

Maple

A Tutorial to the Symbolic Computation System Maple

符号计算系统 *Maple* 教程

张韵华 王新茂 ■ 编著

中国科学技术大学出版社

张韵华 王新茂 编著

符号计算系统

A TUTORIAL TO THE SYMBOLIC COMPUTATION SYSTEM MAPLE

Maple教程



中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

Maple 是世界著名的符号计算数学软件之一,本书以 Maple 11 中文版为基础,一方面按照数学内容的进程由初等数学到高等数学,包括如何调用 Maple 的函数做初等代数、微积分、线性代数和微分方程中的数学计算题,验证数学公式的推导,演示函数图形;另一方面按照计算机语言的进程从简单的单命令输入到复杂的编程,包括符号计算、数值计算、图形绘制和编写程序等全部内容,层次结构清晰,内容由浅入深。

本书通过优化章节的结构、精选具有典范性的例题使初学者易学易用,并适合于不同层次读者的需求。

本书可作为大专院校学生学习 Maple 的教材,学习高等数学的工具;数学实验课程和数学模型的辅助教材;教师教学的辅助工具;科研人员和工程技术人员科学计算的参考手册。

图书在版编目(CIP)数据

符号计算系统 Maple 教程/张韵华,王新茂编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2007.10

ISBN 978-7-312-02067-4

I. 符… II. ①张…②王… III. 数值计算—应用软件, Maple 11—教材
IV. O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 062825 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026
网址: <http://press.ustc.edu.cn>
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm×960 mm 1/16
印张 14.5
字数 300 千
版次 2007 年 10 月第 1 版
印次 2007 年 10 月第 1 次印刷
定价 25.00 元

前 言

符号计算系统是一种研究用计算机进行数学公式推导的理论和方法;一个表示数学知识和数学工具的系统;一个集成化的计算机数学软件系统;一个在大学和研究所流行的软件系统。

随着计算机科学技术的发展,符号计算软件已经成为解决各种科学技术问题的有力工具,在国际符号计算学科领域,Maple 受到众多学者的青睐。近十多年符号计算语言的用户群在迅速地扩大。在高等数学的教学中、数学建模和数学实验的课程中,以及科研项目中,都有在用 Maple 为工具做推导、计算或绘图。

本书写作历经 3 年,版本从 Maple 6 到 Maple 11,在修改中不断完善结构和内容。希望本书对读者学习 Maple 有所帮助。

本书的写作原则:开门见山、用实例说话、重视应用,以给读者提供学习服务为宗旨。

开门见山:以简单易掌握为标准,先会用,再学精。强调掌握函数的主要选项。

用实例说话:以例题为载体,以简单例题揭示函数和命令的调用规则,精心选择具有典范性的例题,从例题中体会选项设置和应用规则。

重视应用:例题向高等数学靠拢,重视在数学上的应用,尽量扩大例题的应用范围。

本书以数学内容为主线,按初等数学、微积分、线性代数和微分方程的顺序安排章节结构。

全书共分 8 章,各章内容相对独立,建议读者先浏览绪论,再阅读感兴趣的章节。

绪论,包括对符号计算系统 Maple 的简介,以实例让读者初识 Maple,以及怎样获取帮助;

第 1 章介绍 Maple 中的数值类型和变量等基本量;

第 2 章介绍初等数学,包括多项式化简、数列求和、数列求积和三角函数运算;

第 3 章介绍微积分,内容有计算极限、积分、级数展开和积分变换;

第 4 章介绍线性代数,内容有矩阵基本运算、求解线性方程组、计算矩阵的特征值和特征向量、矩阵分解等数学运算;

第 5 章介绍微分方程,内容有常微分方程、偏微分方程的求解命令和解函数的图示;

第 6 章介绍 Maple 作图,包括二维和三维的函数作图、动画演示,以及系统函数包中丰富的画图函数;

第 7 章介绍 Maple 程序设计,内容有过程、模块、函数包应用程序和程序调试;

第 8 章介绍 Maple 操作命令汇集,列出详细的主菜单和二级菜单命令,给出调用系统帮助学习微积分的例题。

本书作者之一具有十多年符号计算语言的教学经验和应用开发经验,希望通过优化章节的结构、精选具有典范性的例题以达到初学者易学易用的目的;另一作者是留美博士,具有坚实的数学基础和较高的计算机水平,他给本书增添了许多有应用意义的例题。

感谢李翊神教授和季孝达教授在本书写作过程中给予的支持和帮助,并感谢数学系博士生刘琼林、宋大伟和周祥军在本书的编写过程中参与的工作,同时感谢中国科学技术大学教务处和出版社对本书出版的支持。

编 者

2007 年 6 月

目 录

前 言	(i)
绪 论	(1)
0.1 符号计算与数值计算	(1)
0.2 Maple 简介	(2)
0.3 初识 Maple	(3)
0.4 获取帮助	(8)
0.5 库函数和函数包	(10)
第 1 章 Maple 的基本量	(15)
1.1 数与数的表示	(15)
1.1.1 简单数值类型	(15)
1.1.2 数学常数	(17)
1.2 变量	(18)
1.2.1 给变量取名	(18)
1.2.2 给变量赋值	(19)
1.2.3 变量替换	(20)
1.3 函数和调用	(20)
1.3.1 常用初等数学函数	(20)
1.3.2 自定义函数和调用	(22)
1.4 构造性数据类型	(24)
1.4.1 表达式序列(exprseq)	(24)
1.4.2 列表(list)	(25)
1.4.3 集合(set)	(26)
1.4.4 向量和矩阵	(27)
1.5 表达式	(29)
1.5.1 算术运算符和表达式	(29)
1.5.2 逻辑表达式和逻辑运算符	(29)
1.6 有关表达式计算函数	(31)

1.6.1 访问表达式成员	(31)
1.6.2 计算函数 eval 和 value	(31)
1.6.3 判断表达式类型函数	(32)
习题	(33)
第 2 章 初等数学	(34)
2.1 多项式运算	(34)
2.1.1 多项式的分解和展开	(35)
2.1.2 多项式的四则运算	(38)
2.1.3 访问多项式的部分元素	(40)
2.2 有理分式	(41)
2.2.1 有理分式的类型	(41)
2.2.2 分式化简	(42)
2.2.3 变量替换	(43)
2.3 求和与乘积	(43)
2.4 初等代数方程和方程组	(45)
2.4.1 方程及其根的表达	(45)
2.4.2 求解方程(solve)	(46)
2.4.3 求解方程组	(48)
2.4.4 求解不等式	(49)
2.4.5 计算方程的数值解(fsolve)	(50)
2.4.6 求解递归方程(rsolve)	(50)
2.5 三角函数及变换	(51)
2.5.1 三角函数及其反函数	(51)
2.5.2 恒等变换与三角函数展开	(52)
2.5.3 双曲函数及其反函数	(54)
习题	(55)
第 3 章 微积分	(57)
3.1 极限与连续	(57)
3.1.1 求极限(limit)	(57)
3.1.2 检验连续性	(60)
3.1.3 寻找间断点	(60)
3.2 导数与微分	(61)
3.2.1 求导(diff)	(61)
3.2.2 微分算子 D	(63)

3.2.3 隐函数求导	(64)
3.3 积分	(65)
3.3.1 单变量积分	(65)
3.3.2 重积分	(67)
3.3.3 换元积分	(68)
3.3.4 分部积分	(70)
3.3.5 曲线积分	(71)
3.3.6 旋转曲面积分	(72)
3.3.7 广义积分	(74)
3.4 数值积分	(75)
3.5 级数	(77)
3.5.1 幂级数展开(series)	(77)
3.5.2 泰勒展开(taylor)	(78)
3.5.3 多元泰勒展开(mtaylor)	(78)
3.6 积分变换	(79)
3.6.1 Fourier 变换	(79)
3.6.2 Laplace 变换	(80)
3.6.3 离散变换	(80)
习题	(81)
第4章 线性代数	(83)
4.1 关于线性代数函数包	(83)
4.2 向量的定义和运算	(87)
4.2.1 定义向量	(87)
4.2.2 向量运算	(88)
4.3 矩阵的定义	(91)
4.3.1 定义矩阵	(91)
4.3.2 抽取与合成	(96)
4.4 矩阵的基本运算	(98)
4.4.1 加法和乘法	(98)
4.4.2 初等变换	(99)
4.4.3 矩阵函数	(101)
4.4.4 矩阵分解和标准形	(106)
4.5 线性方程组	(109)
4.5.1 方程与矩阵的转换	(109)
4.5.2 求解线性方程组	(110)

4.5.3 最小二乘解	(111)
4.6 应用实例	(113)
习题	(115)
第5章 微分方程	(118)
5.1 常微分方程	(118)
5.1.1 常微分方程的求解和作图命令	(118)
5.1.2 一阶常微分方程	(119)
5.1.3 常系数线性微分方程	(124)
5.1.4 微分方程组	(126)
5.2 偏微分方程	(128)
5.2.1 偏微分方程的求解和作图命令	(128)
5.2.2 一阶拟线性和非线性微分方程	(128)
5.2.3 二阶微分方程	(131)
习题	(133)
第6章 Maple 作图	(135)
6.1 二维函数作图命令(plot)	(135)
6.1.1 二维函数作图	(135)
6.1.2 plot 命令选项	(140)
6.1.3 参数方程作图	(144)
6.1.4 特殊坐标系下作图	(145)
6.2 三维函数作图命令(plot3d)	(148)
6.2.1 三维函数作图	(148)
6.2.2 三维参数方程作图	(151)
6.2.3 plot3d 选项	(152)
6.2.4 特殊坐标系下的 plot3d 作图	(155)
6.3 plots 函数包	(156)
6.3.1 图形的合成和显示	(157)
6.3.2 空间曲线	(159)
6.3.3 特殊坐标系下作图命令	(160)
6.3.4 等值线图、密度图、向量场图和梯度图	(163)
6.3.5 隐函数作图	(166)
6.3.6 数据点列作图	(168)
6.3.7 复函数作图	(169)
6.3.8 其他画图函数	(172)

6.4 动画演示	(174)
6.4.1 动画命令(animate)	(174)
6.4.2 三维动画命令(animate3d)	(179)
6.4.3 二维函数轨迹命令(animatecurve)	(179)
6.5 应用实例	(181)
习题	(182)
第7章 Maple 程序设计	(184)
7.1 流程控制	(184)
7.2 过程(Procedure)	(192)
7.3 模块(Module)	(198)
7.4 函数包(Package)	(202)
7.5 应用程序(Maplet)	(203)
7.6 程序调试	(207)
习题	(212)
第8章 Maple 操作命令	(214)
8.1 菜单命令	(214)
8.2 工具栏	(215)
8.3 上下文工具栏	(215)
8.4 输入面板	(215)
8.5 获取帮助示例	(216)
参考文献	(220)

绪 论

0.1 符号计算与数值计算

在高级语言环境下,数值计算即计算数学表达式的值是计算机的主要工作之一。数学表达式由常量、变量、函数和运算符等组成,最后的计算结果是一个数。一个数值计算问题要经过多步浮点运算,方法的收敛性、收敛速度、舍入误差和误差累计与计算结果密切相关。例如,用 C 语言编程计算 $z = (x+y)^3 - (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$,其中 $x=10000, y=0.0001$,得到结果 $z=-0.0001220708125$ 。但是,我们知道,对任意的 x, y ,表达式 z 的值都应该为 0。

“符号”包括“数值”,“符号”远比“数值”表示的范围广。符号计算是研究如何在计算机上表示和处理数学符号,设计进行数学公式的演算和推导的高效计算方法,以及通过计算机程序和软件系统实现这些算法。符号计算包括数值计算和数学推理,数学推理表现在对数学表达式的化简和函数变换上。例如,对多项式因式分解,计算不定积分。符号计算的处理对象是具有含义的数学符号,如整数、数学常数、字母、函数等。在符号计算环境下,表达式仍由常量、变量、函数和运算符等组成,最后的计算结果是经过数学变换的表达式,可以是一个数值、变量、函数,也可以是含有运算符的表达式。对于精确数计算结果总是精确的,没有误差的。例如,在 Maple 中计算 $z := (x+y)^3 - (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$,用符号计算方式直接化简 `Simplify[z]` 的结果是精确数 0;如果输入 $x := 10000, y := 1/10000$,则系统做精确数运算得到结果 $z := 0$;如果输入的是 $x := 10000, y := 0.0001$,则系统做数值运算得到结果 $z := -0.000030000001$ 。又例如:对未赋初值的变量 x ,因式分解 `factor( $x^2 - 5x + 6$ )` 的结果是多项式乘积 $(x-2)(x-3)$ 。

符号计算系统是进行符号计算的计算机软件系统。目前一些流行的符号计算系统有: Aldor, Axiom, CoCoA, Derive, GAP, Macaulay, Macsyma, Magma, Maple, Mathematica, Maxima, MuPAD, Reduce, Singular 等。其中既有为特殊目的开发的专用软件系统,也有集成了符号计算、数值计算、图形界面、高级语言编程等功能的通

用软件系统;既有免费的开放源代码软件,也有价值不菲的商业软件。

符号计算系统的对象从初等数学到高等数学,几乎涉及所有数学领域。从表达式的化简、整数分解、导数、积分、方程求解、微分方程、矩阵计算到码的构造、环的理想、群的表示、范畴的定义等。

符号计算系统已被成功地应用于绝大多数的科学研究和工程技术领域,它也是数学领域和数学定理机械化证明的有力工具。由于它能够正确地完成人脑在短时间内无法完成的公式推导计算,应用符号计算系统,使得不少研究领域的前沿得到了进一步的推进。

0.2 Maple 简介

Maple 是目前世界上最流行的通用数学软件系统之一。最初是作为加拿大 Waterloo 大学和瑞士 ETH Zurich 大学的一个合作科研项目,于 1980 年由 Keith Geddes 教授和 Gaston Gnnot 教授设计研制。后来又被开发为商业软件,并且专门成立了 Maplesoft 公司负责 Maple 软件的开发和销售。与其他数学软件相比,Maple 的优势在于其强大的符号计算能力。Maplesoft 公司积极赞助符号计算的各种国际性学术会议,及时将新出现的高效算法地整合到 Maple 的函数包中。目前发布于 2007 年 2 月的版本 Maple 11(图 0-1),其功能主要有:

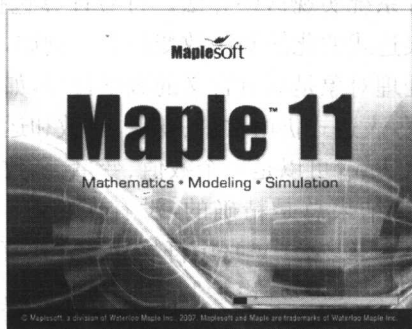


图 0-1

1. 解决数学问题

Maple 11 提供了约 300 多个任务模板和 4000 多个数学函数来解决常见的数学问题,涵盖了微积分、线性代数、微分方程、几何、群论、数论、图论、组合、运筹、优化、概率、统计等诸多领域。其中既包括无误差的符号计算,也包括高精度的数值计算,

以及二维、三维绘图。函数调用简单,用户可以像使用计算器一样地使用 Maple。

2. 生成科技文档

*.mw 格式的 Maple 文档可以将文本文字、数学公式、声音、图像等内容组合在一起,生成具有多媒体效果的专业科技文档。文档中还可以包含按钮、滑块、列表框等交互式组件,用户可以改变参数,重新计算结果。Maple 还提供诸如版面设计、拼写检查之类的编辑命令,用户可以像使用文字编辑软件一样地使用 Maple。

3. 应用程序开发

Maple 是一种面向对象的高级编程语言,有着严格的语法。针对不同硬件,Maple 提供了经过优化的库函数。Maple 还是一个图形化的软件开发平台,用户可以方便地编写、调试程序,生成自己的函数包,从而将 Maple 的功能扩展。内容丰富的联机文档和帮助系统更是受到了用户的欢迎。

4. 辅助教学工具

针对大学教育这一市场,Maple 专门提供了 Student 函数包来帮助学生自学数学课程,加深对数学概念的认识。其内容包括微积分预修课、单变量微积分、多变量微积分、向量微积分、线性代数、数学辞典、绘图计算器、Maple T. A. 等。给学生提供了课后的教学助教,教师也可以从中发现比较好的课件。

0.3 初识 Maple

- 运行  Maple 11(maplew.exe),进入文件模式窗口(图 0-2)。

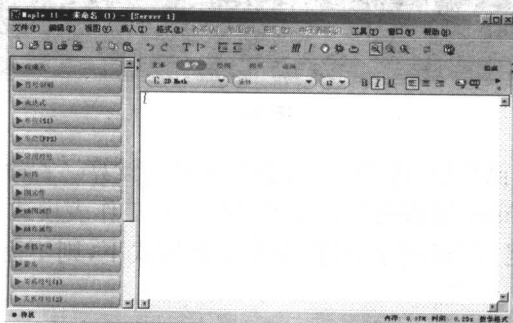


图 0-2

• 或者运行  Classic Worksheet Maple 11(cwmaple.exe), 进入传统的工作表模式窗口(图 0-3)。

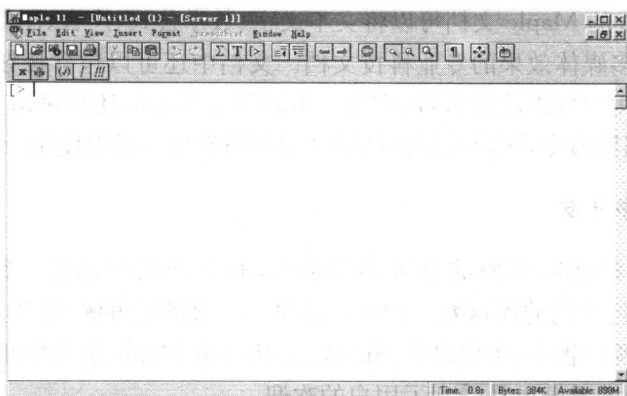


图 0-3

• 对于某些用户,也许他们更偏爱  Command-line Maple 11(cmapple.exe)那朴实无华的命令行模式窗口(图 0-4)。

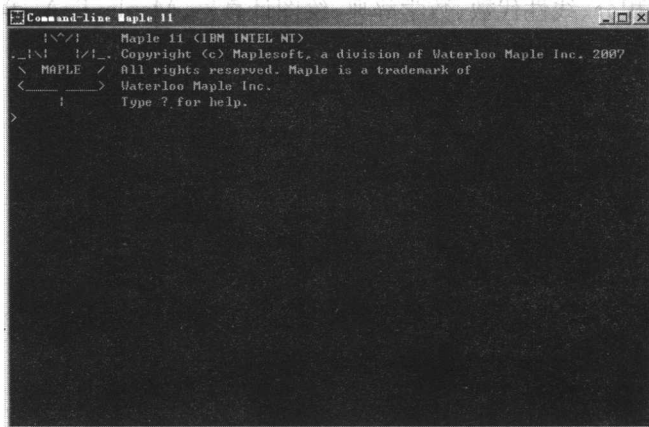


图 0-4

用户输入命令或函数后,按 Enter 键执行表达式计算。若命令很长,则可在输入过程中按下 Shift+Enter 键将命令分成若干行。在工作表模式下,表达式必须以冒号“:”或分号“;”结尾,否则程序出错;而在文件模式下,则不需要如此。如图 0-5,图 0-6 所示。

下面我们以例题为载体,从中了解 Maple 的功能。在 Maple 语句中,“#”及其

所在行后面的部分为注释说明语句。

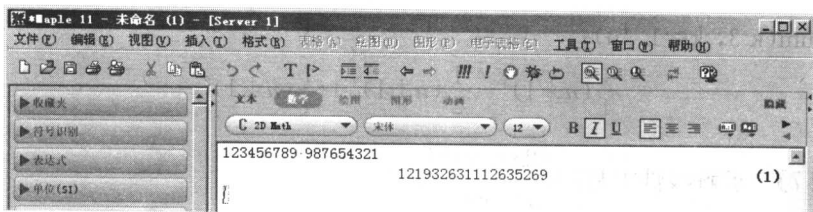


图 0-5

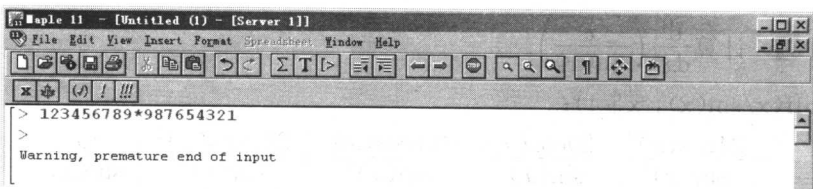


图 0-6

【例 1】 计算 9^{99} 。

> 9^99;

2951266543065275214875348022619773631435927251704383288
6063884637676943433478020332709411004889

【例 2】 因式分解 $x^4+2x^3-13x^2-14x+24$ 。

> factor(x^4+2 * x^3-13 * x^2-14 * x+24);
(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)

【例 3】 展开多项式 $(x^2-1)(y-1)^3$ 。

> expand((x^2-1) * (y-1)^3); # 不要忘了输入两个括号之间的乘号
 $x^2y^3-3x^2y^2+3x^2y-x^2-y^3+3y^2-3y+1$

【例 4】 计算 133 和 627 的最大公约数和 21, 35, 45 的最小公倍数。

> gcd(133,627);

19

> lcm(21,35,45);

315

【例 5】 计算和式 $\sum_{k=1}^{111} 2k-1$ 。

> add(2 * k-1, k=1..111);

12321

【例 6】 计算和式 $\sum_{k=1}^n k^3$ 。

> sum(k^3, k=1..n);

$$\frac{1}{4}(n+1)^4 - \frac{1}{2}(n+1)^3 + \frac{1}{4}(n+1)^2$$

【例 7】 求解线性方程组 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=5 \end{cases}$ 。

> solve({2 * x + y = 1, x - y = 5}, {x, y});

$$\{y = -3, x = 2\}$$

【例 8】 计算 $\frac{d^4}{dx^4} \left(\frac{x}{\sin(x)} \right)$ 。

> diff(x/sin(x), x\$4);

$$-\frac{24\cos(x)^3}{\sin(x)^4} - \frac{20\cos(x)}{\sin(x)^2} + \frac{24x\cos(x)^4}{\sin(x)^5} + \frac{28x\cos(x)^2}{\sin(x)^3} + \frac{5x}{\sin(x)}$$

【例 9】 计算 $\int \frac{x}{x^4-1} dx$ 。

> int(x/(x^4-1), x);

$$\frac{1}{4}\ln(x-1) + \frac{1}{4}\ln(x+1) - \frac{1}{4}\ln(x^2+1)$$

【例 10】 计算 $\int_a^b \int_c^d (x^2 + y^2) dx dy$ 。

> int(int(x^2+y^2, y=c..d), x=a..b);

$$\frac{1}{3}(d-c)(b^3-a^3) + \frac{1}{3}d^3(b-a) - \frac{1}{3}c^3(b-a)$$

【例 11】 计算矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ 的特征值和特征向量。

> A := Matrix([[1,2,3],[2,1,3],[1,2,3]]);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

> LinearAlgebra:-Eigenvectors(A);

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

【例 12】 计算例 11 矩阵 A 的 1-范数 $\|A\|_1$ 。

> LinearAlgebra : -MatrixNorm(A,1);

9

【例 13】 画出 $f(x)=x^2\sin(x)-1$ 在区间 $[-7,7]$ 上的图像(图 0-7)。

> plot(x^2 * sin(x)-1, x=-7..7);

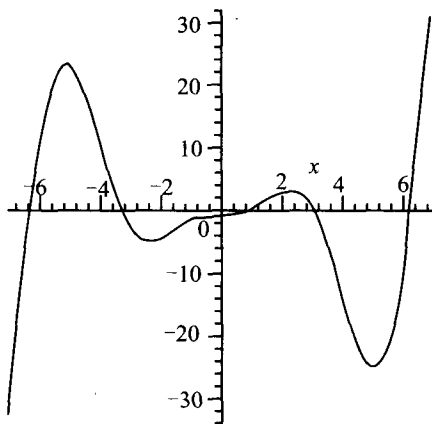


图 0-7

【例 14】 画长幅内次摆线: $\begin{cases} x=3\cos 2t+4\cos 3t \\ y=3\sin 2t-4\sin 3t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$ (图 0-8)。

> plot([3 * cos(2 * t)+4 * cos(3 * t), 3 * sin(2 * t)-4 * sin(3 * t), t=0..2 * Pi]);

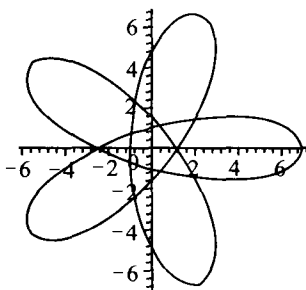


图 0-8

【例 15】 画出 $f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)}$ 在 $x \in [-2, 2], y \in [-2, 2]$ 上的图像(图 0-9)。