\frac{e^{(\theta-yt)j}+e^{-(\theta-yt)j}}{2}$$

$$= 2|c|e^{-xt}\cos(yt-\theta)$$

$$L^{-1}\left[\frac{c}{s+\alpha}+\frac{\bar{c}}{s+\bar{\alpha}}\right] = 2|c|e^{-xt}\cos(yt-\theta) \qquad t>0 \qquad (1-13)$$

例题 1－3 求下式的拉氏反变换。

$$F(s)=\frac{2s^2-5s+1}{s(s^2+1)}$$

解 将上式进行部分分式分解，可得

$$F(s)=\frac{2s^2-5s+1}{s(s^2+1)}=\frac{c_1}{s}+\frac{c_2}{s+j}+\frac{c_3}{s-j}$$

其中

$$c_1=1$$

$$c_2=0.5-2.5j=2.55e^{-j78.7^\circ}$$

$$c_3=0.5+2.5j=2.55je^{j78.7^\circ}$$

由式(1－13)直接可得($x=0, y=1, |c|=2.55, \theta=-78.7^\circ$)

$$L^{-1}[F(s)]=1+5.10\cos(t+78.7^\circ) \qquad t>0$$

注： 另一方法也可得相同结果

$$F(s)=\frac{2s^2-5s+1}{s(s^2+1)}=\frac{s^2-5s+s^2+1}{s(s^2+1)}=\frac{s-5}{s^2+1}+\frac{1}{s}=\frac{s}{s^2+1}-\frac{5}{s^2+1}+\frac{1}{s}$$

$$L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+1}-\frac{5}{s^2+1}+\frac{1}{s}\right]=\cos t-5\sin t+1=1+5.10\cos(t+78.7^\circ) \qquad t>0$$

6. 用拉氏变换求解微分方程初值问题。为了说明用拉氏变换求解微分方程初值问题的思路，首先研究解方程 $x^3=5$ 的算术根问题。这一问题利用对数是很容易解决的。解法如下

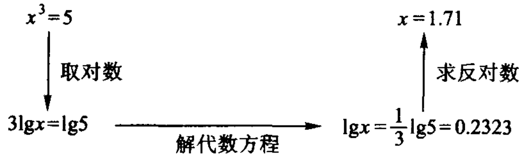

图 1－1－3 用对数运算求算术根

由于使用了对数，在真数域中开三次方的运算转换为在对数域中的除法运算。

用拉氏变换求微分方程初值问题的解同上述思路类似，解法如下

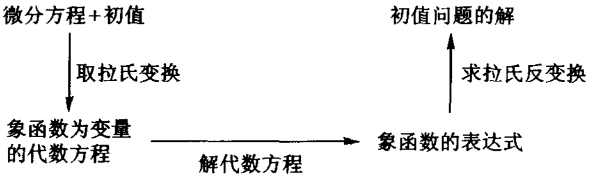

图 1-1-4　用拉氏变换求微分方程初值问题的解

由于使用了拉氏变换,在时间域中求原函数(微分方程初值问题的解)转换为在复数域中求象函数(代数方程的解),从而方便了运算。

在图 1-1-4 中,如果象函数是有理分式函数,就可以通过部分分式分解和查表的方法求出微分方程初值问题的解。

经典的微分方程初值问题解法通常包含以下步骤:(1)求齐次方程的通解,(2)利用拉格朗日常数变易法求非齐次方程的特解,(3)将微分方程初值问题的解表示成通解加特解的形式,(4)利用给定的初值确定形式解中的任意常数,从而得到微分方程初值问题的解。与经典的解微分方程初值问题的方法比较。拉氏变换法比较直接,可以直接得到初值问题的解,特别是没有确定任意常数这一步骤,确定任意常数实际上是解线性方程组,当方程阶次较高时,这一步骤是很繁琐的。

例题 1-4　微分方程如下

$$\ddot{c}(t)+2\dot{c}(t)+c(t)=r(t)$$

$r(t)=1(t),c(0)=\dot{c}(0)=0$,求 $c(t)$。

解　对方程左边进行拉氏变换,并代入初值,得到

$$L[\ddot{c}(t)+2\dot{c}(t)+c(t)]=L[\ddot{c}(t)]+2L[\dot{c}(t)]+L[c(t)]$$

(根据拉氏变换线性性质)

$$=s^2C(s)-sc(0)-\dot{c}(0)+2[sC(s)-c(0)]+C(s)$$

(根据拉氏变换微分法则)

$$=s^2C(s)+2sC(s)+C(s)$$

(代入 $c(0)=\dot{c}(0)=0$)

对方程右边进行拉氏变换,得到

$$L[r(t)]=\frac{1}{s}$$

令左、右两边相等,得到以象函数 $C(s)$为变量的代数方程

$$s^2C(s)+2sC(s)+C(s)=\frac{1}{s}$$

解出象函数

$$C(s)=\frac{1}{s^2+2s+1}\cdot\frac{1}{s}$$

将 $C(s)$进行部分分式分解，设

$$C(s)=\frac{1}{(s+1)^2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{c_2}{(s+1)^2}+\frac{c_1}{s+1}+\frac{c_3}{s}$$

其中 c_2、c_1 及 c_3 为待定系数，且

$$c_2=\lim_{s\to-1}(s+1)^2\frac{1}{s(s+1)^2}=-1$$

$$c_1=\lim_{s\to-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[(s+1)^2\frac{1}{s(s+1)^2}\right]=-1$$

$$c_3=\lim_{s\to0}s\cdot\frac{1}{s(s+1)^2}=1$$

则

$$C(s)=\frac{1}{(s+1)^2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{-1}{(s+1)^2}+\frac{-1}{s+1}+\frac{1}{s}$$

进行拉氏反变换(查表)，求出 $c(t)$

$$c(t)=-te^{-t}-e^{-t}+1(t)=1(t)-(1+t)e^{-t}\qquad t>0$$

7. 在本课程中引入拉氏变换不只是为了解微分方程，更重要的是通过它建立常参量线性系统——一种输入/输出描述的数学模型。

第二讲
自动控制系统的数学模型

2.1 内容提要

2.1.1 建立系统微分方程的一般步骤

1. 分析系统和各个元件的工作原理，确定系统和各元件的输入、输出变量，找出各物理量（变量）之间的关系；

2. 从输入端开始，按照信号的传递顺序，根据各变量所遵循的物理（或化学）定律，列写出动态微分方程；

3. 对已建立的微分方程进行数学处理，如忽略次要因素、对方程进行线性化等，以简化原始方程；

4. 消去中间变量，写出关于输入、输出变量的微分方程；

5. 将与输入有关的各项放在等号右侧，与输出有关的各项放在等号左侧，并按降幂排列。

2.1.2 传递函数的概念

若描述系统输入量 $r(t)$ 和输出量 $c(t)$ 之间的微分方程式为

$$a_0\frac{\mathrm{d}^n c(t)}{\mathrm{d}t^n}+a_1\frac{\mathrm{d}^{n-1}c(t)}{\mathrm{d}t^{n-1}}+\cdots+a_{n-1}\frac{\mathrm{d}c(t)}{\mathrm{d}t}+a_n c(t)$$

$$=b_0\frac{\mathrm{d}^m r(t)}{\mathrm{d}t^m}+\cdots+b_{m-1}\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+b_m r(t) \tag{2-1}$$

其中 a_i，b_i 都是常数。在零初始条件下，对式(2-1)进行拉氏变换，可得

$$[a_0 s^n+a_1 s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}s+a_n]C(s)=[b_0 s^m+\cdots+b_{m-1}s+b_m]R(s) \tag{2-2}$$

则系统传递函数为

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com