

21 世纪高等学校教材

武汉大学“十一五”规划教材

大学基础物理学习指导

徐斌富 李利华 王 平 主编



科学出版社

www.sciencep.com

·21 世纪高等学校教材·
武汉大学“十一五”规划教材

大学基础物理学习指导

徐斌富 李利华 王 平 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是《大学基础物理》(第一、二、三册)配套的辅助教材。《大学基础物理》是 21 世纪高等学校基础课程教材之一。全书主教材共分三册:第一册的内容包括力学和热学部分;第二册的内容为电磁学部分;第三册的内容是光学和近代物理学部分。

本书根据教育部最新教学基本要求,将主教材中的核心内容和部分扩展内容(星号“*”标记),按章勾画出“知识点网络框图”,明确了“基本要求与重点难点”,重点介绍了“典型例题解法指导”,精心设计了“自我测试题”和“模拟试卷”,并给出了自我测试题和模拟试卷的参考答案。

本书可作为高等学校大学物理课程的习题课教材或重修班教材,也可以作为其他读者自学大学物理课程的学习指导书。

图书在版编目(CIP)数据

大学基础物理学习指导/徐斌富,李利华,王平主编. —北京:科学出版社,2007

(21 世纪高等学校教材)

武汉大学“十一五”规划教材

ISBN 978-7-03-018667-6

I. 大… II. ①徐…②李…③王… III. 物理学—高等学校—教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 030657 号

责任编辑:冯贵层/责任校对:王望容

责任印制:高 嵘/封面设计:宝 典

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

湖北新华印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 3 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2007 年 3 月第一次印刷 印张: 15 1/4

印数: 1—8 000 字数: 290 000

定价: 19.90 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

《大学基础物理学习指导》是与《大学基础物理》(第一、二、三册)(徐斌富等主编)配套的辅助教材。

本书根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会关于《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》(正式报告稿 2004 年 12 月 3 日)(以下简称《教学基本要求》),将主教材中的核心内容和部分扩展内容(星号“*”标记),按章编写了知识点网络框图、基本要求与重点难点、典型例题解法指导和自我测试题四个部分,最后还编写了四套中等难度的《大学物理》模拟试卷,并给出了自我测试题和模拟试卷的参考答案。

- 知识点网络框图——是对各章的基本概念、基本规律进行归纳和总结的一种较好的形式.它不仅给出了各章的基本概念、基本规律,而且还勾画出相关知识之间的联系,使学生可以一目了然地了解各章基本内容的知识体系,有利于提高学生对所学知识的归纳和总结的能力,同时也便于学生复习.

- 基本要求与重点难点——可以使学生更明确地了解对非物理类理工医科大学物理教学的基本要求,并对各章内容的重点难点给予足够的重视;可指导学生在学时抓住重点内容,集中力量攻克难点内容.

- 典型例题解法指导——是本学习指导的重点内容.求解大学物理习题是帮助学生理解和掌握物理学的基本概念、基本规律和基本方法的必要手段,它是培养学生学会用科学的思想方法增强分析问题和解决问题的能力的重要途径.主教材中的例题大多数比较简单,以帮助学生掌握和巩固基本概念和基本规律.本学习指导中的挑选的典型例题大多数是难度稍大一点的例题,以帮助学生学习和掌握分析问题、解决问题的基本方法,它是主教材的重要补充.

- 自我测试题和模拟试卷——这部分习题的绝大部分是针对《教学基本要求》的重点内容而编写的,通过对这些题目的训练不仅可以测试学生对运用基本概念、基本规律解决问题、分析问题能力的了解,而且对于提高学生运用基本概念、基本规律解决问题、分析问题的能力有明显的帮助.

编者期望同学们通过本学习指导的帮助,能取得较好的学习效果.担任本书编写的人员是:潘传芳(第 5,20,21,22,23 章)、沈黄晋(第 17,18,25,26 章)、尹玲(第 8,9,24 章)、李利华(第 1,2,3,4,11,12 章)、王平(第 6,7,13,14,15,16 章)、邹勇(模拟试卷 1,2)、徐斌富(模拟试卷 3,4),最后由徐斌富统编和定稿.

本书在编写过程中得到了武汉大学教务部、武汉大学物理科学与技术学院领

导的关心和大力支持,孙幼林老师、章可钦老师和刘大鹏老师对本书的编写给予了帮助,在此一并表示衷心的感谢.

由于编写时间较紧,书中错漏和不足之处难免,我们真诚希望读者批评指正.

编 者

2006 年 9 月

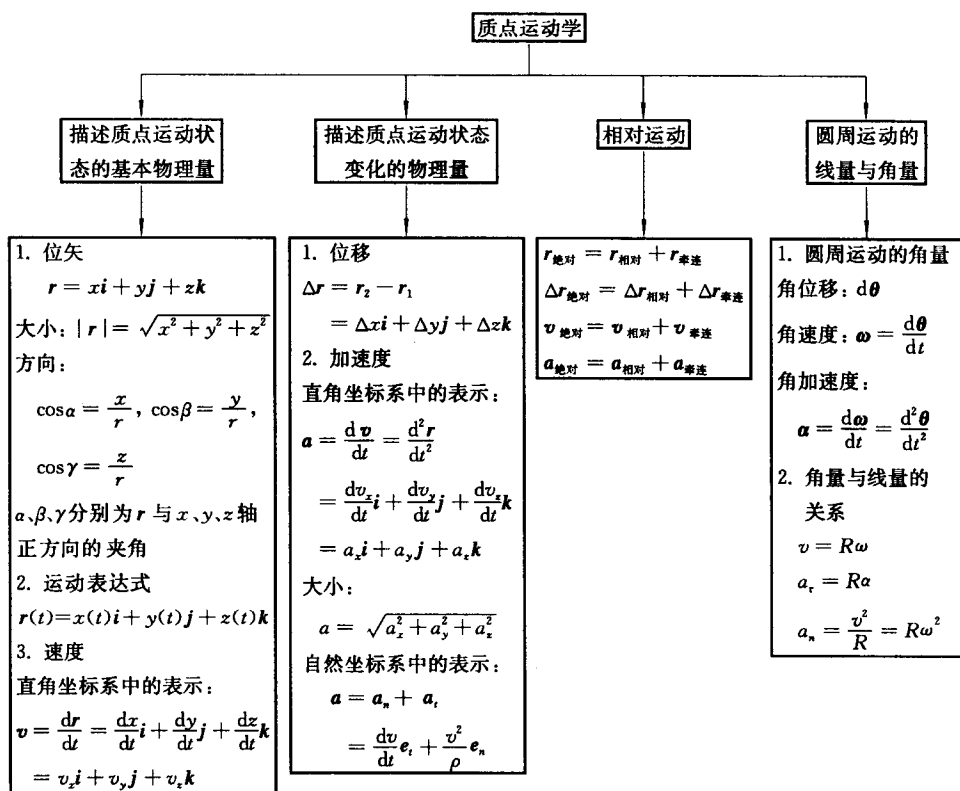
目 录

第 1 章	质点运动学	1
第 2 章	牛顿运动定律	8
第 3 章	运动的守恒定律	17
第 4 章	刚体力学	28
* 第 5 章	流体力学基础	38
第 6 章	机械振动	45
第 7 章	机械波	54
第 8 章	气体动理论	62
第 9 章	热力学基本定律	70
* 第 10 章	现代科学与高新技术物理基础(1)	80
第 11 章	真空中的静电场	81
第 12 章	静电场中的导体和电介质	91
第 13 章	稳恒电流	102
第 14 章	真空中的稳恒磁场	108
第 15 章	磁介质	118
第 16 章	电磁感应	123
第 17 章	电磁场与电磁波	132
* 第 18 章	正弦交流电路	139
* 第 19 章	现代科学与高新技术物理基础(2)	148
第 20 章	几何光学	149
第 21 章	光的干涉	155
第 22 章	光的衍射	165
第 23 章	光的偏振	173
第 24 章	狭义相对论	180
第 25 章	初期量子论	189
第 26 章	量子力学基础	198
* 第 27 章	原子	204
* 第 28 章	分子与固体	204
* 第 29 章	核物理与粒子物理	204
* 第 30 章	天体物理与宇宙学	204

第 31 章 现代科学与高新技术物理基础(3)	204
《大学物理》模拟试卷	205
自我测试题参考答案	216
《大学物理》模拟试卷参考答案与评分标准	229

第1章 质点运动学

一、知识点网络框图



二、基本要求与重点难点

【基本要求】

1. 熟练掌握描述质点运动的物理量: 位矢、位移、速度、加速度; 理解它们的矢

量性、瞬时性和相对性.

2. 掌握质点在平面内运动时速度的计算方法.
3. 理解运动表达式的物理意义, 熟练掌握运动学两类问题的求解方法.
4. 掌握简单的相对运动问题的计算方法.

【重点】

1. 位矢、位移、速度和加速度的概念.
2. 描述质点运动及运动变化的基本规律.

【难点】

1. 速度、加速度的相对性、瞬时性和矢量性.
2. 用微积分处理运动学两类问题的方法.

三、典型例题解法指导

【解题思路】

研究质点的运动必须注意其相对性、瞬时性和矢量性. 本章习题大致分为两类基本类型. 一类是已知质点的运动速度、加速度及相应的初始条件, 求质点的运动表达式、轨迹方程等. 解这类问题, 原则上可以应用积分运算求解. 另一类是已知质点的运动表达式, 求任一时刻的速度和加速度. 解这类问题, 原则上可以应用求导运算求解. 在求解这两类问题时要正确使用矢量运算和微积分的相关知识, 注意运动学基本物理量间相互关系:

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{位矢 } r = \int v dt & \xleftarrow{\text{积分}} & \text{速度 } v = \int a dt & \xleftarrow{\text{积分}} & \text{加速度 } a \\
 \text{位矢 } r & \xrightarrow{\text{求导}} & \text{速度 } v = \frac{dr}{dt} & \xrightarrow{\text{求导}} & \text{加速度 } a = \frac{dv}{dt}
 \end{array}$$

解题时应根据具体问题选择合适的坐标系, 将矢量积分分解为标量积分, 以便于问题的求解.

【例题】

例 1.1 一质点沿 x 轴正方向运动, 其速度为 $v = \alpha \sqrt{x}$, 式中 α 为正常数. 已知 $t=0$ 时, $x_0=0$. 求:

- (1) 该质点的运动表达式和速度、加速度随时间的变化;
- (2) 质点从原点 O 运动到 x 处的过程中的平均速度.

分析 此题既有积分问题也有微分问题. 由于已知的是速度随位置的变化, 而

要求的是相应物理量随时间的变化,因此在解题过程中必须作积分变量的变换.

解 (1) 根据题意,有

$$v = \frac{dx}{dt} = \alpha \sqrt{x} \quad (1)$$

将①式分离变量并对两边积分,有

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_0^t \alpha dt \quad (2)$$

由②式可得质点的运动表达式为

$$x = \frac{\alpha^2}{4} t^2$$

质点速度随时间的变化为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\alpha^2}{2} t$$

加速度随时间的变化为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\alpha^2}{2}$$

(2) 由①式可知: 在 $x=0$ 处, $v_0=0$; 在 x 处, $v=\alpha\sqrt{x}$. 由于质点作匀加速直线运动,故质点从 O 运动到 x 处的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{0 + \alpha\sqrt{x}}{2} = \frac{\alpha\sqrt{x}}{2}$$

例 1.2 如图所示,物体在平面曲线上 P 点的加速度方向与曲率圆上弦 $\overline{PB}$ 重合. 已知 $\overline{PB}=l$, 物体在 P 点的速率为 v , 试求物体在 P 点的加速度的大小.

分析 本题要根据圆周运动的特征,求一般曲线运动的问题. 对于平面曲线运动常采用自然坐标系.

解 设 $\angle BPO = \theta$, 则由题意可知

$$\tan\theta = a_t/a_n$$

即

$$a_t = a_n \tan\theta = \frac{v^2}{R} \tan\theta$$

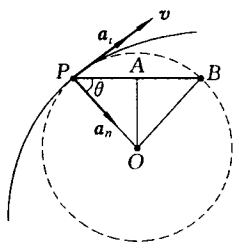
故加速度为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \frac{v^2}{R} \sqrt{1 + \tan^2\theta} = \frac{v^2}{R \cos\theta}$$

由图可得

$$\cos\theta = \frac{\overline{PA}}{\overline{OP}} = \frac{l/2}{R} = \frac{l}{2R}$$

故得



例 1.2 图

$$a = \frac{2v^2}{l}$$

例 1.3 设质点 P 沿螺旋线 $x = 2\sin 4t, y = 2\cos 4t, z = 4t$ (SI 制) 运动, 求任一时刻质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 、加速度 $\boldsymbol{a}$ 及曲率半径 ρ .

分析 此题已知质点的运动表达式, 可根据定义求得速度和加速度; 质点作曲线运动时, 质点在曲线上某点的曲率半径可由质点在该点的速率、法向加速度求得.

解 由已知可得质点的运动表达式为

$$\boldsymbol{r} = 2\sin 4t \boldsymbol{i} + 2\cos 4t \boldsymbol{j} + 4t \boldsymbol{k} \quad (1)$$

由①得质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 8\cos 4t \boldsymbol{i} - 8\sin 4t \boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k} \quad (2)$$

由②得质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = -32\sin 4t \boldsymbol{i} - 32\cos 4t \boldsymbol{j} \quad (3)$$

由②得质点任一时刻的速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = 4\sqrt{5} \quad (4)$$

由③得质点任一时刻的加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 32$$

故法向加速度为

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} = a = 32 \quad (5)$$

由④、⑤得质点任一时刻的曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{5}{2}$$

例 1.4 CD 音轨区域的内外半径分别为 $R_1 = 2.2 \text{ cm}, R_2 = 5.6 \text{ cm}$, 径向音轨密度为 $n = 650 \text{ 条/mm}$. 光盘每转一圈, 激光头沿径向向外移动一条音轨, 设激光束相对光盘以 $v = 1.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的恒定线速度运动. 试求:

(1) 该光盘的全部放音时间是多少?

(2) 激光束到达距盘心 $r = 5.0 \text{ cm}$ 处时, 光盘转动的角速度和角加速度各是多少?

分析 本题要求将实际问题转化为物理模型. 要注意激光束在光盘上的投射点相对光盘作直线运动, 而光盘作圆周运动.

解 (1) 设激光束在光盘上的投射点相对光盘中心的位矢为 $\boldsymbol{r}$, 则在半径为 r 、宽度为 dr 的环区内音轨的长度为

$$l = 2\pi r n dr$$

则激光扫过这一区域所需的时间为

$$dt = \frac{2\pi r n dr}{v} \quad (1)$$

该光盘的全部放音时间为

$$\begin{aligned} t &= \int dt = \frac{2\pi n}{v} \int_{R_1}^{R_2} r dr = \frac{\pi n}{v} (R_2^2 - R_1^2) \\ &= \frac{3.14 \times 650 \times 10^3 \times (0.056^2 - 0.022^2)}{1.3} = 4.16 \times 10^3 (\text{s}) \end{aligned}$$

(2) 距盘心 $r=5.0\text{ cm}$ 处时光盘转动的角速度为

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.3}{0.05} = 26 (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

角加速度为

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{r} \right) = -\frac{v}{r^2} \frac{dr}{dt} \quad (2)$$

由①式,可得

$$\frac{dr}{dt} = \frac{v}{2\pi r n} \quad (3)$$

将③式代入②式,得

$$\alpha = -\frac{v^2}{2\pi r^3 n}$$

则 $r=5.0\text{ cm}$ 时,角加速度为

$$\alpha = -3.31 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

四、自我测试题

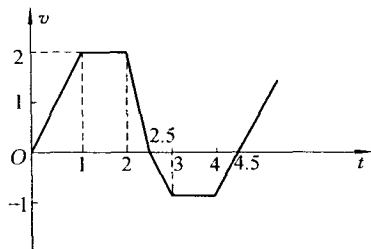
1.1 有人说:“加速度 $a = \frac{dv}{dt}$, 因此, 若质点在某时刻的速度为 0, 对 0 的微商当然为 0, 所以在该时刻质点的加速度必然为 0.” 这种说法对吗? 设想一下, 是否可能有 $v=0$ 而 $a \neq 0$ 或 $v>0$ 而 $a<0$ 的情形。

1.2 已知质点的运动表达式为 $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + (4-t^2)\mathbf{j}$, 在 $t>0$ 的时间内, 位置矢量与速度垂直一定_____ (填“可能”或“不可能”); 位置矢量与加速度垂直一定_____ (填“可能”或“不可能”); 速度与加速度垂直一定_____ (填“可能”或“不可能”).

1.3 已知质点在直线上的运动表达式为: $x = a \cos 2\omega t + b \sin 2\omega t$, 则其加速度为_____.

1.4 一运动员投铅球时, 铅球的抛出点离地面的高度 $H=1.5\text{ m}$, 抛出速度为 $15\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 他可以取得最佳成绩是_____ m. (忽略空气阻力)

1.5 一质点沿半径为 10 cm 的圆周运动, 其角位移(弧度)可用 $\theta = 2 + 4t^3$ 表



题 1.6 图

示,在 $t=2\text{s}$ 时,它的法向加速度 $a_n =$ _____

$\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$,切向加速度 $a_t =$ _____ $\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$.

1.6 一质点沿 x 轴作直线运动,其 $v-t$ 曲线如图所示,如 $t=0$ 时,质点位于坐标原点,则 $t=4.5\text{s}$ 时,质点在 x 轴上的位置为().

- A. 0 B. 5m
C. 2m D. -2m

1.7 若质点的运动表达式为 $\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} +$

$y(t)\mathbf{j}$,则下列表示正确的是().

- A. $v = \frac{dr}{dt}$, $a = \frac{d^2r}{dt^2}$ B. $v = \frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$, $a = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j}$
C. $v = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$, $a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2} \right)^2}$ D. $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}$, $a = \frac{d^2r}{dt^2}$

1.8 一条河在一段直线岸边有 A、B 两个码头,相距 1 km. 甲、乙两人需要从码头 A 到码头 B,再立刻从 B 返回,船相对河水的速度为 $4\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$;而乙沿岸步行,步行速度也为 $4\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. 如河水速度为 $2\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$,方向由 A 向 B,则().

- A. 甲比乙晚 10 分钟回到 A B. 甲和乙同时回到 A
C. 甲比乙早 10 分钟回到 A D. 甲比乙早 2 分钟回到 A

1.9 设有一架飞机从 A 处向东飞到 B 处,然后又向西飞回到 A 处,飞机相对空气的速率为 v' ,而空气相对地面的速率为 u ,A、B 间的距离为 l ,飞机相对空气的速率 v' 保持不变. 假定空气的速度向北,求飞机来回飞行时间.

1.10 一质点在 Oxy 平面上运动. 已知 $t=0$ 时, $x_0 = 5\text{ m}$, $v_x = 3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $y = \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4 \right)$ (以 m 为单位).

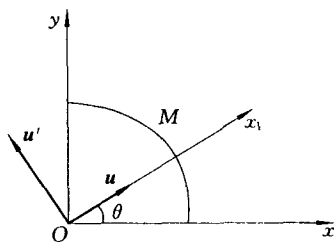
(1) 写出该质点运动表达式的矢量表达式和质点的运动轨迹;

(2) 求质点在 $t=1\text{s}$ 和 $t=2\text{s}$ 时的位矢和这 1s 内的位移;

(3) 求 $t=4\text{s}$ 时的速度和加速度的大小和方向.

1.11 一质点沿 x 轴运动,其加速度 a 与位置坐标的关系为 $a = 3 + 6x^2$,如果质点在原点处的速度为零,试求其在任意位置处的速度.

1.12 一个点 M 被限制在 Ox_1 轴上,它的位置决定于 $x_1(t)$,而 Ox_1 轴又在 Oxy 平面内转动, Ox_1 的位置由 Ox_1 与 Ox 的交角 $\theta(t)$ 确定,设 $\mathbf{u}$ 为 Ox_1 轴向单位矢量, $\mathbf{u}'$ 是在 Oxy 平面内垂直于 $\mathbf{u}$ 的单位矢量(如图所



题 1.12 图

示),求 M 点的速度和加速度在 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{u}'$ 上的分量.

1.13 飞机以 $v_0 = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度沿水平直线飞行,在距地面高 $h = 98 \text{ m}$ 时,驾驶员要把物品投到前方某一地面目标上,问:

(1) 投放物品时,驾驶员看目标的视线和竖直线应成什么角度? 此时目标距飞机在下方地点多远?

(2) 物品投放 1 s 后,物品的法向加速度和切向加速度各为多少?

1.14 一物体从静止出发沿半径 $R = 2.0 \text{ m}$ 的圆周运动,切向角速度 $a_t = 2.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 求:

(1) 经过多少时间物体的总加速度恰好与半径成 45° 角?

(2) 在这段时间内物体经过的路程为多少?

1.15 一物体和探测气球从同一高度竖直向上运动,物体的初速度为 $v_0 = 49.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,气球以速度 $v = 19.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 匀速上升,问气球中的观察者分别在第二秒末、第三秒末、第四秒末测得物体的速度各为多少?

1.16 一质点沿半径为 R 的圆周按规律 $s = v_0 t - 0.5bt^2$ 运动,其中 v_0, b 都是常量. 求:

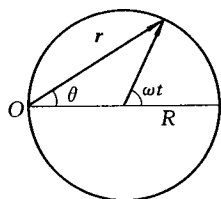
(1) t 时刻质点的总加速度.

(2) t 为何值时总加速度在数值上等于 b ?

(3) 当加速度达到 b 时,质点已沿圆周运行了多少圈?

1.17 物体悬挂在弹簧上作竖直振动,其加速度为 $a = -ky$,式中 k 为常量, y 是以平衡位置为原点测得的坐标. 假定振动的物体在坐标为 y_0 处的速度为 v_0 ,求速度 v 与坐标 y 的函数关系式.

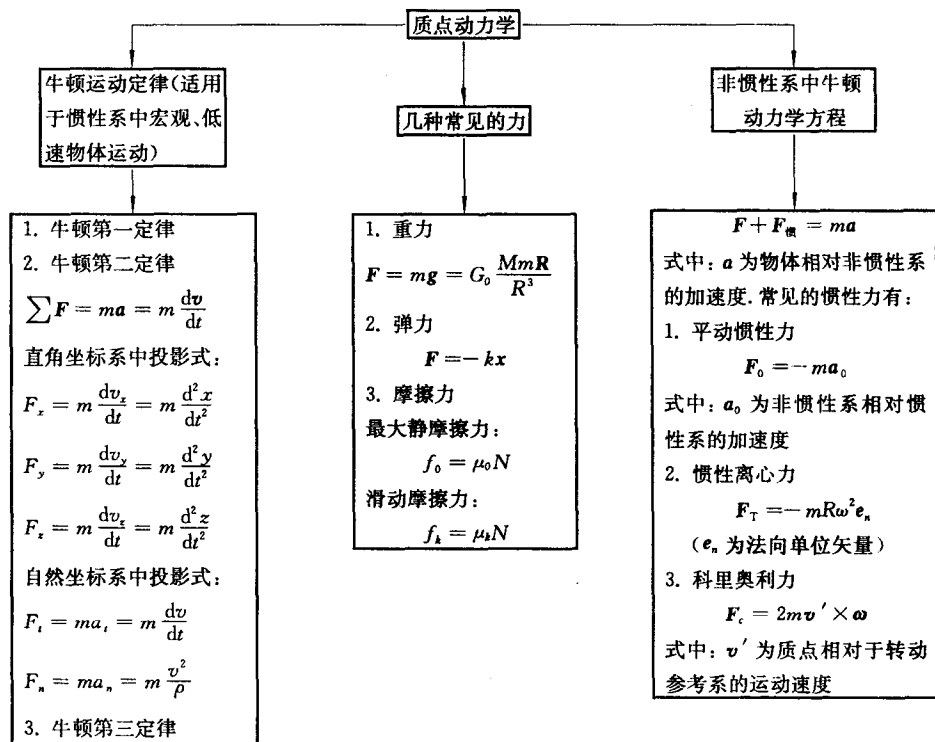
1.18 质点沿半径为 R 的圆周作匀速圆周运动,角速度为 ω (如图所示),求质点的速度和加速度(要求:用图示极坐标求解).



题 1.18 图

第2章 牛顿运动定律

一、知识点网络框图



二、基本要求与重点难点

【基本要求】

1. 熟练掌握牛顿运动定律的应用.
2. 熟练掌握在直角坐标系中处理直线运动、抛体运动的动力学方法.

3. 熟练掌握在自然坐标系中处理圆周运动的动力学方法.
4. 理解惯性参考系和非惯性参考系.

【重点】

牛顿运动定律的应用.

【难点】

1. 变力作用下牛顿运动定律的应用.
2. 物体系中有相对加速度问题的分析和求解.
3. 非惯性系中牛顿动力学方程的应用.

三、典型例题解法指导

【解题思路】

质点动力学的问题大致分为两类基本问题.

第一类问题(积分类型):已知作用于质点上的力 F 和初始条件,求质点的运动表达式 $r(t)$ 、速度等.这类问题的解法是由物体的相互作用,通过牛顿第二定律,求出物体的加速度 a ,然后根据运动初始条件积分即可求出运动规律 $r(t)$. 注意的是质点所受的力可能是恒力也可能是变力,对于变力常作以下变换:

(1) 若力是时间的函数 $F=F(t)$, 牛顿第二定律表示为 $m \frac{dv}{dt} = F(t)$, 分离变量求得 $v(t)$, 积分可求运动表达式 $r(t)$.

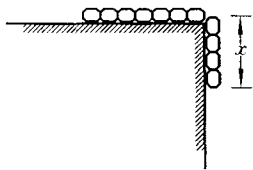
(2) 若力是 r 的函数 $F=F(r)$, 牛顿第二定律表示为 $m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = m v \frac{dv}{dr} = F(r)$, 分离变量有 $m v dv = F(r) dr$, 写出相应的标量式, 积分可得运动表达式.

(3) 若力是速度 v 的函数, 牛顿第二定律表示为 $m \frac{dv}{dt} = F(v)$, 分离变量有 $m \frac{dv}{F(v)} = dt$, 对相应的标量式积分可求得运动表达式.

第二类问题(求导类型):已知质点的运动表达式 $r(t)$ 或平衡情况,求作用在质点上的力 $F(t)$. 这类问题的解法是先由 $r(t)$ 求得加速度 $a(t)$, 然后由牛顿第二定律 $F(t) = ma(t)$ 求出质点所受的力 $F(t)$.

【例题】

例 2.1 如图所示,一条质量为 m , 长为 l 的匀质链条,放在光滑的水平桌面



例 2.1 图

上,其一端有极小一段被推出桌子的边缘,在重力的作用下开始下落,试求下列两种情况下,链条刚刚离开桌面时的速度:

(1) 在刚开始下落时,链条为一直线形式;

(2) 在刚开始下落时,链条盘在桌子的边缘,设链条未离开桌面的部分,速度始终为零.

分析 此题实质上可归结为已知物体的受力,求物体的运动速度. 在本题的(1)中运动物体的质量是不变的,由积分求速度的关键在于积分变量的代换. (2)中下落链条的质量是变化的,即是变力的问题,此时牛顿第二定律的形式应为 $F = \frac{d}{dt}(mv)$,这是解变质量牛顿力学问题的关键所在.

解 设链条下落方向为 x 轴正方向.

(1) 链条在下落的过程中,各部分的速度、加速度均相同,设下落的长度为 x ,根据牛顿第二定律,有

$$F = ma = \frac{m}{l} xg$$

即 $m \frac{dv}{dt} = \frac{m}{l} xg$, 对此式作变量替换有

$$\frac{m}{l} xg = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = mv \frac{dv}{dx}$$

分离变量积分,得

$$\int_0^l \frac{mg}{l} x dx = \int_0^v mv dv$$

由上式可得链条刚刚离开桌面时的速度为

$$v = \sqrt{gl}$$

(2) 由于链条盘在桌子的边缘,因此只有下落的部分有速度,且下落的质量是变化的,故有

$$\frac{mg}{l} x = \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{l} xv \right)$$

即

$$xg dt = d(xv)$$

上式两边乘以 xv , 得

$$\frac{1}{2} d(x^2 v^2) = vx^2 dt = gx^2 dx$$

对上式积分,有

$$v^2 = \frac{2}{3} gx + C$$