

培
优
提
高
班

PEIYOU TIGAO BAN

王亚权 主编

九年级

SHUXUE
数学

培优提高班·数学

(九年级)

主 编 王亚权

编 写 郑 洁 张 毅 周 鸿 刘 芳
吴清玉 张大军 王亚权

浙江大學出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

培优提高班·数学·九年级 / 王亚权主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2007. 5

ISBN 978-7-308-05278-8

I. 培… II. 王… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 052396 号

出版发行: 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310028)

、 (E-mail: zupress@zju.edu.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

责任编辑: 黄兆宁

排 版 者: 杭州好友排版工作室

印 刷: 杭州杭新印务有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 12

字 数: 338 千

版 次: 2007 年 5 月第 1 版 2007 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-308-05278-8

定 价: 16.00 元

编写说明

中学教材的内容和要求是以大多数学生的学习能力为基础的,没有充分考虑学生的个性化要求,仅仅考虑普适性。这对于那些学有余力的学生来说是一个缺憾。经过反复征求广大中学师生的意见和充分进行市场调研,我们觉得很有必要策划一套既适合大多数学生使用,又能满足那些“吃不饱”的学生要求的教辅图书。基于此,我们组织中学一线的资深教师和教育专家反复论证,策划了“初中各学科培优提高班”丛书。丛书包括语文、数学、英语和科学四种,其中七、八年级分上下两册,九年级为全一册。

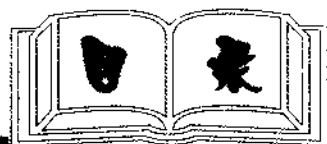
丛书的栏目设计和编写的特色是:

丛书各分册与相应的学科教材同步配套,以课时为单元编写。每个课时包括学习要求,典型问题剖析与点评,以及三级课外训练。例题典型,能触类旁通;点评富有启发性,能举一反三;三级练习层次分明,依次递进,引导学生循序渐进。

丛书注重学生个性发展,设计了相当数量的提高训练,为那些学有余力的学生提供了优秀的学习素材。

丛书选材精练,所有素材都选自各地中考试题,具有相当的典型性、科学性、指导性、预测性和训练价值。

丛书实用性强,训练部分留有空白,既可以作为学生学习的指导用书,又可以作为作业本使用,同时还可以作为教师教学的参考用书。



第一章 反比例函数	1
1.1 反比例函数	1
1.2 反比例函数的图像和性质	7
1.3 反比例函数的应用.....	15
第二章 二次函数	27
2.1 二次函数.....	27
2.2 二次函数的性质.....	34
2.3 二次函数的应用.....	42
第三章 圆的基本性质	54
3.1 圆的对称性.....	54
3.2 圆心角和圆周角.....	59
3.3 弧长和面积.....	65
第四章 相似三角形	70
4.1 比例线段.....	70
4.2 相似三角形的条件.....	74
4.3 相似三角形的性质及其应用.....	83
4.4 相似多边形、图形的位似	94
第五章 投影与视图	101
5.1 视角与盲区	101
5.2 投 影	107
5.3 简单物体的三视图	113
第六章 三角函数	120
6.1 锐角三角函数	120
6.2 解直角三角形	125

第七章 直线与圆的位置关系.....	134
7.1 直线与圆的位置关系	134
7.2 圆与圆的位置关系	143
第八章 简单事件的概率.....	149
8.1 简单事件的概率	149
8.2 概率的简单应用	158
参考答案.....	165

第一章 反比例函数

1.1 反比例函数

课堂笔记

重点讲解 反比例函数是一种特殊的函数,其定义是:一般地,如果两个变量 x 、 y 之间的关系可以表示成 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的形式,那么称 y 是 x 的反比例函数. 在对其概念的理解时,关键是要抓住其形式特征:两个变量的乘积是一个非零的常数. 反比例函数的形式也可以记为 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$). 求反比例函数的解析式时常用待定系数法,只要求出比例系数 k 即可.

难点点拨 在问题的求解中,通常是从现实情境和已有知识经验出发,讨论两个变量之间的相依关系,根据两个变量乘积不变或比值不变,正确区分正比例与反比例关系. 求反比例函数解析式时,关键是找到一对函数对应值. 自变量的取值范围除了不能为零以外,还要注意实际问题中可能发生的变化. 另外,应记住比例系数 k 不能为零.

课题解析

例 1 若函数 $y = (m^2 - m)x^{m^2 - 3m + 1}$ 是反比例函数,则 m 的值是_____.

【分析】 反比例函数解析式是 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$),若此函数是反比例函数,应满足 $\begin{cases} m^2 - 3m + 1 = -1 \\ m^2 - m \neq 0 \end{cases}$,由此可得 m 的值.

【解】 由函数 $y = (m^2 - m)x^{m^2 - 3m + 1}$ 是反比例函数,得

$$m^2 - 3m + 1 = -1 \text{ 且 } m^2 - m \neq 0, \text{ 即 } m = 2$$

【评注】 反比例函数的一般形式除了 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 外,还有 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$),特别要注意 $k \neq 0$.

类题演练 若函数 $y = 0.5x^{2n-1} + 2n - 1$ 是反比例函数,则 $y = x^{2n} + 2m$ 是_____函数.

例 2 下列说法正确的是_____ ()

A. 圆面积公式 $S = \pi r^2$ 中, S 与 r 成正比例关系

B. 三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 中,当 S 是常量时, a 与 h 成反比例关系

C. $y = \frac{1}{x} + 1$ 中, y 与 x 成反比例关系

D. $y = \frac{x-1}{2}$ 中, y 与 x 成正比例关系

【分析】 两个变量的乘积为常数时构成反比例关系,比值为常数时构成正比例关系.

【解】 A 选项: $\frac{S}{r} = \pi r$, πr 不是常数, 所以 S 与 r 不是正比例关系, 但因 $\frac{S}{r^2}$ 为常数, 所以 S 与 r^2 构成正比例关系;

B 选项: $ah = 2S$, $2S$ 是常数, 所以 a 与 h 成反比例关系;

C 选项: 两边乘以 x , 得 $xy = 1 + x$, $1 + x$ 不是常数, 所以不是反比例关系;

D 选项: 变形得 $2y = x - 1$, y 与 x 的比值不是常数, 没有构成正比例关系.

所以, 选 B.

类题演练 下列问题中, 两个变量间的函数关系式是反比例函数的是 ()

A. 小红 1 分钟可以制作 2 朵花, x 分钟可以制作 y 朵花

B. 体积 10cm^3 的长方体, 高为 $h\text{cm}$ 时, 底面积为 $S\text{cm}^2$

C. 用一根长 50cm 的铁丝弯成一个矩形, 一边长为 $x\text{cm}$ 时, 面积为 $y\text{cm}^2$

D. 小李接到一次检修管道的任务, 已知管道长 100m , 设每天能完成 10m , x 天后剩下的未检修的管道长为 $y\text{m}$

例 3 已知 y 是 x 的反比例函数, 且当 $x = -2$ 时, $y = \frac{1}{2}$,

(1) 求这个反比例函数解析式和自变量 x 的取值范围;

(2) 分别求当 $x = 3$ 和 $x = -\frac{1}{3}$ 时函数 y 的值.

【分析】 用待定系数法求反比例函数的解析式时, 关键是代入一对函数值, 求出比例系数 k 的值.

【解】 (1) 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$),

将 $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = -1$,

所以, 所求函数解析式为 $y = \frac{-1}{x}$, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的全体实数.

(2) 当 $x = 3$ 时, $y = -\frac{1}{3}$; 当 $x = -\frac{1}{3}$ 时, $y = 3$.

【评注】 自变量和函数值要代入解析式的正确位置.

类题演练 已知 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 并且当 $x = 2$ 与 $x = 3$ 时, y 的值都等于 10, 求 y 与 x 之间的函数解析式.

例 4 已知 y 与 $x - 2$ 成反比例, 并且当 $x = 3$ 时, $y = 2$. 求 $x = 1.5$ 时, y 的值.

【分析】 因为 y 与 $x - 2$ 这个整体成反比例, 所以 $y(x - 2) = k$.

【解】 因为 y 与 $x - 2$ 成反比例,

所以, 可设 $y = \frac{k}{x - 2}$ ($k \neq 0$),

将 $x = 3$, $y = 2$ 代入 $y = \frac{k}{x - 2}$, 得 $2 = \frac{k}{3 - 2}$,

解得 $k=2$

所以 $y = \frac{2}{x-2}$.

当 $x=1.5$ 时, $y = \frac{2}{1.5-2} = -4$.

【评注】 注意整体思想的运用.

类题演练 已知 $y-1$ 与 x 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=-2$. 求 y 关于 x 的函数关系式.

例 5 九年级的全体师生 500 人准备用 10000 只纸鹤来表达对 2008 年北京奥运会的美好祝愿, 如果每人每天折 x 只, y 天能够完成. 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量的取值范围.

【分析】 先列出关于 x, y 的关系式, 再转化为函数关系式, 即写成 $y = \frac{k}{x}$ 的形式.

【解】 根据题意可得 $x \times 500 \times y = 10000$,

即 $y = \frac{20}{x}$ (x 为正整数).

【评注】 不要忽视实际问题中自变量的取值范围.

类题演练 一个无盖的长方体木箱的体积是 400cm^3 , (1) 如果它的底面积为 $a\text{cm}^2$, 高为 $h\text{cm}$, 求 h 关于 a 的函数关系式. (2) 如果这个长方体的底面是边长为 $x\text{cm}$ 的正方形, 求它的表面积 $S\text{cm}^2$ 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量的取值范围.

同步反馈

A 组

1. (1) 下列函数中是反比例函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{x} + 2$

B. $y = \frac{x}{k} (k \neq 0)$

C. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

D. $y = \frac{24}{x}$

(2) 矩形面积是 40cm^2 , 设它的一边长为 $x\text{cm}$, 则矩形的另一边长 $y\text{cm}$ 与 x 的函数关系是 ()

A. $y = 20 - \frac{1}{2}x$

B. $y = 40x$

C. $y = \frac{40}{x}$

D. $y = \frac{x}{40}$

2. 判断下列说法是否正确(对的打“√”, 错的打“×”)

(1) 直角三角形面积为 20cm^2 , 两条直角边长分别为 $x\text{cm}$ 和 $y\text{cm}$, 变量 y 是变量 x 的反比例函数. ()

(2) 圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 中, S 与 r 成正比例. ()

(3) 矩形的长为 a , 宽为 b , 周长为 C , 当 C 为常量时, a 是 b 的反比例函数. ()

(4) 一个长方体的底面正方形的边长为 x , 高为 y , 当其体积 V 为常量时, y 是 x 的反比例函数. ()

(5) 当被除数(不为零)一定时, 商和除数成反比例. ()

(6) 计划修建铁路 1200km , 则铺轨天数 y 是每日铺轨量 x 的反比例函数. ()

3. (1) 当三角形面积是 8cm^2 时, 它的底边上的高 $h\text{cm}$ 与底边长 $x\text{cm}$ 之间的函数解析式是 _____.

(2) 圆柱的侧面积是 10π , 则圆柱的高线长 h 与圆柱的底面半径 r 之间的函数关系是 _____.

(3) s, v, t 分别表示路程、速度与时间, 当 v 为常数时, s 与 t 的函数关系为 _____, 属于 _____ 函数; 当 s 为常数时, v 与 t 的函数关系是 _____.

4. (1) y 是关于 x 的反比例函数, 当 $x=-3$ 时, $y=0.6$, 求函数解析式和自变量 x 的取值范围.

(2) y 与 $r+1$ 成反比例, 当 $x=2$ 时, $y=-1$, 求函数解析式和自变量 x 的取值范围.

5. y 是 x 的反比例函数, 下表给出了 x 与 y 的一些值:

x		-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		3
y	$\frac{2}{3}$		2				-1	

(1) 写出这个反比例函数的解析式.

(2) 根据函数解析式完成上表.

6. 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 $x\text{m}$ 成反比例, 已知 400 度近视眼镜镜片的焦距为 0.25m , 求眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围.

B 组

7. 我们学习了反比例函数. 例如, 当矩形面积 S 一定时, 长 a 是宽 b 的反比例函数, 其函数关系式可以写为 $a = \frac{S}{b}$ (S 为常数, $S \neq 0$).

请你仿照上例另举一个在日常生活或学习中具有反比例函数关系的量的实例, 并写出它的函数关系式.

实例: _____;

函数关系式: _____.

8. 判断题(对的打“√”, 错的打“×”)

(1) 如果 y 是 x 的反比例函数, 那么当 x 增大时, y 就减小 ()

(2) 一个函数如果不是正比例函数, 就是反比例函数 ()

(3) y 与 x^2 成反比例时 y 与 x 并不成反比例 ()

(4) y 与 $2x$ 成反比例时, y 与 x 也成反比例 ()

9. 关于 $y = \frac{k}{x}$, 下列说法正确的有 () 个.

(1) 一定是反比例函数

(2) k 为常数时, 是反比例函数

(3) $k \neq 0$ 时, 自变量 x 可为一切实数

(4) $k \neq 0$ 时, y 的取值范围是一切实数

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

10. 把 $y = -\frac{2}{3x}$ 化为 $y = \frac{k}{x}$ 的形式为: _____; 比例系数为 _____.

11. 若 $y = (a+2)x^{a^2-2a-1}$ 为反比例函数关系式, 则 $a =$ _____.

12. (1) 如果 y 是 m 的反比例函数, m 是 x 的反比例函数, 那么 y 是 x 的 ()

A. 反比例函数

B. 正比例函数

C. 一次函数

D. 反比例或正比例函数

(2) 如果 y 与 $-3x$ 成正比例, x 与 $\frac{1}{z}$ 成反比例, 那么 y 是 z 的 ()

A. 正比例函数

B. 反比例函数

C. 一次函数

D. 不能确定

13. (1) 兄弟二人分吃一碗饺子, 每人吃饺子的个数如下表:

兄(y)	29	28	27	26	25	24	23	22	...	3	2	1
-----> 逐渐减少												
弟(x)	1	2	3	4	5	6	7	8	...	27	28	29
-----> 逐渐增多												

① 写出兄吃的饺子数 y 与弟吃的饺子数 x 之间的函数关系式.

②虽然当弟吃的饺子数增多时,兄吃的饺子数(y)在减少,但 y 与 x 成反比例吗?

(2)水池中有水若干吨,若单开一个出水口,水流速 v 与全池水放光所用时间 t 见下表:

用时 $t(\text{h})$	10	5	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{4}$	1
	-----→逐渐减少						
出水速度 v (t/h)	1	2	3	4	5	8	10
	-----→逐渐增大						

① 写出放光池中水用时 $t(\text{h})$ 与放水速度 $v(\text{t/h})$ 之间的函数关系式.

② 这是一个反比例函数吗?

与(1)的结论相比,可见并非只有反比例函数才有可能是“函数值随自变量增大而减小”;反之,所有的反比例函数都是“函数值随自变量的增大而减小”吗?这个问题,你可以提前探索、思考.预习下一课时:反比例函数的图像和性质,也可以等到下一节课我们共同解决.

14. 已知 a 与 b^2 成反比例,当 $b=4$ 时, $a=5$,求当 $b=\frac{4}{5}$ 时, a 的值.

15. 函数 $y=y_1+y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x^2 成反比例,且当 $x=2$ 与 $x=3$ 时, y 的值都等于19,求 y 关于 x 的函数关系式.

16. 收音机通上电就能放出优美的音乐,我们可以通过转动旋钮来调节声音的大小,这样的效果就是通过改变电阻来控制电流的变化实现的.电流越小,声音越小;反之,电流越大,声音越大.我们知道,电流 I 、电阻 R 、电压 U 满足关系式: $U=IR$.当 $U=220\text{V}$ 时,

(1)当用含 R 的代数式来表示 I 时, I 是 R 的反比例函数吗?如果是,请写出关系式.

(2)当电阻为 22Ω 时,电流是多少?

课外拓展

17. 假设 x, y 都是正数并且成反比例关系, 若 x 增加了 $p\%$, 求 y 减少的百分比.

18. 地心作用于物体的引力与地心到该物体的距离的平方成反比例. 如果一个物体在地球表面重 9kg , 问: 当这物体离地面多高时就只重 4kg ? (地球半径为 6400km)

1.2 反比例函数的图像和性质

课堂笔记

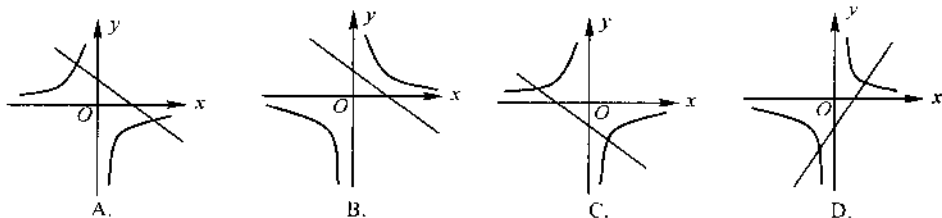
重点讲解 反比例函数有如下的性质: (1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像是由两个分支组成的双曲线. 当 $k > 0$ 时, 图像在一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 图像在二、四象限. (2) 将反比例函数的图像绕坐标系原点旋转 180° 后, 能与原来的图形重合, 即反比例函数是中心对称图形, 原点为对称中心. (3) 一般地, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 有以下性质: 当 $k > 0$ 时, 图像在一、三象限, 在每个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 图像在二、四象限, 在每个象限内, 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大.

难点点拨 反比例函数的图像既不能与 x 轴相交也不能与 y 轴相交, 但是当 x 的值越来越接近于 0 时, y 的绝对值将逐渐变得很大; 反之, 当 x 的绝对值无限增大时, y 的值将逐渐接近于 0. 因此, 图像的两个分支无限接近 x 轴和 y 轴, 但永远不会与 x 轴和 y 轴相交. 学习反比例函数与学习其他函数一样, 要善于数形结合, 由解析式联想到图像的位置及其性质, 或由图像的性质联想到比例系数 k 的符号. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中比例系数 k 的几何意义, 即过双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上任意一点分别引 x 轴、 y 轴的垂线, 所得矩形面积为 $|k|$. 特别应注意的是, 双曲线的两个分支是断开的, 研究函数的增减性时, 要将两个分支分别讨论, 不能一概而论.

例题解析

例 1 函数 $y = kx + 1$ 与函数 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的大致图像是 ()

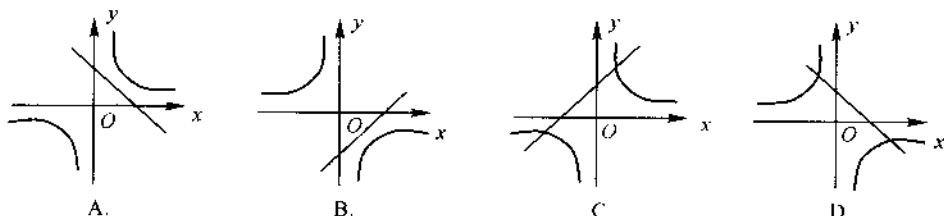
【分析】 明确一次函数 $y = kx + 1$ 中 k 的含义与函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的含义是解题的关键.



【解】 可用排除法,假设 $y = \frac{k}{x}$ 中 $k > 0$, 双曲线过第一、三象限, 则直线 $y = kx + 1$ 也应过第一、三象限且与 y 轴交于正半轴, 故排除 B、D. 同理, 可排除 C, 故答案为 A.

【评注】 解决同一坐标系中两种函数共存问题, 首先要明确同一字母系数在不同函数解析式中的含义, 切勿出现“张冠李戴”的错误.

类题演练 在同一直角坐标系中, 函数 $y = kx - k$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像大致是 ()



例 2 已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x} (x > 0)$, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是_____.

【分析】 在每个象限内, 反比例函数的增减性由比例系数 k 的符号决定.

【解】 因为当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 所以系数 $k < 0$, 即 $m-1 < 0$, 可得 $m < 1$.

【评注】 结合图像记忆反比例函数的增减性, 必要时可画出草图.

类题演练 设反比例函数 $y = \frac{3-m}{x}$ 的图像上有两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 且当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, 有 $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是_____.

例 3 三个反比例函数① $y = \frac{k_1}{x}$, ② $y = \frac{k_2}{x}$, ③ $y = \frac{k_3}{x}$

在 x 轴上方的图像如图 1-1 所示, 由此推出 k_1, k_2, k_3 的大小关系

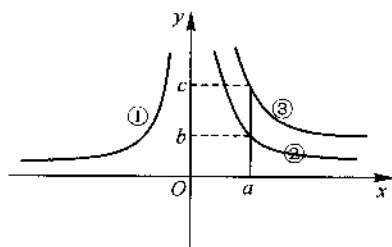


图 1-1

【分析】 由图像所在的象限可知, $k_1 < 0, k_2 > 0, k_3 > 0$; 在②③中, 为了比较 k_2 与 k_3 的大小, 可取 $x = a > 0$, 作直线 $x = a$, 与两图像相交, 找到 $y = \frac{k_2}{x}$ 与 $y = \frac{k_3}{x}$ 的对应函数值 b 和 c , 由于 $k_2 = ab, k_3 = ac$, 而 $c > b > 0$, 因而 $k_3 > k_2 > k_1$.

【解】 略

类题演练 两个反比例函数 $y = \frac{3}{x}, y = \frac{6}{x}$ 在第一象限内的图像如图 1-2 所示, 点 $P_1, P_2,$

$P_3, \dots, P_{2007}$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图像上, 它们的横坐标分别是 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2007}$, 纵坐标分别

是 1, 3, 5, ..., 共 2007 个连续奇数, 过点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2007}$ 分别作 y 轴的平行线, 与 $y = \frac{3}{x}$ 的图像交点依次是 $Q_1(x_1, y_1), Q_2(x_2, y_2), Q_3(x_3, y_3), \dots, Q_{2007}(x_{2007}, y_{2007})$, 则 $y_{2007} =$ _____.

例 4 直线 $y = kx$ 与反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图像相交于点 A, B , 过点 A 作 AC 垂直于 y 轴于点 C , 求 $S_{\triangle ABC}$.

【分析】 先画出图像草图, 找到对应的三角形, 再通过交点 A, B 联系三角形的面积与反比例函数的图像特征来计算.

【解】 反比例函数的图像关于原点对称, 又 $y = kx$ 过原点, 故点 A, B 必关于原点对称. 从而有 $OA = OB$, 所以 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOC}$.

设点 A 坐标为 (x_1, y_1) , 则 $x_1 y_1 = -6$, 且由题意 $AC = |x_1|$, $OC = |y_1|$.

$$\text{故 } S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AC \cdot OC = \frac{1}{2} |x_1 y_1| = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\text{从而 } S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AOC} = 6.$$

【评注】 从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上任一点向一坐标轴作垂线, 这一点和垂足及坐标原点所构成的三角形面积 $S_{\triangle} = \frac{1}{2} |k|$.

类题演练 如图 1-3 所示, A, B 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上关于原点 O 对称的任意两点, AC 平行于 y 轴, BC 平行于 x 轴, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

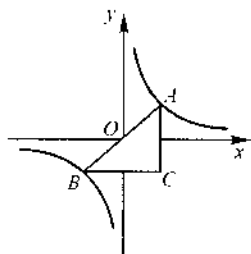


图 1-3

例 5 正比例函数 $y = x$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像有一个交点的纵坐标是 2, 求 (1) 当 $x = -3$ 时, 反比例函数 y 的值; (2) 当 $-3 < x < 1$ 时, 反比例函数 y 的取值范围.

【分析】 当 $-3 < x < 1$ 时, 函数图像不是连续变化的, 所以函数值 y 也不连续, 可利用图像直观感受函数值的取值范围.

【解】 因为交点在正比例函数 $y = x$ 的图像上, 所以交点为 $(2, 2)$, 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 得 $y = \frac{4}{x}$.

(1) 当 $x = -3$ 时, 反比例函数 y 的值是 $-\frac{4}{3}$.

(2) 画出函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图像草图, 观察当 $-3 < x < 1$ 时函数图像的变化情况, 并标注两个特征点 $(-3, -\frac{4}{3})$ 与 $(1, 4)$, 可得函数值 y 的取值范围是: $-\frac{4}{3} < y < 0$ 或 $0 < y < 4$.

【评注】 要注意在反比例函数中, 自变量与函数值都不为零, 在图像上反映出来的性质是: 函数图像与坐标轴没有交点; 在解题中还要有运用数形结合的意识.

类题演练 如图 1-4 所示, 已知直线 $y_1 = x + m$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x} (k < 0)$ 分别交于点 C 、 D , 且 C 点坐标为 $(-1, 2)$.

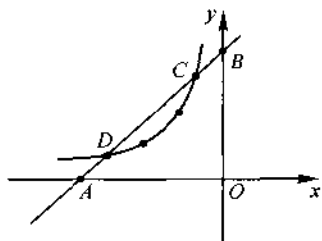


图 1-4

- (1) 分别求直线 AB 与双曲线的解析式;
- (2) 求出点 D 的坐标;
- (3) 利用图像直接写出当 x 在什么范围内取值时, $y_1 > y_2$.

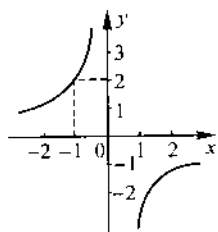
同步反馈

A 组

1. (1) 函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像在第_____象限内, 在每一个象限内, 曲线从左向右_____.
- (2) 函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图像在第_____象限内, 在每一个象限内, y 随 x 的增大而_____.
- (3) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像的两个分支关于_____对称.
2. 判断下列说法是否正确(对的打“√”, 错的打“×”)
- (1) 反比例函数图像的每个分支只能无限接近 x 轴和 y 轴, 但永远也不可能到达 x 轴或 y 轴. ()
- (2) 在 $y = \frac{3}{x}$ 中, 由于 $3 > 0$, 所以 y 一定随 x 的增大而减小. ()
- (3) 已知点 $A(-3, a)$, $B(-2, b)$, $C(4, c)$ 均在 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像上, 则 $a < b < c$. ()
- (4) 反比例函数图像若过点 (a, b) , 则它一定过点 $(-a, -b)$. ()
3. (1) 若反比例函数 $y = \frac{2m-1}{x}$ 的图像在第二、四象限, 则 m 的取值范围是_____.
- (2) 若函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像在第一、三象限, 则函数 $y = kx - 3$ 的图像经过 ()
- A. 第二、三、四象限
- B. 第一、二、三象限
- C. 第一、二、四象限
- D. 第一、三、四象限
- (3) 若函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像过点 $(3, -7)$, 那么它一定还经过点 ()
- A. $(3, 7)$
- B. $(-3, -7)$
- C. $(-3, 7)$
- D. $(2, -7)$
4. 若点 $(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上, 则 $k =$ _____, 在图像的每一分支上, y 随

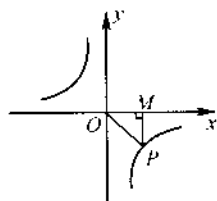
x 的增大而_____.

5. 某个反比例函数的图像如图所示, 根据图像提供的信息, 求反比例函数的解析式.



第5题

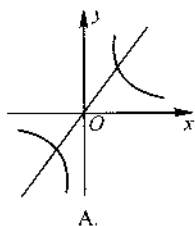
6. 如图, 点 P 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 图像上一点, $PM \perp x$ 轴于 M , 则 $\triangle POM$ 的面积为_____.



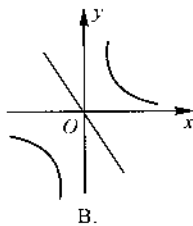
第6题

B 组

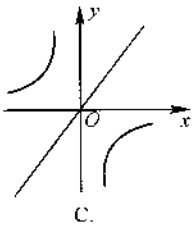
7. (1) 以下各图表示正比例函数 $y = kx$ 与反比例函数 $y = -\frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的大致图像, 其中正确的是 ()



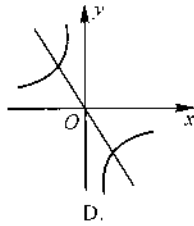
A.



B.



C.



D.

(2) 已知一次函数 $y = ax - b$ 的图像经过第一、二、四象限, 则函数 $y = \frac{ab}{x}$ 的图像在第_____象限.

8. (1) 下列函数中, y 随 x 的增大而减小的有 ()

① $y = \frac{3}{x}$, ② $y = 2x - 1$, ③ $y = -x + 5$, ④ $y = \frac{4-x}{3}$, ⑤ $y = -\frac{1}{x}$ ($x > 0$), ⑥ $y = \frac{3}{x}$ ($x < 0$)

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

(2) 若反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ 的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$, 且 $0 < x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2 > 0$, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m < 0$

B. $m > 0$

C. $m < \frac{1}{2}$

D. $m > \frac{1}{2}$