研究生数学
Graduate Mathematics
Course Material

3 实分析

(第二版)

■ 程民德 邓东皋 龙瑞麟 编著

3

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

研究生数学

Graduate Mathematics Course Material

3

实分析

(第二版)

■ 程民德　邓东皋　龙瑞麟　编著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是以实变函数与泛函分析课程内容为先导的介绍近代实分析的引论性著作。除必要的基础知识外，一些最活跃的研究领域，如 Calderón－Zygmund 奇异积分算子，H^p 空间的实变理论，算子的加权模不等式等，在书中都得到了充分反映. 全书通过对实变量函数所构成的各种函数空间（如 Lebesgue 空间、连续函数空间、Hardy 空间、BMO 空间等）和它们之间的算子作用以及 Fourier 分析、算子与空间内插等重要方法的描述，对 20 世纪 50 年代以来逐步形成与发展的处理 n 维欧氏空间上各种分析问题的实变方法与技巧做了系统、深入、简明的介绍. 本书内容丰富、近代、叙述严谨、简明，是实分析方面一本可读性很强的教科书与参考书.

本书前 4 章可供本科高年级学生选修，全书可作基础与应用数学、计算数学等许多方面的研究生的公共学位课教材，为从事调和分析、偏微分方程、非线性分析、数值分析、乃至数学物理等方面的研究与应用的读者提供必要的实分析基础训练.

图书在版编目 (CIP) 数据

实分析/ 程民德， 邓东皋， 龙瑞麟 编著. —2版. —北京：

高等教育出版社, 2008.1

ISBN 978-7-04-023597-5

I.实… II.①程…②邓…③龙… III.实分析 IV.0174.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 202771 号

策划编辑 郑轩辕 **责任编辑** 郑轩辕 **封面设计** 张 楠

责任绘图 尹 莉 **版式设计** 张 楠 **责任印制** 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**免费咨询**	800－810－0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010－58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
			http://www.landraco.com.cn
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
印　　刷	北京新丰印刷厂		
		版　　次	1993 年 11 月第 1 版
开　　本	787×1092　1/16		2008 年 1 月第 2 版
印　　张	29.75	**印　　次**	2008 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	570 000	**定　　价**	61.00 元

物料号　23597－00

第二版序

本书是程民德院士, 邓东皋教授和龙瑞麟教授合作的一部力著. 自 1993 年出版以来, 备受读者欢迎, 多所大学选它为数学相关专业的研究生课程的教科书, 1995 年还荣获国家教委优秀教材一等奖. 本书早已脱销, 高等教育出版社组织再版, 这对新一代的读者而言是一件幸事. 现在三位作者已经先后离世, 作为他们在 “文革” 之后培养的第一代学生, 我很荣幸写这个第二版序.

本书的第一位作者程民德先生于 1940 年在浙江大学本科毕业, 转而跟随著名的分析学家陈建功教授学习三角级数理论. 1942 年研究生毕业, 作为一名职业数学家走向社会. 1946 年, 当时北京大学数学系主任江泽涵教授赏识程民德的才能, 聘请他到北京大学数学系任教, 并推荐他投考赴美攻读博士学位的李氏奖学金. 1947 年程民德进入美国普林斯顿大学数学系, 在著名数学家博赫纳 (S. Bochner) 教授指导下, 研究当时刚刚显露强大生命力的多元调和分析, 两年后取得博士学位. 1950 年 1 月他与华罗庚先生同船回国, 参加社会主义建设, 在清华大学任副教授、教授. 1952 年院系调整, 转到北京大学任教. 1980 年他组建了北京大学数学研究所, 并且担任第一任所长, 同年当选为中国科学院学部委员 (现改称为院士), 1982 至 1986 年担任北京市数学会理事长, 1984 至 1988 年担任中国数学会副理事长. 在著名数学杂志 Duke Math. 发表论文 8 篇, 世界顶级数学杂志 Ann. of Math. 发表论文 3 篇, 到目前为止中国数学家中尚无出其右者. 1998 年去世.

本书的第二位作者邓东皋先生 1957 年毕业于北京大学数学力学系, 后留校任教. 因他的才华受到程民德先生的赏识, 经组织同意, 成为程民德先生的学生, 学习调和分析和函数论. 1980-90 年代升为教授, 博士导师, 并出任数学系副主任, 主任, 数学研究所副所长等职. 曾任美国耶鲁大学访问教授, 与 Coifman 合作研究. 1992 年

调到中山大学, 出任数学与信息科学学院院长. 发表论文 40 多篇, 专著 2 部, 教材 3 套. 2004 年荣获第一届国家级教学名师. 2007 年去世.

第三位作者龙瑞麟先生 1963 年毕业于北京大学六年制的数学力学系函数论专门化, 程民德先生是他的专业导师. 毕业后分配到中国科学院数学研究所工作. 1978 年作为中国改革开放后派出的第一批出国留学人员, 出访法国, 师从伽航 (Kahane) 院士, 研究调和分析和鞅论. 在经典调和分析, 鞅论, 小波分析等领域多有建树. 曾任中国科学院数学研究所所长. 发表论文 50 多篇, 专著 2 部, 教材 1 部. 1996 年英年早逝.

"实分析" 作为数学各专业研究生的必修课, 是国内外的共识, 但其内容却有很大差别. 现在有各种教材版本. 比如所谓 "实分析基础", 内容包括: 实数理论, 序列, 无限和, 实数集合, 连续函数, 连续函数和集合的更多内容, 微分, 积分, 序列和函数级数, 幂级数, 欧几里得空间及其上的微分, 可度量空间等内容; 基本上是我国数学专业本科生 "数学分析" 课程 2–3 册的内容. 再比如名为 "实分析" 或 "实分析与抽象分析" 的书, 主要讲抽象测度和积分论, 基本上是我国数学专业本科生必修课 "实变函数论" 和选修课 "测度论" 的内容. 本书则是立足于我国的数学研究生教育, 作为必修课 "实分析" 的标准教科书. 内容包括二十世纪 50 年代到 90 年代初实分析的现代发展的主要成果, 涵盖了目前我国数学各专业研究生必修课 "实分析" 教学大纲的要求. 本书适用于综合性大学、师范院校数学专业研究生, 以及理工科相关专业研究生, 作为教材使用, 也可供有关科技人员参考.

本书是三位作者在北京大学, 中科院数学所多年讲授该课程的讲义基础上积累而成的. 曾记得, 1978 年, 我们作为 "文革" 后考取的第一届研究生, 程民德先生和邓东皋教授两位导师合作给我们开课, 当时课程的名称叫 "调和分析中的实方法", 每周程先生讲一次两个小时, 邓老师讲一次两个小时, 风格不同, 但内容连贯, 相辅相成, 浑然一体. 参考书有两本: E. M. Stein 的《奇异积分与函数的可微性》, E. M. Stein 和 G. Weiss 的《欧氏空间上的 Fourier 分析》. 程先生讲课紧紧抓住重点和难点, 讲深讲透, 其余地方留给学生去自学; 邓老师讲课则提纲挈领, 突出思想性和方向性. 两位老师共同的特点是不看讲稿. 尤其是程先生, 当时已经六十岁, 不管多长多复杂的公式, 他都是在黑板上推导, 有些待定的指标, 先空在那里, 随着推导, 一步步填充, 最后推出的公式完整呈现在黑板上, 硬分析的功底令人叹为观止. 1980 年龙瑞麟教授又在北大给研究生开过此课, 当时课名叫 "现代分析中的实方法", 他写了讲义, 用钢板刻字, 油印发给学生. 我曾帮助他准备讲义, 那本讲义成为本书的雏形. 之后北大数学系规范研究生课程, 于 1990 年把 "实分析" 定为研究生必修课, 制定了教学大纲. 1993 年本书作为该课程的教材由高等教育出版社正式出版.

本书共有七章, 作为研究生一学期的教学, 内容似乎多了点. 一、二两章是预备知识, 是写给未经过系统数学系本科训练过的学生, 自学用的; 三、四、五三章是基本内容, 也是本书的重点; 六、七两章是扩展的内容, 是写给分析方向学生的, 作为

进一步提高使用. 就我们多年使用的经验来看, 内容还是合适的. 书中用现代的方式清晰论述了实分析的概念与理论, 定理证明简明易懂, 可读性强.

这次再版, 保持原貌. 由北京大学数学科学学院刘和平教授组织调和分析方向的 7 名研究生进行了校对.

彭立中
北京大学数学科学学院
2007 年 11 月 23 日

前　　言

实分析, 作为大学理工科有关专业高年级学生数学选修课与研究生数学基础课的教材, 是以实变函数论与泛函分析课程内容为先导的、着重研究实变量函数所构成的各种函数空间以及空间之间的变换的一本入门教材.

50 年代以来, 在 A. P. Calderón 和 A. Zygmund 开展 $\mathbb{R}^n$ 上奇异积分算子的研究过程中, 逐步形成了一套处理 $\mathbb{R}^n$ 上分析数学有关问题的实方法. 以后经过 E. M. Stein 等人的补充与发展, 这套实方法不仅丰富了并且继续丰富着 $\mathbb{R}^n$ 上分析数学的研究内容, 而且正在愈来愈广泛地应用到偏微分方程、位势理论、算子理论、群表示论、非线性分析、计算数学、概率论和数学物理中. 如果我们把研究实变量函数所构成的各种各样的空间以及这些空间之间的积分算子等的近代进展统称为近代实分析的话, 那么本书就是近代实分析的一本引论性教材, 它提供基本的实方法, 相应地给出近代实分析的一个轮廓, 为有关各方向的研究与应用打下基础, 使之能较广泛地适用于理工科有关专业高年级学生与研究生的需要.

本书几位作者多年来分别在北京大学数学系、中国科学院研究生院以及其他大学, 讲授过这门课程. 本书就是在讲义的基础上整理而成的. 全书共七章. 第一章讲述 Lebesgue 空间 L^p 与连续函数空间理论. 这两类空间是实分析最重要也最基本的研究对象. 对它们缺乏一个基本的理解, 就无法前进一步. 故本章带有预备知识的性质. 第二章讲述经典 Fourier 分析的基本内容. Fourier 分析不仅是一门理论性学科, 同时也是一门重要的工具性学科. 近代实分析的许多理论与方法, 大都来源于经典 Fourier 分析. 本章将为以后各章讨论的实方法提供背景、思想与工具. 第三章讨论 50 年代以后发展起来的一些基本的实方法, 其中包括集合的分解与覆盖, 分布函数的估计, Hardy – Littlewood 极大算子及其变形, 函数的 Calderón – Zygmund 分解,

算子内插及经典奇异积分算子等. 本章对这些方法, 都限于最基本的介绍. 它们的推广与深入发展, 可在以后各章中看到. 第四章介绍几类新的函数空间, 它们是 Hardy 空间 H_1, 有界平均振动函数空间 BMO 以及 Besov 空间等. 这些空间是在 Lebesgue 空间与连续函数空间的基础上发展起来的, 为近代分析的研究提供了很合适的框架, 也为本书讲述的实方法提供了很好的应用舞台. 第五章介绍奇异积分算子近代理论的基本内容. 这个理论不仅包括了卷积型的经典奇异积分算子, 也包括了许多非卷积型的奇异积分算子. 本章反映了调和分析 80 年代以来的某些重大进展. 第六章介绍 A_p 权函数与加权模不等式. 第七章进一步讨论算子内插与空间内插. 本书前五章的基本内容, 可在理工科有关专业研究生的数学基础课或在有关专业高年级本科生的选修课中讲授. 最后两章则可根据专业需要与教学时间的长短加以选用.

作为一本研究生基础课或高年级本科生选修课的教材, 本书不可能完全是自封的. 除了需要用到其他数学基础课的内容外, 还需要引用某些其他学科的结果. 如果把这些结果的证明都写出来, 本书的篇幅将变得不可想象. 因此我们有几处将只引用结果并注明其出处, 但尽可能把这种引用限于最少. 另外, 本书也未能完全按逻辑顺序讲述, 有些地方前面要用到后面的结果. 这仅仅是为了叙述方便, 读者绝对不必担心会发生逻辑循环. 当然, 我们也尽可能限制这种情况的出现. 本书每一章的最后一节, 都用来提供习题、进一步的问题与注记. 请注意, 其中只有一部分是习题, 是为读者提供训练用的. 另一部分则是介绍理论的进一步发展与应用, 是为有兴趣的读者提供进一步学习与研究的途径. 要求读者自己全部完成这些题目, 通常是不可能的.

本书的初稿曾由吉林大学王柔怀教授、杭州大学王斯雷教授与北京师范大学陆善镇教授开会审阅, 其中特别是陆善镇教授, 在会后又仔细审阅了修改稿. 在审阅过程中他们前后都提出了许多宝贵意见, 我们都作了相应的订正, 在此对他们表示衷心的感谢. 我们的研究生刘和平、樊启洪、蒋庆堂、熊承杰、杨建生与许传祥, 为抄写书稿付出了大量的劳动, 在抄写过程中还修正了不少笔误. 我们对他们的帮助也表示感谢. 最后感谢高等教育出版社, 没有他们的热情支持, 本书难以很快与读者见面.

限于水平, 本书难免有疏漏与不妥之处, 欢迎读者指正.

编　者

1991. 5. 30

符　号

根据其首次出现或重要重现而列出的符号表.

第一章　§1.1

$|E|$ —— 可测集 E 的测度

E^c —— 集合 E 的补集

$P(x)$, a.e. —— 命题 $P(x)$ 关于 x 几乎处处成立

L^p —— Lebesgue 空间 L^p

$\|\cdot\|_p$ —— L^p 空间内的模

L^p_+ —— L^p 的非负函数子集

p' —— 指标 p 的共轭 (或对偶) 指标或相伴数, 即满足 $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p'}=1$ 的数

$\mathbb{R}_+$ —— 区间 $[0,\infty)$

$\overline{\mathbb{R}}_+$ —— 区间 $[0,\infty]$.

χ_E —— 集合 E 的特征函数

S —— 简单函数组成的空间

$\varphi_n \nearrow \varphi$ —— 增序列 $\{\varphi_n\}$ 收敛于 φ

$\log^+ x$ —— 函数 $\max(\log x, 0)$

$\log^+ L$ —— 空间 $\{f : \log^+|f| \in L^1\}$

$\langle\ ,\ \rangle$ —— Hilbert 空间的内积, 或 Banach 空间 (或线性拓扑空间)与其对偶的对偶作用

§1.2

$\mathrm{sgn}\lambda$ —— 函数 $\overline{\lambda}/|\lambda|$, 其中 $\lambda \in \mathbb{C}$

$(L^p)^*$ —— L^p 的对偶空间

§1.3

$f_n \xrightarrow{m} f$ —— 函数序列 $\{f_n\}$ 依测度收敛于 f

$f_n \longrightarrow f$, a.e. —— 函数序列 $\{f_n\}$ 几乎处处收敛于 f

$*$ —— 卷积 (或对合, §2.1)

§1.4

$E\Delta F$ —— 集合 E 与 F 的对称差

$B(x_0, r)$ —— 距离空间中以 x_0 为心, r 为半径的球

§1.5

$C(X), C^R(X), C_0(X), C_{00}(X)$ —— 拓扑空间 X 上连续函数的几类空间

$M(X)$ —— X 上有界复值正规 Borel 测度组成的空间

§1.6

τ_h —— $\mathbb{R}^n$ 的平移算子 $\tau_h f(\cdot) = f(\cdot - h)$, 其中 $h \in \mathbb{R}^n$

d_δ —— $\mathbb{R}^n$ 的伸缩算子 $d_\delta f(\cdot) = f(\delta\cdot)$, $\delta > 0$

$\omega_p(f, \delta)(\omega(f, \delta))$ —— f 的 L^p 连续 (一致连续) 模

$\Lambda_\alpha, \Lambda_{p,\alpha}$ —— Lipschitz 空间

$D^\alpha = \dfrac{\partial^\alpha}{\partial x^\alpha}$ —— 偏微分算子 $\dfrac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_1^{\alpha_1} \cdots \partial x_n^{\alpha_n}}$, 其中 $\alpha = (\alpha_1, \cdots, \alpha_n)$,

$$\alpha_j \in \mathbb{Z}_+, \quad |\alpha| = \alpha_1 + \cdots + \alpha_n.$$

$\varphi_\varepsilon(\cdot)$ —— 函数 $\varepsilon^{-n}\varphi\left(\dfrac{\cdot}{\varepsilon}\right)$

$\mathscr{E}^k(\mathscr{E}^\infty)$ —— k 阶 (无限次) 连续可微函数类 (也见 §2.2, 其中 C^0 见 §4.8)

$\mathscr{D}$ —— $C_{00}^\infty(\mathbb{R}^n)$ 赋适当拓扑所成的空间, (也见 §2.9 题 42)

cI —— 方体 I 的同心 c 倍扩大

f_I —— f 在方体 I (或其他可测集 I) 上的积分平均

$L^q_{\rm loc}$ —— 局部 L^p 可积函数空间

$\mathbb{Z}_+$ —— 非负整数 $\{0, 1, 2, \cdots\}$

S_{n-1} —— $\mathbb{R}^n$ 中的单位球面, $d\sigma$ 表示其上的面积元.

I_α —— α 阶分数次积分算子

L^p_k —— Sobolev 空间

$\operatorname{supp} f$ —— f 的支集 (也见 §2.9 与 §7.6)

§1.7

$\mathrm{V}(f)$ —— 有界变差函数的全变差

第二章　§2.1

$\mathbb{T}$ —— 平面上的单位圆周

a_0 —— 特殊常数, $a_0 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{n}{2}}$

$x \cdot y$ —— $\mathbb{R}^n$ 的内积

$\rho^t(T^t)$ —— 矩阵 ρ (算子 T) 的转置

$P(D)$ —— 微分多项式

$\mathscr{F}$ 或 $\wedge(\mathscr{F}^{-1}$ 或 $\vee)$ —— Fourier (逆) 变换

$A(\mathbb{R}^n), B(\mathbb{R}^n)$ —— 分别表示 $L^1(\mathbb{R}^n)^\wedge, M(\mathbb{R}^n)^\wedge$

§2.2

$D_N(x), D_N^*(x)$ —— Dirichlet 核、修改的 Dirichlet 核

$P_r(x)(P_t(x))$ —— 单位圆 (上半平面) 的 Poisson 核

$Q_r(x)(Q_t(x))$ —— 单位圆 (上半平面) 的共轭 Poisson 核

$\sigma_N(f,x)$ —— f 的 Fourier 级数的 N 阶 Fejér 和或称 $(c,1)$ 和

$f(x,r)$ —— f 的 Fourier 级数的 Poisson 和

$f \approx g$ —— f 与 g 等价即可互相控制

$\mathscr{P}(\mathscr{P}_N)$ —— 全体 (N 次) 三角多项式集合

$P_t(x)$ —— $\mathbb{R}_+^{n+1}$ 的 Poisson 核

c_n —— 常数 $\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \Big/ \pi^{\frac{n+1}{2}}$

$BR^{(\delta)}(\xi)$ —— Bochner – Riesz 核

§2.3

Λ_* —— Zygmund 函数类

$E_n(f)$ —— f 的 n 次最佳三角多项式逼近

§2.5

$\Gamma_\alpha(x)(\Gamma(x))$ —— 宽度为 α (为 1) 的以 x 为顶点的锥

$\tilde{f}$ —— f 的共轭函数 ($\tilde{f}$ 有时也表示 f 的反射, 见 §2.8)

$H(H^*)$ —— (极大) Hilbert 变换

I —— 恒等算子

§2.8

$\mathscr{S}$ —— Schwartz 函数类 (空间)

$\mathscr{S}'$ —— 缓增广义函数 (分布) 空间

§2.9

$L\log^+ L$ —— 空间 $\{f : f\log^+|f| \in L^1\}$

第三章 §3.2

$\sigma_f(x)$ —— f 的分布函数

$f^*(f^{**})$ —— f 的非增重排函数 (的平均)

$\wedge = \min, \vee = \max$

§3.4

$Mf, M_r f$ —— Hardy – Littlewood 极大函数

$f^{\#}$ —— $\#$ 函数

§3.5

$\mathscr{M}$ —— 测度空间上可测函数的空间

$\|\cdot\|_{WL^q}$ —— 弱 L^q 模

§3.6

R_j —— Riesz 变换

§3.7

g_λ, g_x, g_k —— Littlewood – Paley g 函数的各种变形

$\mathscr{M}_p$ —— L^p 乘子空间

§3.8

M_S —— 强极大函数

第四章 §4.1

$H_1^{(q)}, H_1^{(q,s)}$ —— 原子 Hardy 空间

$L(\beta, q', s)$ —— Campanato 空间

§4.2

BMO —— 有界平均振动函数空间 (VMO —— 消失平均振动函数空间, BLO —— 下振动有界函数空间, 均见 §4.9)

$\|f\|_*, \|f\|_{**}, \|f\|_{*p}$ —— BMO 的等价模

§4.4

$S(f)$ —— f 的面积函数

§4.5

$\varphi^+(f), \varphi_\alpha^*(f), P^*(f)$ —— f 的各种极大函数

§4.6

$\mathscr{H}_p$ —— 经典 H_p 空间

§4.7

$\widehat{Q}$ —— 以 $Q \subset \mathbb{R}^n$ 为底的位于 $\mathbb{R}_+^{n+1}$ 的帐篷

$|||\mu|||$ —— Carleson 测度 μ 的模

$A_q(f)$ —— f 的 q 面积函数

§4.8

$\mathscr{S}^\Omega(L^{p,\Omega})$ —— Fourier 变换支于 Ω 的 $\mathscr{S}(L^p)$ 中的函数集合

$L^p(l^q), l^q(L^p)$ —— 向量值函数空间

$C^0(\mathbb{R}^n), C^m(\mathbb{R}^n), C^s(\mathbb{R}^n)$ —— Hölder 空间

$\mathscr{E}^s(\mathbb{R}^n)$ —— Zygmund 空间

$\Lambda_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$ —— Besov – Lipschitz 空间

H_p^s —— Bessel 位势空间

B_{pq}^s —— Besov 空间

F_{pq}^s —— Triebel – Lizorkin 空间

§4.9

B_q —— q 块空间

$\Lambda BV, \Lambda BMV, HBV, HBMV$ —— 有界变差的推广及其与 BMO 概念结合的几类空间

第五章 §5.1

$SK(r)$ —— r 阶的标准核

$CZO, CZO(r)$ —— Calderón – Zygmund 算子

§5.2

$T^*(f)$ —— f 的奇异积分极大算子

§5.3

Π_b —— 仿积算子
$\mathscr{E}_m$ —— m 阶 Calderón 交换子
M_A —— 用函数 A 作乘法的算子
C_A, C_Γ —— Cauchy 积分算子

§5.4

WBP —— 弱有界性质
$N_q^B(f)$ —— f 在 $\mathscr{D}$ 上的半模
$\mathscr{P}_k$ —— 体积为 2^{-k} 的拟二进方体集, $\mathscr{P} = \bigcup\limits_k \mathscr{P}_k$
$\{\alpha_I, \beta_I\}$ —— L^2 的拟正交基对
$\langle\ ,\ \rangle_b$ —— 以函数 b 为权的 L^2 空间的拟内积

§5.5

$S_{1,1}^0$ —— 拟微分算子类

第六章　§6.1

A_p —— Muckenhoupt 权函数类

§6.2

A_∞ —— Muckenhoupt 权函数类, 即 $p = \infty$ 时的 A_p

第七章　§7.1

$L^{p,q}$ —— Lorentz 空间
$\|\cdot\|_{p,q}(\|\cdot\|_{p,q}^*)$ —— Lorentz 空间的 (拟) 范数

§7.3

$\Delta(\overline{A}) = A_0 \bigcap A_1$ —— 容许空间对 $\overline{A} = (A_0, A_1)$ 的交
$\sum(\overline{A}) = A_0 + A_1$ —— 容许空间对 $\overline{A} = (A_0, A_1)$ 的和
$K(t, a, \overline{A}), J(t, a, \overline{A})$ —— 容许空间对 $\overline{A}$ 的 K 泛函与 J 泛函
$(A_0, A_1)_{\theta,q,K} = K_{\theta,q}(\overline{A})$ —— K 方法定义的 $\overline{A}$ 的内插空间
$(A_0, A_1)_{\theta,q,J} = J_{\theta,q}(\overline{A})$ —— J 方法定义的 $\overline{A}$ 的内插空间

§7.4

$[A_0, A_1]_\theta$ —— 复方法定义的 $\overline{A} = (A_0, A_1)$ 的内插空间

§7.6

$E(t, a; \overline{A})$ —— 逼近 E 泛函

$E_{\alpha,q}(\overline{A})$ —— 由 E 泛函定义的空间

$K_p(t, a; \overline{A})$ —— K 泛函的一类等价泛函

L^0 —— L^p 当 $p \to 0$ 时的一种极限

高等教育出版社自然科学学术出版中心

高等教育出版社是教育部所属的国内最大的教育出版基地, 其自然科学学术出版中心下设研究生教育与学术著作分社和自然科学学术期刊分社, 正努力成为中国最重要的学术著作出版单位和最大的学术期刊群出版单位.

研究生教育与学术著作分社充分发掘国内外出版资源, 为研究生及高层次读者服务, 已出版《教育部推荐研究生教学用书》、《当代科学前沿论丛》、《中国科学院研究生院教材》、《中国工程院院士文库》、《长江学者论丛》等一系列研究生教材和优秀学术著作.

自然科学学术期刊分社主要负责教育部大型英文系列学术期刊出版项目 *Frontiers in China* 中基础科学、生命科学、工程技术类期刊的出版工作, 目标是搭建国内学术界与海外交流的平台, 以及国内学术期刊界合作的平台.

地　　址: 北京市朝阳区惠新东街4号富盛大厦15层

邮　　编: 100029

网　　址: http://academic.hep.com.cn

购书电话: 010-58581114/1115/1116/1117/1118

目　录