

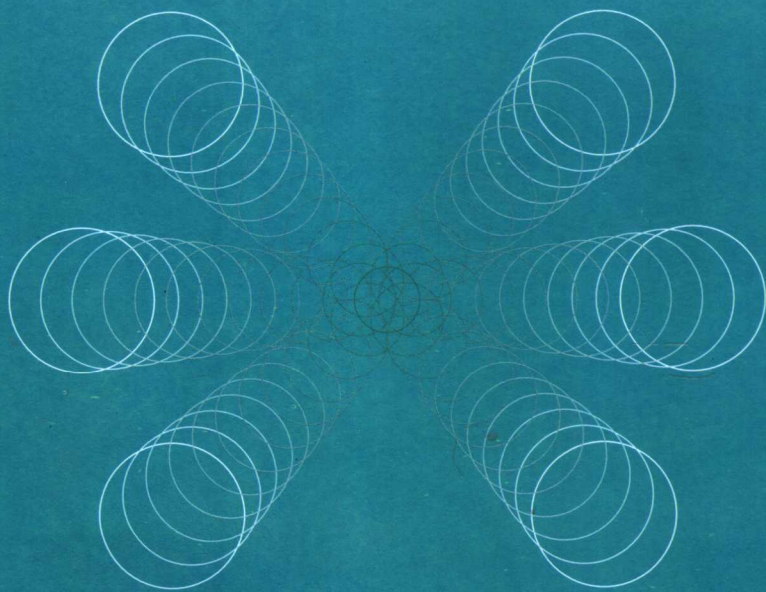
丛书主编 杨黎明

副主编 杨志勤 厉虹

机电一体化设计系列丛书

转子现场 动平衡技术

◎ 安胜利 杨黎明 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

机电一体化设计系列丛书

丛书主编 杨黎明
副主编 杨志勤 厉虹

安胜利 杨黎明 编著

转子现场动平衡技术

国防工业出版社
<http://www.ndip.cn>

内 容 简 介

本书以基本理论和概念为基础讲解动平衡,以实践经验为主,系统地介绍现场动平衡的理论和方法,通过大量的实例说明现场动平衡的实用方法。第1、2、3、4章介绍动平衡的基础知识和不平衡振动理论;第5、6章介绍现场动平衡的测量和校正以及动平衡的准备工作;第7章介绍现场动平衡基本方法;第8、9章介绍现场动平衡实例以及汽轮机转子和发电机转子动平衡超速试验;第10章介绍动平衡方面的标准;附录摘抄有关标准的实用图表和计算公式。

图书在版编目(CIP)数据

转子现场动平衡技术/安胜利,杨黎明编著. —北京:国防工业出版社,2007.4

(机电一体化设计系列丛书/杨黎明主编)

ISBN 978-7-118-04884-1

I. 转... II. ①安... ②杨 III. 转子—动平衡
IV. TH136

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 144787 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 10% 字数 276 千字

2007 年 4 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 25.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

序 言

“机电一体化”是指在机械的主功能、动力功能、信息处理功能和控制功能等方面引入电子技术,并将机械装置、电力电子设备及相关技术设备组成的有机整体——机械电子产品或系统的总称。

机电一体化技术发展的状况标志着一个国家机械电子科学技术的发展水平,因此,发展机电一体化技术是发展我国机械电子科学技术的必由之路,也是振兴我国机械电子工业的主攻方向。目前,发达国家机电一体化技术已经很普及,国内一些工厂、企业、科研院所及大专院校在各领域已经开展机电一体化工作,并取得了一定成绩,但开展力度不大,不普遍。

为了促进我国机电一体化技术的发展,国防工业出版社特组织专家、教授和工程技术人员编写出版这套《机电一体化设计系列丛书》。

这套丛书包括:

- 《机构选型与运动设计》
- 《机械零部件选用与设计》
- 《机械优化设计》
- 《机械可靠性设计》
- 《转子现场动平衡技术》
- 《机电传动控制技术》
- 《伺服技术》
- 《传感器检测技术》
- 《精密机械元器件与电子元器件》
- 《机电一体化应用集锦》

编写这套丛书时,着重突出以下特点:

(1) 系统性。这套丛书涉及的内容基本覆盖机电一体化技术的相关学科,便于读者系统、深入地学习和应用机电一体化技术。

(2) 实用性。这套丛书从实用出发,本着“必需、够用、实际”的原则精选内容,在简要论述原理、方法、结构、标准的基础上,列举了大量的理论联系实际例题,有较强的设计示范作用。

(3) 针对性。这套丛书主要是为中小工厂、企业从事机电一体化技术的人员学习和应用编写的,读者在机电一体化技术相关学科都有一定的理论基础和实践经验。因此,策划丛书书目时,基本是按一门学科或一个子系统一本书的原则划分的。因此,丛书内容专、篇幅小,便于读者根据需要选购。

(4) 适用性。这套丛书还可以作为大专院校和职业学校学习机电一体化技术的参考书或教材。因此,这套丛书对促进机电一体化技术的发展具有普及性和适用性。

希望读者喜爱这套丛书,并提出宝贵意见。

杨黎明
2006年9月

前 言

转子不平衡影响(振动)到我们日常的生活和工作。不管是家用电器、办公设备、运输车辆、轮船和飞机,还是工矿企业的各种设备,不平衡总是以显著的振动形式表现出来。它的影响不仅如此,当超出允许界线时,还危害人类、损坏设备、破坏环境,例如缩短机械工作寿命、降低使用价值,造成设备和人身安全事故,产生噪声破坏工作环境,并且导致操作人员身心的压力。

为了消除不平衡的存在,以延长机器的寿命,改善工作性能,得到平稳无振动的运行,几乎所有转子都要进行动平衡。为此,几十年来工程技术人员特别是动平衡专家们做了许多技术标准化以及大量的动平衡实践工作,取得了很大的成绩。随着微电子技术的迅速发展,使用现代化便携式测试仪器,不需要拆卸机器也不需要平衡机就可以简单快捷、经济有效地测定和消除不平衡,减少不平衡振动对人类的危害,这就是现场动平衡。

动平衡是任何基础工业都不能不考虑的一个生产工序。特别是现场动平衡,在生产、设备检修,甚至在机器保养方面也变得日益频繁。不仅小型检修车间像大型企业一样有平衡机,而且随着现代电子技术和计算机化的不断发展,便携式现场平衡仪正在解决现场机械设备各种振动的不平衡问题。然而,关于动平衡的书籍在市场上比较少见,专门论述现场动平衡的书籍也非常少,动平衡技术特别是现场动平衡技术还不够普及。在工业系统中,许多人还不了解动平衡,认为动平衡技术很难掌握,甚至在工程技术人员中,懂得动平衡的也不多,而且时常发现机械设计人员在设计转子时对动平衡提出错误的技术要求。为了让更多的人了解动平衡,学习动平衡技术,本书就动平衡的基本知识和概念特别是现场动平衡技术进行讲解,理论和实际相结合,以大量的实例说明动平衡的原理。

本书以基本理论和概念为基础讲解动平衡,以实践经验为主,系统地介绍现场动平衡的理论和方法,通过大量的实例说明现场动平衡的实用方法。第1、2、3、4章介绍动平衡的基础知识和不平衡振动理论;第5、6章介绍现场动平衡的测量和校正以及动平衡的准备工作;第7章介绍现场动平衡基本方法;第8、9章介绍现场动平衡实例以及汽轮机转子和发电机转子动平衡超速试验;第10章介绍动平衡方面的标准;附录摘抄有关标准的实用图表和计算公式。

本书是《机电一体化设计系列丛书》的重要组成部分,全书共10章,第1、2章由杨黎明编写,其余各章由安胜利编写,安胜利为第一编著人。

本书是关于动平衡技术的基础知识读物,对从事动平衡工作的技术人员、设备检修人员来说是一本较实用的参考书,对从事本专业的研究设计人员和企业管理者也有一定的参考价值。

由于编者水平有限,书中难免有缺点和错误,诚恳请读者批评指正。

编者
2006年8月

目 录

第1章 机械振动基础/1

- 1.1 机械振动的概念/1
- 1.2 自由振动/2
 - 1.2.1 恢复力和运动方程式/2
 - 1.2.2 运动方程式、振幅、周期、频率/3
- 1.3 阻尼对自由振动的影响/6
- 1.4 受迫振动/7
 - 1.4.1 激振力/7
 - 1.4.2 受迫振动/7
 - 1.4.3 共振曲线/8
 - 1.4.4 阻尼对受迫振动的影响/10

第2章 转子的动平衡原理/12

- 2.1 转子的不平衡/12
 - 2.1.1 转子不平衡/12
 - 2.1.2 不平衡的轴向分布/14
 - 2.1.3 恒态(刚性)转子不平衡状态的表示/14
 - 2.1.4 具有挠性特征(轴弹性)的转子不平衡状态的表示/15
 - 2.1.5 转子结构形式/16
 - 2.1.6 轴承支反力与不平衡分布/17
 - 2.1.7 不平衡的分类/18
- 2.2 动平衡原理/21
 - 2.2.1 恒态(刚性)转子的动平衡原理/21
 - 2.2.2 挠性转子的动平衡原理——多面平衡/24

第3章 不平衡响应/28

- 3.1 不平衡振动量的描述/28
 - 3.1.1 简谐振动三要素/28
 - 3.1.2 振动位移、速度和加速度/29
 - 3.1.3 振幅的表示/30
 - 3.1.4 旋转机械的混频振动和基频

振动/31

- 3.2 不平衡和不平衡响应/31
- 3.3 转子不平衡振动分析/33
 - 3.3.1 转子不平衡振动系统微分方程的建立/33
 - 3.3.2 转子不平衡振动的稳态解/34
 - 3.3.3 转子不平衡振动分析/35
 - 3.3.4 转子的“弓状旋转”/38
 - 3.3.5 转子圆盘的陀螺效应/39

第4章 机上动平衡和现场动平衡/40

- 4.1 机上动平衡简介/40
 - 4.1.1 动平衡机的组成/40
 - 4.1.2 光点矢量瓦特表测量原理/42
 - 4.1.3 真空动平衡试验设备/44
 - 4.1.4 动平衡机的选型和校验/45
- 4.2 现场动平衡简介/47
- 4.3 现场动平衡的必要性/49
- 4.4 现场动平衡的优点以及应用领域/50

第5章 现场动平衡测试和校正/52

- 5.1 现场动平衡振动测试系统/52
 - 5.1.1 测试系统的组成/52
 - 5.1.2 测量传感器的工作原理/53
 - 5.1.3 测试仪器的功能和主要技术性能/57
- 5.2 现场动平衡的测量/58
 - 5.2.1 振动测量/58
 - 5.2.2 相位测量/61
- 5.3 现场动平衡的校正/62
 - 5.3.1 校正方法/62
 - 5.3.2 在校正平面上加配重块的方式/63
 - 5.3.3 动平衡配重的封装处理/64
 - 5.3.4 动平衡配重的合成与分解/64

- 5.3.5 配重块安装相位的测量/65
- 5.3.6 配重块相位测量的新方法/66

第6章 现场动平衡的准备/68

- 6.1 现场动平衡的环境和安全要求/68
 - 6.1.1 现场动平衡的安全/68
 - 6.1.2 现场动平衡对机器设备环境的基本要求/68
 - 6.1.3 现场动平衡对平衡人员的要求/69
- 6.2 现场动平衡方案的准备/69
 - 6.2.1 现场动平衡前的振动分析/69
 - 6.2.2 被平衡的机器设备的安放/70
 - 6.2.3 校正面的选择/70
 - 6.2.4 平衡转速的选择/71
- 6.3 现场动平衡测试仪器和附件安装/71
 - 6.3.1 测量传感器安装/71
 - 6.3.2 信号线连接的注意事项/74
 - 6.3.3 振动测量点的布置/74
 - 6.3.4 现场动传感器和平衡测振仪器的标定/75

第7章 现场动平衡的基本方法/76

- 7.1 现场动平衡的一般过程/76
- 7.2 单平面动平衡/77
 - 7.2.1 单平面动平衡实例/77
 - 7.2.2 剩余不平衡量的评价/80
 - 7.2.3 测振幅动平衡法/81
- 7.3 两平面动平衡/83
 - 7.3.1 两校正平面动平衡的选择/83
 - 7.3.2 两平面动平衡程序框图/84
 - 7.3.3 两平面动平衡初始振动矢量的分析/85
 - 7.3.4 两平面动平衡实例/87
 - 7.3.5 剩余不平衡量的评价和重复平衡/89
- 7.4 多平面平衡/89
 - 7.4.1 振型平衡法/90
 - 7.4.2 影响系数法/92
- 7.5 现场动平衡的特殊情况/95
 - 7.5.1 不稳定测量值/95

- 7.5.2 非重复性测量/96
- 7.5.3 非线性振动工况/96

第8章 现场动平衡的实践/98

- 8.1 加工机床的现场动平衡/98
 - 8.1.1 组合机床/98
 - 8.1.2 精密数控立车/99
 - 8.1.3 石英晶体喷射机/100
- 8.2 泵类电机的现场动平衡/101
 - 8.2.1 化工厂水泵电机/101
 - 8.2.2 炼油厂水泵电机/103
 - 8.2.3 发电厂水泵电机/104
 - 8.2.4 立式油泵电机/104
- 8.3 风机类设备的现场动平衡/105
 - 8.3.1 制氧轴流风机/105
 - 8.3.2 大型离心式鼓风机/106
 - 8.3.3 带钢厂退火炉风机/107
- 8.4 发电设备的现场动平衡/108
 - 8.4.1 汽轮发电机组/108
 - 8.4.2 水轮发电机组/110
 - 8.4.3 核潜艇发电机组/110
- 8.5 机电装置的现场动平衡/111
 - 8.5.1 高速真空泵/111
 - 8.5.2 抛球机/113
 - 8.5.3 轧钢减速机飞轮/114
 - 8.5.4 钢筋输送装置/115
 - 8.5.5 试验装置/116
- 8.6 特殊机器部件的动平衡/117
 - 8.6.1 液力耦合器鼓轮/117
 - 8.6.2 高速精密万向轴/119
 - 8.6.3 盘条输出轮/121
- 8.7 大型电动机的现场动平衡/121

第9章 汽轮机转子和发电机转子动平衡超速试验/125

- 9.1 动平衡超速使用的设备/125
- 9.2 汽轮机转子真空动平衡超速试验/126
 - 9.2.1 汽轮机转子结构特点/126
 - 9.2.2 试验工艺过程/127
 - 9.2.3 试验特点/128

9.2.4	汽轮机转子动平衡试验实例/133
9.3	发电机转子动平衡超速试验/136
9.3.1	发电机转子的结构特点/136
9.3.2	试验工艺过程/137
9.3.3	试验特点/138
9.3.4	热态动平衡试验/140
第 10 章	现场动平衡的评价/143
10.1	平衡标准的介绍/143
10.2	动平衡的评价指标/145
10.2.1	允许剩余不平衡量评价指标(平衡品质级别 G)/145
10.2.2	整机振动状态评价指标/147
10.2.3	同频振动(基频振动)考核指标/147
10.2.4	评价指标的相似关系/148
10.3	动平衡评价方法/148

10.3.1	恒态(刚性)转子剩余不平衡的评价/148
10.3.2	具有挠性特征(轴弹性)的转子动平衡的评价方法/150
10.3.3	不平衡状态的控制/153
附录	/154
附录 1	振动加速度、速度和位移的关系/154
附录 2	转子动平衡品质级别应用图表/155
附录 3	绝对轴承振动评价指标图表/157
附录 4	旋转轴振动的评价指标图表/160
附录 5	主要符号表/162
参考文献	/164

第 1 章 机械振动基础

1.1 机械振动的概念

1. 振动的定义

一个物理量的值在观测时间内不停地经过极大值和极小值而变化,这种变化状态称为振动。在上述定义中,作振动的物理量常称为振动量。振动量是一个力学量,如振动位移和角位移、振动速度、振动加速度等。本章所讨论的振动是机械振动。

2. 机械振动的原因

引起机械振动的原因是多方面的,对于机器而言,往往由于转动构件的不平衡惯性力、负载的不均匀、运动副的间隙等都会产生振动。上述产生机械振动的原因都是外因,引起机械振动的内因是什么?下面通过图 1-1 所示的力学模型,即质量—弹簧系统的分析做出回答。

当重物(如转子)在某种干扰力(如惯性力)作用下,离开平衡位置 A 点时,弹簧对重物的作用力大于重物的质量,因而产生向上的恢复力 F ,使重物返回平衡位置 A 点。具有一定速度的重物由于惯性而继续向上运动,之后,重物便受到向下的弹性恢复力 F_1 的作用,上升速度逐渐减少,达到最高点 B 时速度为零。在恢复力 F_1 继续作用下,重物又返回到平衡位置。如此循环往复运动,重物便在其平衡位置附近来回往复运动,也就是振动。可见,由一个弹簧和一个质量组成的系统就可能产生振动。弹簧显示系统使物体恢复到原有位置(或原有形状)的本领,即弹性;而质量则是物体惯性的度量之一。由于物体具有惯性,不能一到原有位置(或原有形状)就停下来,要继续运动,因此产生振动。可见,物体的弹性和惯性是产生振动的内因。凡是物体都有惯性,而一切金属和非金属材料在一定限度内又都有弹性。只要外界提供一定条件(如激振力),就能激发振动,这就是振动现象在工程中广泛存在的原因。

质量—弹簧系统是研究机械振动最简单的力学模型。工程中单纯的质量—弹簧系统很少见,但很多结构可以简化为这种力学模型。例如,图 1-2(a)所示安装在混凝土基础上的立式往复发动机,连同基础可简化为一个上下直线运动的质量 m ,基础支承在土壤上,土壤有一定的弹性,因此土壤对基础的作用可简化为一个弹簧。在研究发动机与基础的上下振动时,就可近似地将其简化为一个质量—弹簧系统,如图 1-2(b)所示。

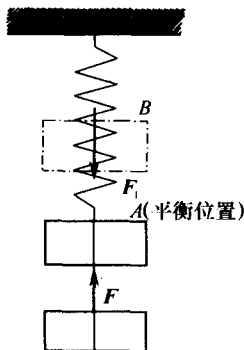


图 1-1 质量—弹簧系统

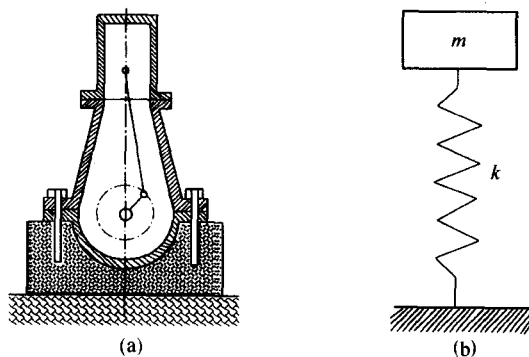


图 1-2 立式发动机与基础简化为质量—弹簧系统

又如图 1-3(a)所示,电动机固定在梁上,由于梁发生弯曲变形时会提供像弹簧一样的恢复力,因此,可以抽象为一个弹簧,略去梁的质量不计,电动机是一个集中质量。因此电动机与梁可简化为一个质量—弹簧系统,如图 1-3(b)所示。

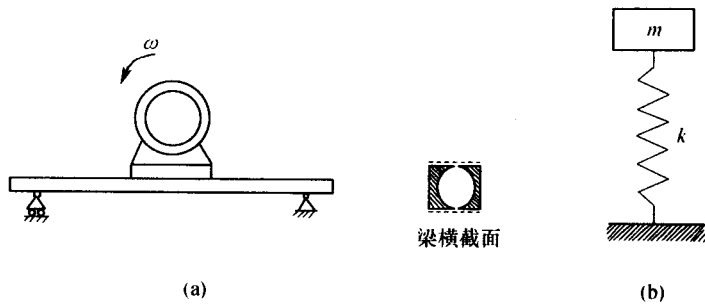


图 1-3 电动机与梁简化为质量—弹簧系统

3. 振动的危害

一般来说,振动往往带来许多危害。例如,机床振动会降低工件加工精度、增大表面粗糙度;电动机和汽轮机转子的过大振动会使运转不正常,甚至造成破坏事故;船舶振动会影响旅客的安适,妨碍船上仪器的精确使用;振动所引起的交变应力会使零件发生疲劳破坏等。但振动也有可利用的一面,例如振动造型、振动打桩、振动送料等都是利用振动工作。研究振动的目的是消除振动的有害一面,利用其有利一面。

1.2 自由振动

1.2.1 恢复力和运动方程式

如图 1-4 所示一重物,重为 W ,质量为 m ,弹簧原长为 l_0 ,当弹簧与重物保持静止时,弹簧静伸长 δ_j 。当重物偏离平衡位置发生振动时,假设弹簧始终处于弹性范围内,并且弹性力 F 的大小与弹簧的变形 δ 成正比,即 $F = k\delta$ 。式中 k 为弹簧刚度,平衡时(图 1-4(a))因 $W = k\delta_j$,所以:

$$k = W/\delta_j \quad (1-1)$$

弹簧刚度表示弹簧从原长位置产生单位伸长或压缩时弹性力的大小,其单位为 kg/cm 。

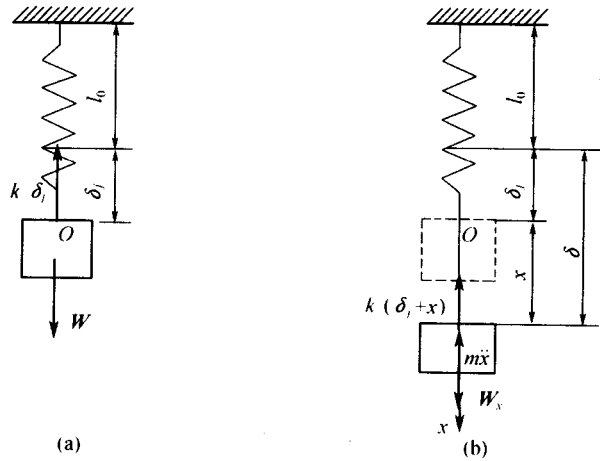


图 1-4 质点的直线振动
(a) 平衡时; (b) 振动时

由于重物总是在其平衡位置附近振动,为简化运动方程式,一般均选平衡位置为坐标原点 O , (图 1-4(b)) x 轴向下方向为正。

重物距原点(O)所受弹性力为:

$$F = k(\delta_j + x) \quad (\text{方向向上})$$

作用在重物上的重力 W 与弹性力 F 在 x 轴的投影为:

$$\sum F_x = W - k(\delta_j + x)$$

将关系式(1-1)代入上式得:

$$\sum F_x = -kx$$

上式说明重物相当于仅受到一个正比于 x 并指向平衡位置的合力作用。

1. 恢复力

上述与重物质量大小相等、方向相反,使重物回到平衡位置的力 $-kx$ 称为线恢复力。

2. 运动微分方程式

应用动静法可以列出重物(质点)的运动微分方程,即在重物 W 上加上惯性力后,则惯性力与恢复力组成一个平衡力系。因重物作直线运动,所以惯性力为 $-m\ddot{x}$, 于是有:

$$\sum F_x = 0 \quad -kx - m\ddot{x} = 0$$

或

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1-2)$$

式(1-2)就是重物 W (质点)的运动方程。将式(1-2)改写为:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (1-3)$$

令

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (1-4)$$

则有

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (1-5)$$

1.2.2 运动方程式、振幅、周期、频率

1. 运动方程式

求解运动微分方程式(1-5),可以求得重物 W (质点)的 x 坐标随时间变化的规律,即运动方程式。设式(1-5)有 $x = e^r$ 形式的解,则 $\ddot{x} = r^2 e^r$,代入式(1-5)得:

$$e^r(r^2 + \omega_n^2) = 0$$

因

$$e^r \neq 0$$

所以

$$(r^2 + \omega_n^2) = 0$$

上述称为式(1-6)的特征方程式,其解为 $r = \omega_n$,称为特征根。于是微分方程式(1-5)的通解为:

$$x = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t} \quad (a)$$

C_1, C_2 为微积分常数。

由于

$$\begin{aligned} e^{i\omega_n t} &= \cos\omega_n t + i\sin\omega_n t \\ e^{-i\omega_n t} &= \cos\omega_n t - i\sin\omega_n t \end{aligned}$$

所以式(a)可以写成:

$$x = a\sin\omega_n t + b\cos\omega_n t \quad (b)$$

式中 a, b 为常数。为了使质点的运动表达得更加清楚,用另外两个常数 A, ϕ_0 代替 a, b , 令 $a = A\cos\phi_0, b = A\sin\phi_0$, 则式可以写为:

$$x = A \sin(\omega_n t + \phi_0) \quad (1-6)$$

式中 A, ϕ_0 为两个积分常数。

积分常数可由初始条件 x_0 和 $\dot{x}_0$ 确定。 x_0 和 $\dot{x}_0$ 就是运动开始时($t=0$)质点的初坐标和初速度。将式(1-6)对时间 t 求导,得到重物的速度方程:

$$\dot{x} = dx/dt = \omega_n A \cos(\omega_n t + \phi_0) \quad (1-7)$$

将初始条件: $t=t_0, x=x_0, \dot{x}=\dot{x}_0$ 代入式(1-7)得:

$$x_0 = A \sin\phi_0, \dot{x}_0 = \omega_n A \cos\phi_0$$

即

$$A \sin\phi_0 = x_0 \quad A \cos\phi_0 = \dot{x}_0 / \omega_n$$

由此解得:

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0 / \omega_n)^2} \\ \phi_0 &= \arctan\left(\frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由式(1-6)可知, x 是 t 的正弦函数,质点作周期性运动。这种仅由恢复力作用产生的振动称为自由振动。

2. 振幅

式(1-8)中 A 是质点离开原点的最大距离,称为振幅,其值由 x_0 和 $\dot{x}_0$ 决定。

3. 周期

当 $\omega_n t$ 改变 360° 或 2π 弧度后, x 就重复以前的变化,也就是说,每当 $\omega_n t$ 改变 360° 或 2π 弧度时,振动就完成一个周期(一个运动循环)。 T 表示 x 变化一周的时间,称为周期。由此:

$$T\omega_n = T \sqrt{k/m} = 2\pi$$

或

$$T = 2\pi / \omega_n = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (1-9)$$

由 $m = W/g$ 代入式(1-9)得:

$$T = 2\pi / \omega_n = 2\pi \sqrt{W/kg} \quad (s) \quad (1-10)$$

由式(1-1)知 $\delta_j = W/k$, 代入式(1-10)得:

$$T = 2\pi \sqrt{\delta_j/g} \quad (1-11)$$

4. 频率

单位时间内振动次数称频率,以 f_n 表示:

$$\begin{aligned} f_n &= 1/T = \omega_n/2\pi = 1/2\pi \sqrt{k/m} \\ &= 1/2\pi \sqrt{kg/W} = 1/2\pi \sqrt{g/\delta_j} \quad (\text{Hz}) \end{aligned} \quad (1-12)$$

5. 固有频率

由式(1-10)、式(1-11)可知, T , f_n 和 ω_n 是决定与振动系统本身的物理特性(系统的质量和刚度),而与运动的初始条件无关,即无论开始时质点离开平衡位置的距离多远,初速度多大,振动一周的时间是相等的。自由振动的 f_n 和 ω_n 称为固有频率或固有角频率,即 $\omega_n = 2\pi f_n$ (rad/s)。

总的来说,当质点只受到线性恢复力作用时,质点作间歇运动,其振幅 A 和初始相位 ϕ_0 决定于初始条件,而周期却与初始条件无关。

运动方程式 $x = A \sin(\omega_n t + \phi_0)$ 可以用 $x-t$ 曲线表示,如图 1-5 所示,图(a)、(b)、(c)分别表示不同初始条件(x_0 和 $\dot{x}_0$)下的运动情况。

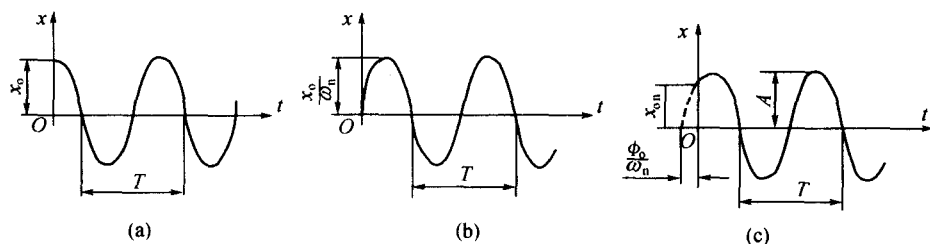


图 1-5 质点自由振动图

(a) $t=0$ 时, $x_0 > 0$, $\dot{x}_0 = 0$, $x = x_0 \cos(\omega_n t)$;

(b) $t=0$ 时, $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 > 0$, $x = \sin(\omega_n t) x_0 / \omega_n$;

(c) $t=0$ 时, $x_0 > 0$, $\dot{x}_0 > 0$, $x = A \sin(\omega_n t + \phi_0)$ 。

例 1-1 如图 1-3(a) 所示电动机质量为 W , 安装在一端固定、一端移动铰链支座梁的中点处。质量长度为 l , 截面惯性矩为 J , 梁材料弹性模量为 E , 不计梁的质量, 试求电动机自由振动频率 f_n 和角频率 ω_n 。

解: 电动机—梁系统可简化为质量—弹簧系统(图 1-3(b))。

1) 自由振动频率(固有频率)

由材料力学知梁中点的静挠度为 $\delta_j = \frac{Wl^2}{48EJ}$, 将 δ_j 代入式(1-12)得:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_j}} = \sqrt{\frac{48EJg}{Wl^3}} \quad (\text{Hz})$$

2) 自由振动角频率(固有角频率)

由关系式 $\omega_n = 2\pi f_n$ 得:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{48EJg}{Wl^3}} \quad (\text{rad/s})$$

例 1-2 有一重 $W = 50 \text{ kg}$ 的落体自高度 $h = 40 \text{ mm}$ 处自由下落到弹簧上(图 1-6), 弹簧刚度 $k = 35 \text{ kg/cm}$ 。试求:(1) 冲击后系统的自由振动频率;(2) 振幅和初相位;(3) 落体的运动方程;(4) 振动时弹簧最大压缩变形。

解:

1) 自由振动频率(固有频率)

由式(1-12)得:

$$f_n = 1/2\pi \sqrt{kg/W} = 1/2\pi \sqrt{35 \times 980/50} = 4.17 \text{ (Hz)}$$

2) 振幅

弹簧的静压缩变形为:

$$\delta_j = W/k = 50/35 = 4.13 \text{ (cm)}$$

落体与弹簧接触时的速度为:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 4} = 88.6 \text{ (cm/s)}$$

当落体接触后边开始自由振动,取开始接触为 $t=0$,

则初始条件为:

初位移 $x_0 = -\delta_j = -1.43 \text{ (cm)}$

初速度 $\dot{x} = 88.6 \text{ (cm/s)}$

角频率 $\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi \times 4.17 = 26.2 \text{ (rad/s)}$

由式(1-8)求得振幅为:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0/\omega_n)^2} \\ &= \sqrt{(-1.43)^2 + (88.6/26.2)^2} = 3.67 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

初相位为:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \arctan\left(\frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0}\right) \\ &= \arctan\left[\frac{26.2 \times (-1.43)}{88.6}\right] = \arctan(-0.402) = -0.402 \text{ (rad)} \end{aligned}$$

3) 落体的运动方程

落体的运动方程为:

$$x = 3.67 \sin(26.2t - 0.402)$$

4) 弹簧的最大变形

弹簧的最大变形为:

$$\delta = \delta_j + A = 1.43 + 3.67 = 5.1 \text{ (cm)}$$

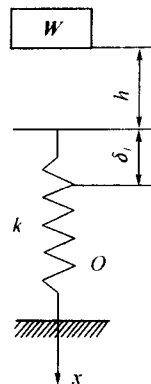


图1-6 落体落到弹簧上的振动

1.3 阻尼对自由振动的影响

上面讨论了质点仅在线性恢复力作用下的自由振动,并得出结论:质点自由振动时,质点作间歇运动,即自由振动一旦发生,便永远保持间歇振动。也就是说,质量—弹簧系统在振动过程中,动能和势能不断地相互转化,且机械能守恒。但实际情况是自由振动的振幅总是逐渐减少,最后趋于静止。这是由于构件振动时总要受到空气、油等介质的阻力和运动副间的摩擦力及材料内摩擦力的缘故。正因为阻尼力的存在,致使振动过程中机械能不守恒,而阻尼力消耗的功不断转化为热能,使自由振动衰减,以致消失。阻尼力与振动速度成正比时,称为线性阻尼或黏性阻尼。很多振动问题中的实际阻尼可简化为线性阻尼。线性阻尼较小时,运动仍具有等时性,可以认为在平衡位置附近的衰减振动周期 T_1 (图1-7(a)),比不考虑阻尼的自由振动周期大些,可以认为近似相等。阻尼相当大时,物体不再发生往复运动,逐渐趋近平衡位置停下来(图1-7(b))。

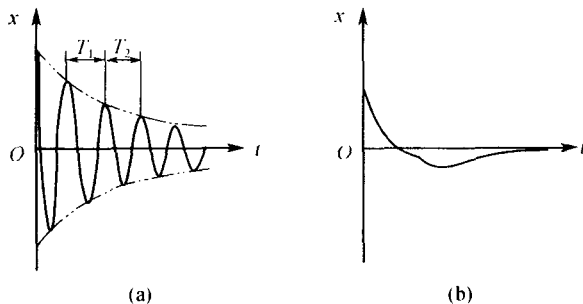


图 1-7 阻尼对自由振动的影响

(a) 小阻尼; (b) 大阻尼。

1.4 受迫振动

1.4.1 激振力

由于阻尼的影响,自由振动将很快衰减并消失。但转子的中心对转子转动轴线有偏离时,就会产生离心力引起振动,且不衰减。如图 1-8 所示为安装在基础上的电动机匀速转动。设转子存在半径为 r 的不平衡质量 u 。当转子以角速度 ω 匀速转动时,不平衡质量产生的离心力为 $u r \omega^2$ 。离心力分解的垂直分力为 $u r \omega^2 \sin \omega t$ 就是激振力。正是有了激振力,振动系统才能产生持续振动。

除质量不平衡的惯性力外,一些机器运转的不均负载也是激振力。

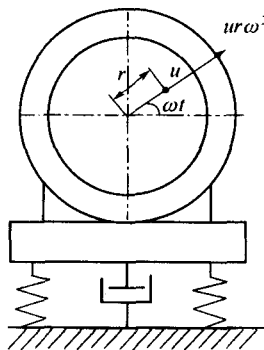


图 1-8 不平衡质量产生的激振力

1.4.2 受迫振动

由激振力引起的振动称为受迫振动。在受迫振动中,因阻尼消耗的机械能,有激振力做功得到补充,振动系统才能持续振动。

下面讨论质点受迫振动的运动规律。如图 1-9 所示为质量—弹簧系统的振动模型,作用在质点的力除重力 W 、弹性恢复力 $k(\delta_j + x)$ 之外,还有周期性的激振力 $H \sin \omega t$, 其中 H 为常数。仍选 x 轴向下为正,质点的平衡位置为坐标原点。根据动静法得:

$$-m\ddot{x} - k(\delta_j + x) + W + H \sin \omega t = 0$$

因

$$W = k\delta_j$$

所以

$$-m\ddot{x} - kx + H \sin \omega t = 0$$

或

$$\ddot{x} + xk/m = \sin \omega t H/m \quad (1-13)$$

令

$$k/m = \omega_n^2 \quad H/m = h \quad (1-14)$$

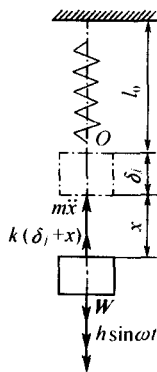


图 1-9 质点受迫振动

则

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = h \sin \omega t \quad (1-15)$$

式(1-15)为质点受迫振动微分方程。这是二阶常系数线性非齐次微分方程,它的通解为:

$$x = x_1 + x_2$$

其中 x_1 代表自由振动部分的通解,即 $x_1 = A \sin(\omega_n t + \phi_0)$, 是对应的其次方程的通解; x_2 代表受迫振动部分的通解。为求得受迫振动部分的通解,设

$$x_2 = B \sin \omega t$$

代入式(1-15)得:

$$-B\omega^2 \sin \omega t + \omega_n^2 B \sin \omega t = h \sin \omega t$$

消去 $\sin \omega t$, 得到受迫振动的振幅:

$$B = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (1-16)$$

所以

$$x_2 = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \omega t \quad (1-17)$$

当 $\omega > \omega_n$ 时,式(1-17)可改写为:

$$x_2 = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin(\omega t - \pi) \quad (1-18)$$

这时振幅为:

$$B = \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (1-19)$$

质点振动时的相位比激振力的相位滞后 π 弧度。式(1-15)的通解为:

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega_n t + \phi_0) + \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \omega t \quad (1-20)$$

式(1-20)就是质点受迫振动的运动方程式,式中第一部分为自由振动部分,其振幅 A 和初相位 ϕ_0 由初始条件确定,固有频率 ω_n 由弹簧刚度和质点质量确定。由于实际存在阻尼,自由振动部分很快衰减,一般不必考虑。第二部分是由激振力引起的受迫振动,它与初始条件无关,它的角频率 ω 等于激振力的角频率。由式(1-16)、式(1-19)可见,受迫振动的振幅 B 不仅与激振力的大小成正比,而且与固有频率 ω_n 和激振力的角频率有关。

1.4.3 共振曲线

为了进一步认识受迫振动的特性,将振幅 B 写成:

$$\begin{aligned} B &= \left| \frac{h}{\omega_n^2 - \omega^2} \right| = \left| \frac{\frac{h}{\omega_n^2}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right| = \left| \frac{\frac{H}{m} \frac{m}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right| \\ &= \left| \frac{\frac{H}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right| = \left| \frac{B_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right| \end{aligned} \quad (1-21)$$

式中, $B_0 = \frac{H}{k}$ 代表在不变力 H 的作用下引起的弹簧静变形。引入符号 $\beta = B/B_0$ 代入式(1-21)得:

$$\beta = \frac{B}{B_0} = \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right| \quad (1-22)$$

β 表示受迫振动振幅 B 与静变形 B_0 的比值, 即表示由不变力 H 换成交变力 $H \sin \omega t$ 后引起变形的扩大程度, 称为动力放大系数。

由式(1-22)可知, 动力放大系数随激振力的角频率 ω 与振动系统的固有角频率 ω_n 变化。

以 β 为纵坐标, ω/ω_n 为横坐标, 将式(1-22)画成曲线图, 如图 1-10 所示, 称为共振曲线。由共振曲线可知:

(1) 当 $\omega/\omega_n \ll 1$ 时, 即激振力角频率 ω 很小, β 接近于 1 时, 因动力影响较小, 受迫振动的振幅与静力变形无大差别。

(2) 当 ω/ω_n 逐渐增大时, β 逐渐增大, 当 $\omega/\omega_n \rightarrow 1$ 时, $\beta \rightarrow \infty$ 。这表明当激振力的角频率 ω 趋于固有频率 ω_n 时, 受迫振动的振幅将无限地增大, 这种现象称为共振。对于转子来说, 转子上不平衡的离心力就是激振力, 如果转子的角速度 ω 与固有频率 ω_n 相等时, 就要发生共振。发生共振时转子的转速称为临界转速。转子发生共振时, 振幅很大, 应力很大, 妨碍机器正常工作, 甚至发生破坏, 必须避开共振区。通常取 ω/ω_n 比值从 0.8 ~ 1.2 的范围为共振区域, 不允许机器在共振区域内工作。

(3) 当 $\omega/\omega_n \gg 1$ 时, $\beta = 0$, 这说明激振力变化非常快, 重物由于本身的惯性来不及做出反应, 因而受迫振动的振幅变得很小。汽轮机、离心机、增压器等的转子转速很高, 大大超过临界转速, 但振动很小, 就是这个道理。

例 1-3 某仪器重 $m = 9.1 \text{ kg}$, 支承在弹簧刚度 $k = 7.16 \text{ kg/cm}$ 的弹簧上, 受干扰力 $F = 4.54 \sin \omega t$ 的作用, 仪器限制在铅直方向作直线运动。设激振力的频率为 $f_1 = 0.2 \text{ Hz}$, $f_2 = 4 \text{ Hz}$, $f_3 = 22 \text{ Hz}$ 时, 试求仪器受迫振动的振幅。

解:

1) 振动系统的固有频率

由式(1-12)求得振动系统的固有频率为:

$$f_n = 1/2\pi \sqrt{kg/m} = 1/2\pi \sqrt{7.16 \times 980/9.1} = 4.42 \text{ (Hz)}$$

2) 动力放大系数

弹簧激振力 $F = 4.54$ 产生的静伸长为:

$$B_0 = F/k = 4.54/7.16 = 0.634 \text{ (cm)}$$

由式(1-22)求得动力放大系数。代入 f_1 f_2 f_3 分别求得动力放大系数为:

(1) $f_1 = 0.2 \text{ Hz}$ 时, 动力放大系数 β_1 为:

$$\beta_1 = \frac{B}{B_0} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{2\pi f_1}{2\pi f_n}\right)^2}$$

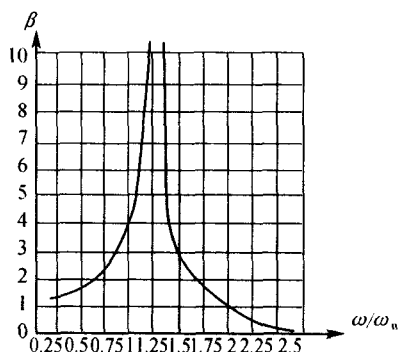


图 1-10 共振曲线