

中等职业学校“十一五”规划教材·教改必修课系列

应用数学 (上册)

主编 许艳晓

大象出版社

全国优秀出版社

中等职业学校“十一五”规划教材·教改必修课系列

应用数学 (上册)

主编 许艳晓

主編 鄧正鵬

參 廉 石 忠 呼 廉 平



大象出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

应用数学. 上册 / 许艳晓主编. — 郑州: 大象出版社, 2007. 8

中等职业学校“十一五”规划教材·教改必修课程
ISBN 978-7-5347-4613-0

I. 应… II. 许… III. 应用数学—专业学校—教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 125353 号

本书编委会名单

主 编 许艳晓

副主编 翟 萍 高喜花

参 编 石忠和 姚汝平

责任编辑 陈洪东

特约编辑 耿进昂

责任校对 钟 骄

封面设计 张 帆

出 版 大象出版社 (郑州市经七路 25 号 邮政编码 450002)

网 址 www.daxiang.cn

发 行 全国新华书店

制 版 河南第一新华印刷厂

印 刷 河南第一新华印刷厂

版 次 2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787 × 1092 1/16

印 张 10.75

字 数 245 千字

印 数 1—6 000 册

定 价 14.80 元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

印厂地址 郑州市经五路 12 号

邮政编码 450002 电话 (0371) 5957860—351



大象出版社

大象出版社，全国优秀出版社，其前身是河南教育出版社，成立于1983年，1996年更为现名。大象出版社主要出版大中小学各类教材、教学参考书、教学辅助读物、学生课外读物及教育理论著作、工具书与有关学术著作，基本形成编、印、发配套齐全，书、报、刊、电子读物良性互动的多元化发展格局。

在新的形势下，大象出版社积极进取，不断强化其在教育图书出版领域的优势。目前已形成了从小学至高中12个年级、国标教材与地方教材相结合的大象版教材体系。随着综合实力的不断增强，大象出版社近年来加大了大中专教材的出版力度，陆续出版了高职高专“十一五”规划教材——公共基础课系列、电子信息系列、机电系列、艺术设计系列、汽车专业系列，中等职业学校“十一五”规划教材——教改必修课系列、艺术设计系列、汽车专业系列，以及高考艺术类考生必读系列，充分展示了大象出版社锐意进取的雄姿和深厚实力。今后，大象出版社将不断开发新品种的大中专系列教材，欢迎有编写意向的老师积极与我们联系（daxianggj@163.com），我们愿与各高校老师携手做好高校教材的编写出版工作。

大象出版社将继续秉承“脚踏实地，善于负重，坚忍不拔，勇往直前”的大象精神，实践“服务教育，介绍新知，沟通中外，传承文化”的出版宗旨，为读者奉献更多的精品图书！

目 录

第1章 预备知识	(1)
1.1 数及其运算	(1)
1.2 代数式及其运算	(6)
1.3 方程与方程组	(12)
1.4 两点间的距离公式、线段的中点坐标公式	(17)
本章小结	(20)
复习题1	(21)
第2章 集合与不等式	(24)
2.1 集合	(24)
2.2 集合的运算	(29)
2.3 不等式的基本性质	(32)
2.4 不等式的解法	(37)
本章小结	(42)
复习题2	(45)
第3章 函数	(48)
3.1 函数的概念	(48)
3.2 函数的性质	(54)
3.3 反函数	(58)
3.4 二次函数及其运算	(61)
本章小结	(65)
复习题3	(66)
第4章 指数函数与对数函数	(68)
4.1 分数指数的运算	(68)
4.2 幂函数及指数函数	(71)
4.3 对数	(74)
4.4 对数函数	(79)
本章小结	(82)
复习题4	(85)

第5章 三角函数	(87)
5.1 角的概念的推广 弧度制	(87)
5.2 任意角的三角函数	(93)
5.3 简化公式	(101)
5.4 加法定理	(106)
5.5 三角函数的图象与性质	(112)
5.6 已知三角函数值求角	(124)
5.7 解斜三角形	(128)
本章小结	(132)
复习题5	(135)
第6章 数列	(137)
6.1 数列的概念	(137)
6.2 等差数列	(142)
6.3 等比数列	(148)
6.4 数列的应用	(155)
本章小结	(157)
复习题6	(159)
附录 函数计算器的功能简介	(161)

第1章 预备知识

初中所学的数学知识,是学习中等职业教育数学课程的基础.为了帮助同学们打好扎实的基础,本章将初中数学中部分应知应会的内容,作为继续学习的预备知识,进行强化与提高.本章的主要内容包括:数及其运算、代数式及其运算、方程与方程组、平面上两点间的距离公式.

1.1 数及其运算

1.1.1 数的基础知识

1. 数的分类

我们在初中学过数的分类,现在我们一起回顾一下.

有理数:整数和分数统称为有理数.事实上,一个有理数总是可以用有限小数或无限循环小数表示;反过来,任何一个有限小数或无限循环小数也都是有理数.例如: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $0.45, \dots$

无理数:无限不循环小数叫做无理数.例如: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi, \dots$

实数:有理数和无理数统称为实数.

2. 相反数、倒数、数轴、绝对值

相反数:只有符号不同的两个数互为相反数,零的相反数是零.例如: -1 和 1 , -2.4 和 $2.4, \dots$

倒数:乘积是1的两个数互为倒数,零没有倒数,1的倒数是1.例如: 2 和 $\frac{1}{2}$, $\frac{17}{8}$ 和 $\frac{8}{17}, \dots$

数轴:规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示;反之,数轴上的每一个点也都可以表示一个实数.即实数与数轴上的点是一一对应的.

绝对值:一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零,即:

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0, \\ 0 & a = 0, \\ -a & a < 0. \end{cases} \quad \text{或 } |a| = \begin{cases} a & a \geq 0, \\ -a & a < 0. \end{cases}$$

$|a|$ 的几何意义是实数 a 在数轴上的对应点到原点的距离. 例如, $|-2| = 2$, 它表示实数 -2 在数轴上的对应点 A 到原点的距离. 如图 1-1 所示.

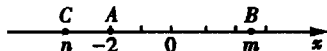


图 1-1

$|m-n|$ 表示实数 m 和 n 在数轴上的对应点 B 和点 C 之间的距离.

例 1 求下列各式的绝对值:

(1) 7.8 ; (2) $-\frac{4}{9}$.

解: (1) 因为 $7.8 > 0$, 所以 $|7.8| = 7.8$;

(2) 因为 $-\frac{4}{9} < 0$, 所以 $|\frac{4}{9}| = -(-\frac{4}{9}) = \frac{4}{9}$.

例 2 已知 a, b 是两个已知数, 且 $c = |a-b| - |b-a|$, 求 c .

解: 若 $a > b$, 则 $a-b > 0, b-a < 0$,

所以 $c = |a-b| - |b-a| = (a-b) - (a-b) = 0$.

若 $a < b$, 则 $a-b < 0, b-a > 0$,

所以 $c = |a-b| - |b-a| = (b-a) - (b-a) = 0$.

若 $a = b$, 则 $a-b = 0, b-a = 0$,

所以 $c = |a-b| - |b-a| = 0$.

综上所述 $c = 0$.

例 3 比较下列每组数的大小:

(1) -1 和 -5 ; (2) $-\frac{5}{6}$ 和 -2.7 .

分析: 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小.

解: (1) 因为 $|-1| = 1, |-5| = 5, 1 < 5$,

所以 $-1 > -5$.

(2) 因为 $|\frac{5}{6}| = \frac{5}{6}, |-2.7| = 2.7, \frac{5}{6} < 2.7$,

所以 $-\frac{5}{6} > -2.7$.

练习

1. 填空题:

(1) $\frac{2}{3}$ 的相反数是_____, 0 的相反数是_____, $-2\frac{3}{4}$ 的相反数是_____.

(2) 7 的倒数是_____, -1.2 的倒数是_____, π 的倒数是_____.

(3) $|3.6| =$ _____, $|-5.1| =$ _____, $|0| =$ _____.

(4) $6, -\frac{3}{2}, \sqrt{5}, -\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}$ 这些数中, 整数有_____, 分数有_____, 有理数有_____, 无理数有_____.

2. 求下列各式中 x 的值:

(1) $x < 0, |x| = \frac{3}{5};$

(2) $x > 0, |x| = \frac{1}{2};$

(3) $|x| = \sqrt{2};$

(4) 已知 $m \neq 0, x = \frac{m}{|m|}$, 求 x .

1.1.2 平方根、立方根与根式的运算

平方根: 若 $x^2 = a (a \geq 0)$, 则称 x 为 a 的平方根; 由 $x^2 = a \geq 0$ 知, a 是非负数, 因此在实数范围内, 只有正数和零才有平方根, 负数没有平方根.

正数 a 的平方根有两个, 其中正的平方根也叫做 a 的算术平方根, 0 的算术平方根是 0 .

立方根: 若 $x^3 = a$, 则称 x 为 a 的立方根, 正数的立方根是一个正数, 负数的立方根是一个负数, 零的立方根是零.

二次根式: 式子 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 叫做二次根式. 使二次根式有意义的条件是被开方数为非负数.

二次根式的主要性质:

(1) $(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0).$

(2) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

(3) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$

(4) $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (b \geq 0, a > 0).$

例 4 求下列各数的平方根:

(1) 36; (2) 0.04; (3) $\frac{25}{49}$; (4) $2\frac{1}{4}$.

分析: 求一个正数的平方根, 就是求其平方后等于已知正数的数.

解: (1) 因为 $(\pm 6)^2 = 36$, 所以 36 的平方根是 ± 6 .

(2) 因为 $(\pm 0.2)^2 = 0.04$, 所以 0.04 的平方根是 ± 0.2 .

(3) 因为 $(\pm \frac{5}{7})^2 = \frac{25}{49}$, 所以 $\frac{25}{49}$ 的平方根是 $\pm \frac{5}{7}$.

(4) 因为 $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$, $\left(\pm\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, 所以 $\frac{9}{4}$ 的平方根是 $\pm\frac{3}{2}$.

说明: 正数的平方根有两个, 它们互为相反数, $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 表示 a 的算术平方根, 0.04 的平方根是 ± 0.2 , 不能写成 $\sqrt{0.04} = \pm 0.2$.

例5 求下列各式的值:

$$(1) \sqrt[3]{-8}; \quad (2) -\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}; \quad (3) -\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}.$$

分析: 求一个数的立方根, 就是求其立方后等于已知数的数.

解: (1) $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2;$

(2) $-\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = \sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5};$

(3) $-\sqrt[3]{2\frac{10}{27}} = -\sqrt[3]{\frac{64}{27}} = -\frac{4}{3}.$

例6 x 取何值时下列各式才有意义?

(1) $\sqrt{3x+2}; \quad (2) \sqrt{2-x}.$

分析: 二次根式 $\sqrt{a}$ 有意义的条件是 $a \geq 0$, 字母 a 可以是一个字母, 也可以是一个代数式, 故可以将问题转化为解不等式.

解: (1) 由 $3x+2 \geq 0$ 得 $x \geq -\frac{2}{3},$

所以, 当 $x \geq -\frac{2}{3}$ 时, 式子 $\sqrt{3x+2}$ 有意义;

(2) 由 $2-x \geq 0$ 得 $x \leq 2,$

所以, 当 $x \leq 2$ 时, 式子 $\sqrt{2-x}$ 有意义.

例7 计算 $(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})$.

分析: 二次根式的混合运算与有理数的混合运算相类似, 要注意运算的顺序和运算法则的使用.

$$\begin{aligned} \text{解: } (5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3}) &= 25\sqrt{2}-10\sqrt{3}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18} \\ &= 25\sqrt{2}-10\sqrt{3}+10\sqrt{3}-6\sqrt{2} \\ &= 19\sqrt{2}. \end{aligned}$$

练习

1. 填空题:

(1) 0.16 的平方是_____, 0.16 的平方根是_____;

(2) 9 的算术平方根是_____, 8 的立方根是_____;

(3) 1 的平方根是_____, 立方根是_____, 算术平方根是_____;

(4) 当 $a > 2$ 时, $\sqrt{(2-a)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 求下列各式中的 x :

$$(1) x^2 = 361; \quad (2) 27x^2 = 108.$$

3. 计算:

$$(1) \sqrt{50} \cdot \sqrt{2}; \quad (2) \sqrt{75} + \sqrt{27} - 5\sqrt{3};$$

$$(3) \sqrt{1\frac{1}{3}} \div \sqrt{\frac{1}{12}}; \quad (4) (5\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(5\sqrt{2} - 3\sqrt{5}).$$

习题 1.1

1. 选择题:

(1) 若 $|a| = -a$, 则 a 一定是().

- A. 负数 B. 正数 C. 非负数 D. 非正数

(2) 一个数的相反数大于它本身, 这个数是().

- A. 正数 B. 非正数 C. 负数 D. 非负数

(3) 下列各式结论中, 成立的是().

- A. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$ B. 若 $a > b$, 则 $|a| > |b|$
C. 若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$ D. 若 $a < b < 0$, 则 $|a| > |b|$

(4) 下列结论中正确的是().

- A. 4 是 8 的算术平方根 B. 16 的平方根是 4
C. $\sqrt{6}$ 是 6 的算术平方根 D. $-x$ 没有平方根

(5) 若 $x^2 = (-0.7)^2$, 则 x 等于().

- A. -0.7 B. ± 0.7 C. 0.7 D. 0.49

(6) 下列各式中正确的是().

- A. $\sqrt[3]{-8} = -2$ B. $\sqrt[3]{9} = 3$
C. $\sqrt[2]{0.001} = 0.1$ D. $\sqrt[3]{0.001} = 0.01$

2. 填空题:

(1) 数轴上距离原点 6 个单位长度的点有_____个, 分别是_____.

(2) $-(-3)$ 的相反数是_____, $-[-(-3)]$ 的相反数是_____.

(3) 若 $m-4$ 与 m 互为相反数, 则 $m+1 =$ _____.

(4) 若 $|a| + |b-1| = 0$, 则 $3a+2b =$ _____.

(5) 若 $a^2 = b$, 则 b 是 a 的_____, a 是 b 的_____.

(6) 9 的算术平方根是_____, -8 的立方根是_____.

(7) $\sqrt{3}$ 的倒数是_____.

(8) 当 x _____ 时, $\sqrt{2x+5}$ 有意义.

(9) 当 $m > n$ 时, $\sqrt{(n-m)^2} =$ _____.

3. 求下列各数的平方根:

$$(1) 225; \quad (2) (-2.3)^2; \quad (3) \frac{169}{49}.$$

4. 计算或化简:

$$(1) \left(-1\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times 1\frac{1}{3}; \quad (2) \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(8 - 1\frac{1}{3} - \frac{1}{25}\right);$$

$$(3) \sqrt{16 \times 0.04};$$

$$(4) \sqrt{2\frac{2}{5}} \div \sqrt{\frac{3}{10}};$$

$$(5) 2\sqrt{12} - 9\sqrt{\frac{1}{27}}.$$

1.2 代数式及其运算

1.2.1 代数式、代数式的值、整式的运算及因式分解

1. 幂及其运算法则

幂: 求几个相同因数的积的运算叫乘方, 乘方的结果叫幂. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数, a^n 叫做 a 的 n 次幂.

幂的运算法则: (m, n 为正整数).

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad (2) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0);$$

$$(3) (a^m)^n = a^{mn}; \quad (4) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

零指数幂和负整数指数幂:

$$\text{规定 } a^0 = 1 \quad (a \neq 0), a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (p \text{ 为正整数}, a \neq 0).$$

2. 整式的运算

整式的加减法: 即合并同类项.

整式的乘法:

(1) 单项式乘以单项式: 把它们的系数、相同字母分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 连同它的指数作为积的一个因式.

(2) 单项式乘以多项式: 利用乘法对加法的分配律, 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

(3) 多项式乘以多项式: 一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加. 也可以使用乘法公式.

常见的乘法公式:

$$\text{①平方差公式: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$\text{②完全平方公式: } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$\text{③立方和(或差)公式: } (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3;$$

$$\text{④和(差)的立方公式: } (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$$

3. 因式分解

多项式的因式分解就是把一个多项式化为几个整式的积. 因式分解与整式乘法是互逆



关系. 如: $x^2 + ax + bx + ab \xrightleftharpoons[\text{乘法法则}]{\text{因式分解}} (x+a)(x+b)$.

因式分解的常用方法有:

(1) 提取公因式法: $am + bm = m(a+b)$.

(2) 公式法:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2;$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2);$$

$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3.$$

(3) 十字相乘法:

$$ax^2 + bx + c = (mx+r)(nx+s), \text{ 其中 } mn=a, rs=c, ms+nr=b.$$

(4) 分组分解法:

$$\begin{aligned} ax+ay+bx+by &= (ax+ay) + (bx+by) \\ &= a(x+y) + b(x+y) \\ &= (a+b)(x+y). \end{aligned}$$

例1 计算:

$$(1) (-4)^8 \times (0.25)^9; \quad (2) (ab^2)^3 \cdot (a^2bc)^2 \div (a^6b^7).$$

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) (-4)^8 \times (0.25)^9 &= (-1)^8 \times 4^8 \times 0.25^8 \times 0.25 \\ &= (4 \times 0.25)^8 \times 0.25 = 0.25; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (ab^2)^3 \cdot (a^2bc)^2 \div (a^6b^7) &= (a^3b^6) \cdot (a^4b^2c^2) \div (a^6b^7) \\ &= a^{3+4-6} b^{6+2-7} c^2 \\ &= abc^2. \end{aligned}$$

例2 计算 $(x+2)(x-3)$.

$$\begin{aligned} \text{解: } (x+2)(x-3) &= x(x-3) + 2(x-3) \\ &= x^2 - 3x + 2x - 6 \\ &= x^2 - x - 6. \end{aligned}$$

例3 计算 $(-2a+1)(2a+1)$.

$$\text{解: } (-2a+1)(2a+1) = (1-2a)(1+2a) = 1-4a^2.$$

例4 因式分解: $2x^2 - 3x - 5$.

$$\text{解: } 2x^2 - 3x - 5 = (x+1)(2x-5).$$

说明: 十字相乘法是二次三项式因式分解的常用方法.

例5 因式分解: $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y$.

分析: 本题的特点, 前三项满足差的完全平方公式, 后两项有公因数可提, 因此可以考虑进行分组分解法.

$$\begin{aligned} \text{解: } x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y &= (x^2 - 4xy + 4y^2) - (6x - 12y) \\ &= (x-2y)^2 - 6(x-2y) \\ &= (x-2y)(x-2y-6). \end{aligned}$$

说明: 分组分解法的关键是要明确分组的目的. 一般要考虑分组后, 各组之间存在公因



式,或者各组之间具有某个乘法公式的形式等.

练习

1. 填空题:

(1) 当 $a=3$ 时, $3a^2-4=$ _____.

(2) $(3-a)(3+a)=$ _____.

(3) $xy(2x-y)=$ _____.

(4) $(3x+2y)^2-(3x-2y)^2=$ _____.

2. 选择题:

(1) 下列各式中正确的是()

A. $6x^6 \div 2x^2 = 3x^3$

B. $8x^8 \div 4x^2 = 2x^6$

C. $a^3 \div a^3 = 0$

D. $\frac{2}{3}a^5b \div \frac{3}{2}a^5b = 1$

(2) $(-3x+5)(-3x-5)=($)

A. $(3x)^2-25$

B. $25-(3x)^2$

C. $-(3x)^2-25$

D. $(-5)^2-(3x)^2$

(3) 如果 $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{1}{7}$, 那么 $a^2+ab+\frac{1}{7}$ 的值是()

A. 3

B. $\frac{16}{7}$

C. $\frac{67}{112}$

D. $\frac{21}{16}$

1.2.2 分式

1. 分式及其性质

分式: 除式中含有字母的有理式叫做分式. 分式中字母取值必须使分母的值不为 0.

分式的基本性质:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}; \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \text{ 为不等于 } 0 \text{ 的整式}).$$

2. 分式的运算

(1) 加减: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$, $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$;

(2) 乘除: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$;

(3) 乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 为正整数);

(4) 符号法则: $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b}$.

约分: 根据分式的基本性质, 把分式的分子和分母的公因式约去, 叫做约分.

通分: 根据分式的基本性质, 把异分母的分式化成和原来的分式分别相等的同分母的分式, 叫做通分.



例6 当 x 取什么值时,分式 $\frac{5-x}{3x+2}$ 有意义?

分析:对于任意一个分式,分母都不能等于零.

解:由 $3x+2 \neq 0$ 得 $x \neq -\frac{2}{3}$.

所以,当 $x \neq -\frac{2}{3}$ 时,分式 $\frac{5-x}{3x+2}$ 有意义.

例7 当 x 取什么值时,分式 $\frac{2x+1}{2-x}$ 的值是零?

分析:当分母不等于零、分子等于零时,分式的值为零.

解:由 $2x+1=0$,解得 $x = -\frac{1}{2}$.

而当 $x = -\frac{1}{2}$ 时,分母 $2-x = 2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2} \neq 0$,

所以,当 $x = -\frac{1}{2}$ 时,分式 $\frac{2x+1}{2-x}$ 的值是零.

说明:当分式的分子为零,分母也为零时,分式无意义,所以在求得使分子为零的字母取值后,必须验证它是否使分母的值为零.

例8 通分: $\frac{2}{3a^2}$, $\frac{3}{-4ab^2}$, $\frac{4}{5a^2b^2}$.

分析:各分母的系数的最小公倍数是60,字母因子 a 、 b 的最高次幂分别为 a^2 、 b^2 ,故最简公分母为 $60a^2b^2$.

$$\text{解: } \frac{2}{3a^2} = \frac{2 \times 20b^2}{60a^2b^2} = \frac{40b^2}{60a^2b^2};$$

$$-\frac{3}{4ab^2} = -\frac{3 \times 15a}{60a^2b^2} = -\frac{45a}{60a^2b^2};$$

$$\frac{4}{5a^2b^2} = \frac{4 \times 12}{60a^2b^2} = \frac{48}{60a^2b^2}.$$

例9 当 $a=8$ 时,求 $\frac{a+1}{a^2+a-2} \div \left(a-2+\frac{3}{a+2}\right)$ 的值.

解:先化简: $\frac{a+1}{a^2+a-2} \div \left(a-2+\frac{3}{a+2}\right)$

$$= \frac{a+1}{a^2+a-2} \div \frac{a(a+2)-2(a+2)+3}{a+2}$$

$$= \frac{a+1}{a^2+a-2} \div \frac{a^2-1}{a+2} = \frac{a+1}{(a+2)(a-1)} \times \frac{a+2}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{1}{(a-1)^2}.$$

代入 $a=8$ 得

$$\text{原式} = \frac{1}{(8-1)^2} = \frac{1}{49}.$$



说明:与分数的四则混合运算类似,分式的四则混合运算的顺序是:先算乘方,再算乘除,后算加减,如有括号,括号内应先算.此类求值问题的一般方法是首先化简,然后求值.

例 10 已知 $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$, 求 $\frac{x+y+z}{6x}$ 的值.

分析:利用已知的比例式来寻求 x, y, z 的关系才能求出所要求的值.

解:设 $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2} = t$, 则 $x = 5t, y = 4t, z = 2t$, 于是

$$\frac{x+y+z}{6x} = \frac{5t+4t+2t}{30t} = \frac{11}{30}.$$

练习

1. 填空题:

(1) 分式 $\frac{x+6}{x-8}$, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时无意义, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时值为零.

(2) 要使分式 $\frac{x+3}{1-2x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 计算 $\frac{12}{x^2-9} + \frac{2}{3-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 如果 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-5}$, 那么 $\frac{2x+y+3z}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) $\frac{a^2-a-6}{4-a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 选择题:

(1) 分式 $\frac{2x}{x+2}$ 的值等于零, 则 ()

A. $x = -2$

B. $x = 0$

C. $x \neq -2$

D. $x \neq 0$

(2) 分式 $\frac{1}{m+n}, \frac{1}{m^2-n^2}, \frac{1}{m-n}$ 的最简公分母是 ()

A. $(m+n)(m^2-n^2)$

B. $(m^2-n^2)^2$

C. $(m+n)^2(m-n)$

D. $(m+n)(m-n)$

(3) 如果把分式 $\frac{2x}{x-y}$ 中的 x 和 y 都扩大 3 倍, 那么分式的值 ()

A. 扩大 3 倍

B. 扩大 6 倍

C. 不变

D. 缩小 3 倍

(4) 下列各式中, 计算正确的是 ()

A. $\frac{2(b+c)}{(a+3)(b+c)} = \frac{2}{a+3}$

B. $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{1}{a+b}$

C. $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = -1$

D. $\frac{x-y}{2xy-x^2-y^2} = \frac{1}{x-y}$

习题 1.2

1. 选择题:

(1) 下列式子成立的是().

A. $(-a)^2 = -a^2$

B. $(x-y)^2 = (y-x)^2$

C. $(x-y)^3 = (y-x)^3$

D. $a^{-p} = -a^p$

(2) n 为整数, 与 n 相邻的两个整数之积为().

A. $2n$

B. n^2

C. $n^2 - 1$

D. $n^2 - 4$

(3) 下列运算正确的是().

A. $x^3 + x^3 = 2x^6$

B. $x^8 \div x^2 = x^4$

C. $x^m x^n = x^{mn}$

D. $(-x^4)^5 = -x^{20}$

(4) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = ()$.

A. $(a+b-c)(a-b-c)$

B. $(a-b+c)(a-b-c)$

C. $(a+b-c)(a+b+c)$

D. $(a+b+c)(a-b-c)$

(5) 当分式 $\frac{|x|-2}{x^2-x-2}$ 的值为零时, x 的值是().

A. 2

B. -2

C. 2 或 -2

D. -1 或 -2

(6) 计算 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 的结果是().

A. $\frac{1}{2x}$

B. $\frac{1}{6x}$

C. $\frac{5}{6x}$

D. $\frac{11}{6x}$

(7) 若分式 $\frac{x^2+1}{x+5}$ 的值为正数, 那么 x 的取值范围是().

A. $x > -5$

B. $x \geq -5$

C. $x \geq 0$

D. $x > 0$

2. 填空题:

(1) $(4ab - b^3) \cdot (-0.5bc) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如果单项式 $x^m y^{m-n}$ 和 $-\frac{1}{3}x^2 y^n$ 是同类项, 那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 因式分解: $27 - x^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x^2+1}{x^2-1}$ 没有意义.

(5) 如果 $\frac{x^2-7x-8}{x+1} = 0$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) 如果 $\frac{M}{x^2-y^2} = \frac{2xy-y^2}{x^2-y^2} + \frac{x-y}{x+y}$, 则 $M = \underline{\hspace{2cm}}$.

(7) $\frac{x^2+x-6}{x-3} \div \frac{x+3}{x^2-x-6} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 先化简, 再求值: $(a-b)(a^2+ab+b^2) + b^2(a+b) - a^3$, 其中 $a = -\frac{1}{4}$, $b = 2$.

4. 因式分解: