李世平　戴凡　编著

现代
测试技术基础

XIANDAICESHIJISHUJICHU

陕西科学技术出版社

现代测试技术基础

李世平　戴　凡　编著

陕 西 科 学 技 术 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

现代测试技术基础/李世平,戴凡编著. —西安:陕西科学技术出版社,2006.10

ISBN 7-5369-4152-8

Ⅰ.现... Ⅱ.①李...②戴... Ⅲ.测试技术

Ⅳ.TB4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 121766 号

内容简介

本书全面介绍了测试误差理论和计算机测试技术的基本原理和实现方法。全书共分九章,内容包括:测试误差概论、测试误差的性质与处理、误差的合成与分配、测量不确定度、计算机测试系统导论、计算机总线接口技术、模拟量输入通道、开关量输入/输出及模拟量输出通道和计算机仪器系统。

本书内容丰富、新颖,论述深入浅出,理论性突出。可作为高等院校测试与控制、仪器仪表自动化、自动控制等本科专业的教材和教学参考用书,也可供工程技术人员、科研人员和大专院校师生进行相关专业工作时的学习和参考。

出版者 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)87211894 传真(029)87218236
http://www.snstp.com

发行者 陕西科学技术出版社
电话(029)87212206 87260001

印 刷 西安长缨印刷厂

规 格 787mm×1092mm 16 开本

印 张 17.5

字 数 437 千字

版 次 2006 年 10 月第 1 版
2006 年 10 月第 1 次印刷

定 价 26 元

前　言

现代测试技术是以计算机测量技术的广泛应用为标志。随着计算机技术的迅速发展，计算机技术在常规测试仪器及仪表中的应用十分广泛，这使得传统的测量仪器在原理、功能、精度及自动化等方面发生了巨大的变化，出现了各种各样的计算机测试系统和测量仪器。广泛地被应用于航天、航空、导弹武器装备、核科学技术及工业生产的各个部门，使科学实验和应用工程的自动化程度和测试效率得以显著提高，并越来越受到各行各业的重视。

本书是为学习以计算机技术为特征的现代测试技术基础知识的高等院校的师生、从事计算机测试和智能仪器开发及研究的工程技术人员编写的。本书的目的是系统地介绍测试误差理论和 PC 计算机自动测试的基本理论和实现方法，并介绍相关方面的发展情况和最新的研究成果。全书共分九章，第一、二、三、四章全面介绍了测试误差的基本概念、测试误差的性质与处理、误差的合成与分配和测量不确定度。第五、六、七、八、九章详细地论述了计算机测试系统的各部分组成原理及实现技术中具有共性的部分，其内容包括计算机测试系统的总线技术、模拟量和数字量输入输出通道、实现各种常用电参量测量的工作原理和算法知识。使读者对现代测试技术的基础知识在理论上有一个比较深入的认识。

本书涉及的内容不仅顾及现代测试技术所需的基本理论和基础内容，而且尽量反映计算机测试领域内的最新科学技术和学术动态。本书的特点是在编排上将测试误差理论方面的知识和计算机测试技术知识分别论述，既讲述基础理论，也介绍实现技术及方法，使两者有机结合。

本书可用于高等院校测试与控制工程、自动化、仪器仪表自动化等专业本科生的教材和教学参考书，也可供工程技术人员、科研人员和大专院校师生进行相关专业工作时学习和参考。第二炮兵工程学院三系主任王仕成教授对本书的编写和出版工作十分重视，给予了热情的指导和大力支持，在此表示衷心的感谢。

本书在编写的过程中，引用了书末所列参考文献的部分内容，在此向这些作者表示感谢。

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中难免存在错误与不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

2006 年 3 月于第二炮兵工程学院

目　录

第一章　测试误差概论

1.1　研究误差的意义

在人类认识自然与改造自然的过程中，需要对自然界的各种物理量值进行观察、测量和研究。由于人类的认知能力受到现实实验方法和实验设备的不完善，周围环境的影响及限制，对各种物理现象和过程的测量和实验所获得数据与被测量真实数据之间，不可避免的存在差异，即产生误差。随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，虽然可将测量误差数值在允许的工程范围内控制得越来越小，但终究不能消除它。为了充分认识和不断缩小或消除误差，满足对物理对象的测量需要，必须对测量过程中和科学实验中始终存在着的误差进行研究。

研究测试误差的意义为：

1)正确认识误差的性质，分析误差产生的原因，以便消除或者减小误差。

2)正确处理测量和实验数据，合理计算所得结果，以便在一定条件下得到更接近于真值的数据。

3)正确地组织实验或测量过程，合理配置仪器或选用仪器，科学选取测量方法，以便在最经济和工程许可的条件下，得到理想的结果。

1.2　误差的基本概念

1.2.1　误差的定义

所谓误差就是测量值(测量结果)与被测值的真值之间的差值，可用以下数学式表示：

$$误差 = 测量值 - 真值 \tag{1-1}$$

例如：在直流电压测试中，测量某一电压的误差公式具体形式即为：

$$误差 = 测得电压值 - 真实电压值 \tag{1-2}$$

测量误差按其表示方法可分为绝对误差和相对误差两种，即可用绝对误差表示，也可用相对误差表示。

(1)绝对误差

量值的测得值和真值之差为绝对误差，通常简称为误差。

$$绝对误差 = 测得值 - 真值 \tag{1-3}$$

由式(1-3)可知，绝对误差可能是正值或是负值。

所谓真值是指在观测一个量时，该量本身所具有的真实大小。量的真值是一个理想的概念，一般是无法得到的，故式(1-3)只有理论上的意义。但在某些特定的情况下，真值又是可知

的。例如：三角形三个内角之和为 180°；一个整圆周角为 360°；按定义规定的国际千克基准的值可认为真值是 1kg 等。为了使用上的需要，在实际测量中，常用被测的量的实际值来代替真值，而实际值的定义是满足规定精确度要求的用来代替真值使用的量值，而这个实际值又称为约定真值。例如在计量检定工作中，把高一等级精度的标准所测得的量值称为约定真值。如用二级标准电压表测量某电压，测得值为100.2mV，若该电压用一级标准电压表测得值为100.5mV，则后者可视为约定真值，此时二级标准电压表的测量误差为－0.3mV。

在实际工作中，经常使用到修正值的概念。为消除系统误差用代数法加到测量结果上的值称为修正值，将测得值加上修正值后可得近似的真值，即：

$$\text{真值} \approx \text{测得值} + \text{修正值} \tag{1-4}$$

由此得

$$\text{修正值} = \text{真值} - \text{测得值} \tag{1-5}$$

修正值与测量误差值的大小相等而符号相反，测得值加修正值后可以消除该误差的影响，但必须注意，一般情况下真值是难以得到的，这样修正值本身也是存在误差的，修正后只能得到较测得值更为准确的结果，但误差仍然存在，只是较修正前减小。

(2)相对误差

绝对误差与被测值的真值之比值称相对误差。因测得值与真值接近，故也可近似用绝对误差与测得值之比值作为相对误差，即：

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \approx \frac{\text{绝对误差}}{\text{测得值}} \tag{1-6}$$

由于绝对误差可能为正值或负值，因此，相对误差也可能为正值或负值。

相对误差是无量纲数，通常以百分数(%)来表示。例如水银温度计测得某一温度为20.3℃，该温度用高一等级的温度计测得值为 20.2℃，因后者精度高，故可认为 20.2℃接近真实温度，而水银温度计测量的绝对误差为 0.1℃，其相对误差为：

$$\frac{0.1}{20.2} \approx \frac{0.1}{20.3} \approx 0.5\%$$

对于相同的被测量，绝对误差可以评定其测量精度的高低，但对于不同的被测量以及不同的物理量，绝对误差就难以评定其测量精度的高低，而采用相对误差来评定较为确切。

例如：用两种方法来测量 $L_1 = 100\text{mm}$ 的尺寸，其测量误差分别为 $\delta_1 = \pm 10\mu\text{m}$，$\delta_2 = \pm 8\mu\text{m}$，根据绝对误差大小，可知后者的测量精度高。但若用第三种方法测量 $L_2 = 80\text{mm}$ 的尺寸，其测量误差为 $\delta_3 = \pm 7\mu\text{m}$，此时用绝对误差就难以评定它与前两种方法精度的高低，必须采用相对误差来评定。

第一种方法的相对误差为：

$$\frac{\delta_1}{L_1} = \pm \frac{10\mu\text{m}}{100\text{mm}} = \pm \frac{10}{100000} = \pm 0.01\%$$

第二种方法的相对误差为：

$$\frac{\delta_2}{L_1} = \pm \frac{8\mu\text{m}}{100\text{mm}} = \pm \frac{8}{100000} = \pm 0.008\%$$

第三种方法的相对误差为：

$$\frac{\delta_3}{L_2} = \pm \frac{7\mu\text{m}}{80\text{mm}} = \pm \frac{7}{80000} \approx \pm 0.009\%$$

由此可知，第一种方法精度最低，第二种方法精度最高。

又如当我们测量两个频率量，其中一个频率为 100Hz，其绝对误差 Δf_1 为 1Hz；另一个频率为 100kHz，其绝对误差 Δf_2 为 10Hz。后者的绝对误差虽然是前者的 10 倍，但后者的测量准确度却比前者为高。也就是说，测量的准确程度，除了与误差的大小有关以外，还和被测量的大小有关。在绝对误差相等的情况下，测量值越小，测量的准确程度越低；测量值越大，测量的准确程度越高。

(3)引用误差

所谓引用误差指的是一种简化和实用方便的仪器仪表示值的相对误差，它是以仪器仪表某一点刻度点的示值误差为分子，以测量范围上限值或全量程为分母，所得的比值称为引用误差，又称为满度相对误差，即：

$$\text{引用误差} = \frac{\text{示值误差}}{\text{测量范围}} \tag{1-7}$$

例如测量范围上限为 100V 的直流电压表，在测量标准电压值为 80V 点的实测电压值为 81V，则此直流电压表在该刻度点的引用误差为

$$\frac{81\text{V} - 80\text{V}}{100\text{V}} = \frac{1}{100} = 1\%$$

引用误差给出的是某测量范围内的绝对误差的大小，适合用来表示指针式电表或仪器的准确度。电工指针仪表正是按照引用误差来进行精度分级的，例如 1.0 级的电表，就表明其引用误差≤1.0%。如果该电表同时有几个量程，则所有量程均有引用误差≤1.0%。很显然，在不同的量程段内，仪表所引起的绝对误差是不同的。常用电工仪表分为0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5 及 5.0 七级，分别表示它们的引用误差限的百分比。

1.2.2 误差来源

1.2.2.1 测量装置误差

在测量和获得实验数据的过程中，测量误差的来源可分为以下几个方面：

(1)标准量具误差

以固定形式复现测量标准量值的器具，如标准量块、标准电池、标准电阻、标准电感、标准电容、标准砝码等，它们本身所体现出的量值，由于现有技术的限制，不可避免地都含有误差。

(2)仪器误差

凡用来直接或间接将被测量和已知量进行比较来确定其量值的器具设备称为仪器或仪表，如交直流电桥、电子天平、交流电压/直流电压转换等比较仪器，电压表、电流表、电阻表等指示仪表，它们本身就存在有误差。

(3)附件误差

仪器及测量装置的附件及附属工具，如示波器的测试探头，高压电压表的衰减连接器等，其自身具有误差，同时也会引起测量误差。

1.2.2.2 环境误差

由于各种测试在实验环境因素与规定的标准状态不一致而引起的测量装置和被测量本身的变化所造成的误差，如温度、湿度、气压(引起空气各部分的扰动)、振动(外界条件及测量人员引起的振动)、照明(引起视差)、重力加速度、电磁场等所引起的误差。通常仪器仪表在规定的正常工作条件所具有的误差称为基本误差，而超出此条件时所增加的误差称为附加误差。

1.2.2.3 方法误差

由于测量方法不完善、测量所依据的理论本身不完善、测量数学模型忽略一些次要因数等所引起的误差，归为方法误差。如采用近似的测量方法而造成的误差，例如用钢卷尺测量大轴的圆周长 S，再通过计算求出大轴的直径 $d=S/\pi$，因近似数 π 取值的不同，将会引起误差。

1.2.2.4 人员误差

由于测量者受分辨能力的限制，因工作疲劳引起的视觉器官的生理变化，固有习惯引起的读数误差，以及精神上的因素产生的一时疏忽等所引起的误差。

总之，在计算测量结果的精度时，对上述四个方法的误差来源，必须进行全面认真的分析，力求做到不遗漏、不重复，特别要注意对误差影响较大的那些因素。

1.2.3 误差分类

从不同的角度出发，误差有各种分类方法，按照误差的表示方式可分为绝对误差、相对误差。按照误差的特点与性质，可以把误差分为系统误差、随机误差（也称偶然误差）和粗大误差三类。下面我们按第二种分法进行介绍。

1.2.3.1 系统误差

在同一条件下，多次对同一量值进行重复测量时，测量结果的绝对值和符号保持不变，或在测量条件改变时，按一定规律变化的误差称为系统误差。

例如标准量值的不准确、仪器刻度的不准确而引起的误差。

系统误差又可按下列方法进行分类：

(1)按对误差掌握的程度划分

已定系统误差是指误差绝对值和符号已经确定的系统误差。

未定系统误差是指误差绝对值和符号未能确定的系统误差，但通常可估计出误差变化的范围。

(2)按误差出现的规律划分

不变系统误差是指误差绝对值和符号为固定的系统误差。

变化系统误差是指误差绝对值和符号为变化的系统误差。按照误差变化的规律性，又可分为线性系统误差、周期性系统误差和复杂规律系统误差。

1.2.3.2 随机误差

在同一测量条件下，多次测量同一量值时，其测量结果的绝对值和符号以不可预定方式变化着的误差称为随机误差。随机误差不可能准确地得出，实际中只能得到随机误差的估计值。例如指针式仪器仪表中传动部件的间隙和摩擦，连接间的弹性形变等引起的示值不稳定会引起随机误差。

1.2.3.3 粗大误差

明显超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差，或称“寄生误差”。此误差值较大，明显歪曲测量结果，它不反映被测量的真实情况。如测量时对错了标志，读错或记错了数据，使用了有缺陷的仪器以及在测量中操作不细心，或在测量过程中测试条件发生突变，而引起的误差。

上面虽按误差性质将误差分为三类，但必须注意各类误差之间在一定条件下是可以相互转化的。对某项具体误差而言，在此条件下为系统误差，而在另一条件下可为随机误差，反之亦然。如按一定基本尺寸制造的量块，存在着制造误差，对某一块量块的制造误差是确定地，可认

为是系统误差，但对一批量块而言，制造误差是变化的，又成为随机误差。在使用某一量块时，没有检定出该量块的尺寸偏差，而按基本尺寸使用，则制造误差属随机误差。若检定出量块的尺寸偏差，按实际尺寸使用，则制造误差属系统误差。掌握误差转化的特点，可将系统误差转化为随机误差，用数据统计处理方法减小误差的影响；或将随机误差转化为系统误差，用修正方法减小其影响。

总之，系统误差和随机误差之间并不存在绝对的界限。随着人们对误差性质认识的深化和测试技术的不断发展，有可能把过去作为随机误差的某些误差分离出来作为系统误差来处理，或把某些系统误差当作随机误差来处理。这对于误差的处理开拓了新的方法。

最后应该指出，在任何一次测量中，系统误差和随机误差通常是同时存在的，在具体处理时，常按其对测量结果的影响分别按三种情况对待。

系统误差的影响远大于随机误差的影响，相对地说，随机误差可以忽略不计，此时基本上按照系统误差来处理。

系统误差小得可忽略，或经补偿后可忽略，此时基本上按照随机误差来处理。

系统误差和随机误差的影响相差不多，两者均不可忽略，此时应分别按不同方法来处理。

1.3 精度

反映测量结果与真值接近程度的量，称为精度。在传统上，它是一个衡量测量结果质量的指标。精度与测量误差的大小相对应，因此，可以使用测量误差的大小来表示精度的高低，误差小则精度高，误差大则精度低，误差的大小是精度高低的定量描述。

通常精度可分为：

1)准确度：它反映测量结果中系统误差的影响程度。

2)精密度：它反映测量结果中随机误差的影响程度。

3)精确度：它反映测量结果中系统误差和随机误差综合的影响程度。其定量特征可用测量的不确定度(或极限误差)来表示。

精度在数量上有时可用相对误差来表示，如相对误差为 0.01%，可笼统地说其精度为 10^{-4}，若纯属随机误差引起，则说其精密度为 10^{-4}，若是由系统误差与随机误差共同引起，则说其精确度为 10^{-4}。

对于具体的测量，精度高的准确度不一定高，准确度高的而精度不一定高，但精度高则说明准确度与精密度一定高。

如图 1-1 所示的打靶结果，子弹落在靶心周围有三种情况，图 1-1(a)的系统误差小而随机误差大，即准确度高而精密度低。图 1-1(b)的系统误差大而随机误差小，即准确度低而精密度高。图 1-1(c)的系统误差与随机误差都小，即精确度高，我们希望得到精确度高的结果。

值得注意的是，准确度、精密度、精确度都是定性的概念，若要定量给出，则应分别用偏差、实验标准偏差和测量不确定度的概念。定量分析是后面介绍的研究重点内容。

1.4 有效数字与运算

在对测量结果的表示和数据运算过程中，确定使用几位数字来表示测量或数据运算的结

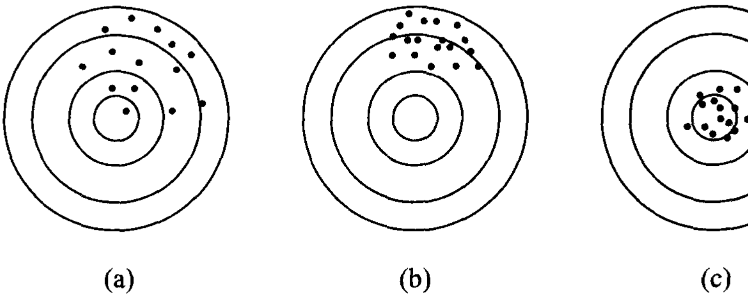

图 1-1 准确度、精密度和精确度

果，是一个十分重要的问题。测量结果既然包含有误差，说明它是一个近似数，其精度有一定限度，在记录测量的数据位数或进行数据运算时的取值多少时，皆应以测量所能达到的精度为依据。如果认为，不考虑测量结果的精度如何，在一个数值中小数点后面的位数愈多，这个数值就愈精确；或者在数据运算中，保留的位数愈多，精度就愈高，这种认识都是片面的。若将不必要的数字写出来，既费时间，又无意义。一方面是因为小数点的位置决定不了精度，它仅与所采用的单位有关，如电压 35.6mV 和 0.0356V 的精度完全相同，而小数点位置则不同。另一方面，测量结果的精度与所用测量方法及仪器有关，在记录或数据运算时，所取的数据位数，其精度不能超过测量所能达到的精度；反之，若低于测量精度，也是不正确的，因为它将损失精度。此外，在求解方程组时，若系数为近似值，其取值多少对方程组的解有很大影响。例如，下面的方程组(a)和(b)及其对应解为：

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x - 1.0001y = 0 \end{cases} \quad \text{对应解为} \begin{cases} x = 10001 \\ y = 10000 \end{cases} \tag{a}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x - 0.9999y = 0 \end{cases} \quad \text{对应解为} \begin{cases} x = -9999 \\ y = -10000 \end{cases} \tag{b}$$

两个方程组仅有一个系数相差万分之二，但所得方程解的结果差异极大，由此也可看出研究有效数字和数据运算规则的重要性。

1.4.1 有效数字

含有误差的任何近似数据，如果其绝对误差界是最末位数的半个单位，那么从这个近似数左方起的第一个非零的数字，称为第一位有效数字。从第一位有效数字起到最末一位数字止的所有数字，不论是零或非零的数字，都叫有效数字。若具有 n 个有效数字，就说是 n 位有效位数。例如取 $\pi=3.14$，第一位有效数字为 3，共有三位有效位数；又如 0.0027，第一位有效数字为 2，共有两位有效位数；而 0.00270，则为三位有效位数。

若近似数的右边带有若干个零的数字，通常把这个近似数写成 $a\times10^n$ 形式，而 $1\leqslant a<10$。利用这种写法，可从 a 含有几个有效数字来确定近似数的有效位数。如 2.400×10^3 表示四位有效位数；2.40×10^3 和 2.4×10^3，分别表示三位和两位有效位数。

在测量结果中，最末一位有效数字取到哪一位，是由测量精度来决定的，即最末一位有效数字应与测量精度是同一量级的。例如用某级电压表测量电压时，其测量精度最高只能达到 0.01mV，若测量电路两端的电压为 $V=20.531\text{mV}$，显然小数点后第二位数字已不可靠，而第

三位数字更不可靠，此时只应保留小数点后第二位数字，即写成 $V=20.53\text{mV}$，为四位有效位数。由此可知，测量结果应保留的位数原则是：其最末一位数字是不可靠的，而倒数第二位数字应是可靠。测量误差一般取 1～2 位有效数字，因此上述用电压表测量的结果可表示为 $V=(20.53\pm0.01)\text{mV}$。

在比较重要的测量时，测量结果和测量误差可比上述原则再多取一位数字作为参考，如测量结果可表示为 25.214 ± 0.032。因此，凡遇有这种形式表示的测量结果，其可靠数字为倒数第三位数字，不可靠数字为倒数第二位数字，而最后一位数字则为参考数字。

1.4.2 数字舍入原则

对于测量数据位数很多的近似数，当有效位数确定后，其后面多余的数字应予舍去，而保留的有效数字最末一位数字应按下面的舍入规则进行凑整：

1)若舍去部分的数值，大于保留部分的末位的半个单位，则末位加 1。

2)若舍去部分的数值，小于保留部分的末位的半个单位，则末位不变。

3)若舍去部分的数值，等于保留部分的末位的半个单位，则末位凑成偶数。当末位为偶数时则末位不变，当末位为奇数时则末位加 1。

这种数字的舍入规则是按照数据在舍入时的概率相等原理进行制定的。

例如，按上述舍入规则，将下面各个数据保留四位有效数字进行凑整。

原有数据	舍入后数据
3.14159	3.142
2.71729	2.717
4.51050	4.510
3.21550	3.216
6.378501	6.379
7.691499	7.691
5.43460	5.435

由于数字舍入而引起的误差称为舍入误差，按上述规则进行数字舍入，其舍入误差皆不超过保留数字最末位的半个单位。必须指出，这种舍入规则的第 3 条明确规定，被舍去的数字不是见 5 就入，从而使舍入误差成为随机误差，在大量运算时，其舍入误差的均值趋于零。这就避免了过去所采用的四舍五入规则时，由于舍入误差的累积而产生系统误差。

1.4.3 数据运算规则

在近似数运算中，为了保证最后运算结果有尽可能高的精度，所有参与运算的数据，在有效数字后可多保留一位小数作为参考数字，或称为安全数字。

1)在近似数加减运算时各运算数据以小数位数最少的数据位数为准，其余各数据可多取一位小数，但最后结果与小数位数最少的数据小数位相同。

例如，求 $2643.0+987.7+4.187+0.2354=?$

$$2643.0+987.7+4.187+0.2354\approx2643.0+987.7+4.19+0.24$$
$$=3635.13\approx3635.1$$

2)在近似数乘除运算时，各运算数据以小数位数最少的数据位数为准，其余各数据要比有

效位数最少的数据位数多取一位数字，而最后结果应与有效位数最少的数据位数相同。

例如，求 $15.13\times4.12=62.3356\approx62.3$

3）在近似数平方或开方运算时，平方相当于乘法运算，开方是平方的逆运算，故可按乘除运算处理。

4）在对数运算时，n 位有效数字的数据应该用 n 位对数表，或用 $(n+1)$ 位对数表，以免损失精度。

5）三角函数运算，所取函数的位数应随角度误差的减小而增多，其对应关系如下表所示。

角度误差	10″	1″	0.1″	0.01″
函数值位数	5	6	7	8

以上所述的运算规则，都是一些常见的最简单情况，但实际问题的数据运算皆较复杂，往往一个问题要包括几种不同的运算，对中间的运算结果所保留的数据位数可比简单运算结果多取一位数字。

习　题

1-1　测得某三角块的三个角度之和为 180°00′02″，试求测量的绝对误差和相对误差。

1-2　在万能测长仪上，测量某一被测件的长度为 50mm，已知其最大绝对误差为 1μm，试问该被测件的真实长度为多少？

1-3　用二等标准活塞压力计测量某压力得100.2Pa，该压力用更准确的办法测得为100.5Pa，问二等标准活塞压力计测量值的误差为多少？

1-4　在测量某一长度时，读数值为 2.31m，其最大绝对误差为 20μm，试求其最大相对误差。

1-5　使用凯特摆时，g 由公式 $g=4\pi^2(h_1+h_2)/T^2$ 给定。今测出长度 (h_1+h_2) 为 (1.04230 ± 0.00005)m，振动时间 T 为 (2.0480 ± 0.0005)s。试求 g 及其最大相对误差。如果 (h_1+h_2) 测出为 (1.04220 ± 0.0005)m，为了使 g 的误差能小于 $0.001\mathrm{m/s^2}$，T 的测量必须精确到多少？

1-6　检定 2.5 级（即引用误差为 2.5%）的全量程为 100V 的电压表，发现 50V 刻度点的示值误差 2V 为最大误差，问该电压表是否合格？

1-7　为什么在使用微安表等各种电表时，总希望指针在全量程的 2/3 范围外使用？

1-8　用两种方法测量 $L_1=50$mm，$L_2=80$mm。分别测得 50.004mm，80.006mm。试评定两种方法测量精度的高低。

1-9　多级弹道火箭的射程为 10000km 时，其射击偏离预定点不超过 0.1km，优秀射手能在距离 50m 远处准确地射中直径为 2cm 的靶心，试评述哪一个射击精度高？

1-10　若用两种测量方法测量某零件的长度 $L_1=110$mm，其测量误差分别为 $\pm11\mu$m 和 $\pm9\mu$m；而用第三种测量方法测量另一零件的长度 $L_2=150$mm，其测量误差为 $\pm12\mu$m，试比较三种测量方法精度的高低。

第二章　测试误差的性质与处理

在任何测量中，误差总是不可避免地存在着。在相同条件下，对同一量值进行重复测量时，无论使用的仪器多精确，方法多完善，测量者多细心，最后得到的各次测量结果大多数是不一样的。这是因为众多因素在影响着测量过程，而且各种影响因素还在不断地变化着。为了提高测量精度，必须尽可能地消除或减小测量误差，因此，有必要对测量过程中存在的各种误差的性质、出现规律、产生原因、测量数据的判别规则、数据处理算法、发现与消除或减小它们的主要方法以及测量结果的不确定度评定等方面，作进一步的分析。

2.1　随机误差

2.1.1　随机误差产生的原因

在相同测量条件下，当对同一测量值进行多次等精度测量时，得到一系列不同的测量值，每个测量值都包含有误差，这些误差的出现又没有确定的规律，即前一个误差出现后，不能预定下一个误差的大小和方向，对单次测量而言，随机误差的大小和符号都是不确定的，没有规律性。但在进行多次测量后，就总体而言，随机误差却呈现出统计规律性。

随机误差是由许多暂时未能掌握或不便掌握的微小因素所构成，它们以各种各样的方式影响测量结果。主要有以下几个方面：

1)测量装置方面的因素。测试仪表中零部件配合的不稳定性、零部件的变形、摩擦、电路元器件内各种噪声的影响等。

2)环境方面的因素。测试温度的微小波动、湿度与气压的微量变化、光照强度的变化、灰尘以及电磁场的变化等。

3)人员方面的因素。测试瞄准、读数的不稳定等。

2.1.2　正态统计分布

若测量过程中不包含系统误差和粗大误差，则该测量数据中的随机误差一般具有以下几种统计特征：

1)绝对值相等的正误差和负误差出现次数相等，这称为误差的对称性。

2)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数多，这称为误差的单峰性。

3)在一定的测量条件下，随机误差的绝对值不会超过一定的界限，这称为误差的有界性。

4)随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋向于零，这称为误差的抵偿性。

最后一个特征可由第一特征推导出来，因为绝对值相等的正误差和负误差之和可以互相抵销。对于有限次测量，随机误差的算术平均值是一个有限小的量，而当测量次数无限增大时，它趋向于零。

服从正态统计分布的随机误差均具有以上四个统计特征。由于多数随机误差都服从正态分布，因而正态分布在误差理论中占有十分重要的地位。

设被测量真值为 L_0，一系列测得值为 l_i，则测量列的随机误差 δ_i 为：

$$\delta_i = l_i - L_0 \qquad (i = 1,2,3,\cdots,n) \tag{2-1}$$

正态分布的分布函数 $F(\delta)$ 与分布密度 $f(\delta)$ 分别为：

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\delta^2/(2\sigma^2)} \tag{2-2}$$

$$F(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\delta}\mathrm{e}^{-\delta^2/(2\sigma^2)}\mathrm{d}\delta \tag{2-3}$$

式中，σ 为标准差（或均方根误差）；e 为自然对数的底，其值为 2.7182…。

它的数学期望为：

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}\delta f(\delta)\mathrm{d}\delta \tag{2-4}$$

它的方差为：

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\delta^2 f(\delta)\mathrm{d}\delta \tag{2-5}$$

其平均误差为：

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty}|\delta| f(\delta)\mathrm{d}\delta = 0.7979\sigma \approx \frac{4}{5}\sigma \tag{2-6}$$

此外由

$$\int_{-\rho}^{\rho} f(\delta)\mathrm{d}\delta = \frac{1}{2}$$

可解得或然误差为：

$$\rho = 0.6745\sigma \approx \frac{2}{3}\sigma \tag{2-7}$$

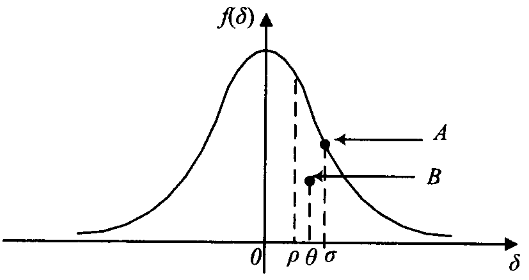

图 2-1 正态分布曲线的各精度参数

图 2-1 为正态分布曲线以及各精度参数在图中的坐标。σ 值为曲线上拐点 A 的横坐标，θ 值为曲线右半部面积重心 B 的横坐标，ρ 值的纵坐标线则平分曲线右半部面积。

2.1.3 算术平均值

对某一量进行等精度测量，由于存在随机误差，其测量值皆不相同，根据随机误差出现的分布特征，应以全部测量值的算术平均值作为最后测量结果。

(1)算术平均值的意义

在系列测量中，被测量的 n 个测量值的代数和除以 n 而得到的值称为算术平均值。

设 $l_1, l_2, l_3, \cdots, l_n$ 为 n 次测量所得到的值，则算术平均值 $\overline{x}$ 为：

$$\overline{x} = \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n} \tag{2-8}$$

算术平均值与被测量的真值最为接近，由概率论的大数定律可知，若测量次数无限增加，则算术平均值 $\bar{x}$ 必然趋近于真值 L_0。

由式(2-1)求和得：

$$\delta_1+\delta_2+\cdots+\delta_n=(l_1+l_2+\cdots+l_n)-nL_0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\delta_i=\sum_{i=1}^{n}l_i-nL_0$$

$$L_0=\frac{\sum_{i=1}^{n}l_i}{n}-\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i}{n}$$

根据正态分布随机误差的第四特征可知：

当 $n\to\infty$ 时，有 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i\to 0$，所以 $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}l_i}{n}\to L_0$

由此可见，如果能对某一量进行无限多次测量，就可以得到不受随机误差影响的测量值，或影响甚微，可以忽略。这就是当测量次数无限增大时，算术平均值(数学上称之为最大或然值)被认为是最接近于真值的理论依据。由于实际上都是有限次测量，我们只能把算术平均值近似的作为被测量的真值。

一般情况下，被测量的真值为未知，不可能按式(2-1)求得随机误差，这时可用算术平均值代替被测量的真值进行计算，则有：

$$\nu_i=l_i-\bar{x} \tag{2-9}$$

式中，l_i 为第 i 个测量值，$i=1,2,\cdots,n$；ν_i 为 l_i 的残余误差(简称残差)。

如果测量列中的测量次数和每个测量数据的位数皆较多，直接按式(2-8)计算算术平均值，既繁琐，又容易产生错误，此时可用简便方法进行计算。

任选一个接近所有测量值的数 l_0 作为参考值，计算每个测量值 l_i 与 l_0 的差值

$$\Delta l_i=l_i-l_0 \qquad (i=1,2,3,\cdots,n)$$

因

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}l_i}{n} \qquad \Delta\bar{x}_0=\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta l_i}{n}$$

则

$$\bar{x}=l_0+\Delta\bar{x}_0 \tag{2-10}$$

式中的 $\Delta\bar{x}_0$ 为简单数值，很容易计算，因此按式(2-10)求算术平均值比较简便。

例 2-1　用直流电流表测量电路中某支路的电流，测量 10 次，得到的测量结果见表 2-1，求算术平均值。

表 2-1　　单位：mA

序号	A_i	ΔA_i	ν_i
1	1879.64	−0.01	0
2	1879.69	+0.04	+0.05
3	1879.60	−0.05	−0.04
4	1879.69	+0.04	+0.05