



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

工程光学实验教程

◎ 天津大学 贺顺忠 主编



《工程光学实验教程》是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。它是与“工程光学”课程（2004年被评为教育部高校国家级精品课程）相配套的实验教材。全书内容贯穿着培养研究型学习能力是培养创新能力的重要基础这一主线。重点突出科学实验素质、实验技能及创新意识的培养。

全书共分6章。第1章绪论中分别介绍了工程光学实验教学的基本任务和基本要求；系统误差的发现方法和消减办法；光学实验中常用的测量方法等。第2章实验技术介绍了常用光学元器件（包括透镜等8种元件的结构、原理、用途、参数和使用注意事项等）；常用机械部件（包括干涉架、精密调整架、光纤耦合器等5种）；常用光源（包括钠光灯、氦氖激光器、半导体激光器等6种）；光电转换器（包括PIN光电集成接收器、CCD等3种）；光路调试技术（包括等高同轴，扩束，准直，调焦等）；记录介质和记录处理技术；常用实验仪器（包括9种光学仪器和6种电子仪器）。第3章介绍了与工程光学课程密切相关的验证性教学实验18个（其中几何光学8个，物理光学10个）。第4章介绍了17个设计性实验（其中几何光学3个，物理光学14个）。第5章介绍了17个综合性实验（其中几何光学1个，物理光学16个）。第6章介绍了9个创意性实验。其中一些教学实验具有数字化、可视化和自动化的特点，其内容面广、新颖、实用性强，尤其是一些高新技术的内容更具启发性、研究性。不同学校及专业可根据其特点和课时安排灵活选择书中内容或实验。

本书可作为高等院校理工科光电信息工程、仪器科学与技术、电子科学与技术等专业的实验教材，也可作为相关专业及其技术人员和其他有关人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程光学实验教程/贺顺忠主编. —北京：机械工业出版社，2007.7
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-111-21772-5

I. 工… II. 贺… III. 工程光学—实验—高等学校—教材
IV. TB133-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第094764号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑：韩雪清 刘丽敏

责任编辑：卢若薇 版式设计：霍永明 责任校对：张晓蓉

封面设计：王伟光 责任印制：李妍

北京鑫海金澳胶印有限公司印刷

2007年9月第1版第1次印刷

184mm×260mm·15.5印张·365千字

标准书号：ISBN 978-7-111-21772-5

定价：23.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

销售服务热线电话：(010) 68326294

购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010) 88379716

封面无防伪标均为盗版

前　　言

21世纪高等院校的人才培养目标及计划实施必须面对高科技发展和知识经济大潮，创新精神是高等院校人才必须具备的素质之一。工程光学实验课程是高等院校专业基础教学的一个重要组成部分，它对后续专业课程的学习具有重要的启发性、基础性、研究性，尤其是工程光学实验的思想、基本训练的原理及方法、设计性实验、综合性实验、创意性实验的思维能力训练，是培养科学实验素质及创新能力的重要基础。本书在内容安排上贯穿着研究型学习能力是培养创新能力的重要基础这一主线，并充分考虑到理工科有关专业的特点及专业基础课教学的需要（课堂教学与课外科技活动的有机结合）。在编写过程中注意到了以下几个方面：

1. 注意创新意识。工程光学实验教学内容整体贯穿着强化实验基本技能、基本方法和实验思想的训练。注意培养和提高科学实验素质，重点突出能力，特别是思维能力、研究能力和创新意识的培养和提高。

2. 与时俱进性。在精选过去实验题目的基础上，吸收兄弟院校有特色的精品实验以及从相关基金项目和横向项目中，精简出一些具有强烈现代意识和高新技术色彩的前沿科技实验题目，此外，所编计算机模拟和控制测量的实验，使用传感器和计算机使实验实现了自动化、数字化和可视化，极大地丰富了工程光学实验的内涵。

3. 灵活性。工程光学实验是一门系统训练的专业基础课实验。为了照顾到不同层次（或差异）、不同专业、不同学历的学生，实验题目按由浅入深、循序渐进的原则，在不同章节中分别编写了验证性、设计性、综合性和创意性不同层次的实验。除教学要求必做的基本实验外，学生还可以根据自己的需要和兴趣，自由地选择合适的实验，在教师的指导下完成。

4. 强调方法。在本书第1章中介绍了光学的实验方法、实验思想或实验测量方法以及系统误差的发现和消减方法等，这对培养和提高思维能力、研究能力和创新意识是非常有益的。

5. 实用性。为了使本书具有实用及参考价值，全书内容共分6章。第1章绪论中分别介绍了工程光学实验教学的基本任务和基本要求；系统误差的发现方法和消减办法；光学实验中常用的测量方法等。第2章实验技术介绍了常用光学元器件、常用机械部件、常用光源、光电转换器、光路调试技术、记录介质、记录处理技术和常用实验仪器等。第3章介绍了与工程光学课程密切相关的教学实验18个。第4章介绍了17个设计性实验。第5章介绍了17个综合性实验。第6章介绍了9个创意性实验。为了帮助学生选择所需要的和感兴趣的实验题目，在每个实验的开头都介绍了本实验的应用前景、实验目的和要求等。为了帮助学生探索新的问题、训练思维能力、研究能力和创新能力，许多实验还给出了一些思考题和讨论题及参考资料等等。

全书的体系框架、编写和定稿由贺顺忠完成，浙江大学谈恒英教授和天津大学郁道银教授担任主审。两位教授对全书内容提出了许多宝贵的建议和意见，在此表示衷心的感谢！

在本书的编写过程中参考了大量的我国光学实验工作者的教材、著作和最新研究成果，有些已在参考资料中列出，有些未能一一列出，在此一并表示诚挚的谢意。

在编写本书过程中，研究生刘金凤、姚欣、刘彦宇、李彦峰等对插图的绘制和资料的收集、整理做了大量工作；光电工程系的刘宏利、崔宇明、王强、刘鸣等老师以及工程光学任课教师谢洪波、蔡怀宇副教授等为本书的实验选题、内容、新实验的实验场所和部分实验器材等提供了不少的信息和帮助，此外，还吸收了其他许多教师的意见和经验，特在此一并致谢。

黄战华、葛宝臻两位教授为本书提出了一些具有时代特色的前沿实验题目，并对其中一些实验内容提出了宝贵的意见；此外，刘文耀、郁道银两位教授对本书的体系结构和内容编写的安排提出了许多指导性的建议和意见，对他们的意见在此表示深深的谢意。

特别值得一提的是，本教材的编写得到了天津大学重点专业（学科）建设基金、2006年天津大学“十一五”教材建设专款的部分资金和机械工业出版社“十一五”教材编写启动资金的资助。在此对各方面的大力支持再一次表示由衷的感谢！

由于时间仓促，加之编者经验不足、水平有限，书中的疏漏、不足、甚至错误之处在所难免，恳请读者批评、指正。

编 者
于天津大学
2007年2月

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 实验教学的基本任务	1
1.2 实验教学的基本要求	1
1. 实验要求	1
2. 实验规则	3
1.3 系统误差的发现方法和消减方法	4
1. 系统误差的发现方法	4
2. 系统误差的减消办法	7
附录 A: 随机误差(标准误差)和测量 的不确定度	9
1. 随机误差	9
2. 测量的不确定度	13
附录 B: 逐差法、最小二乘法	16
1. 逐差法	16
2. 最小二乘法	17
1.4 光学实验测量方法	18
1. 比较法	18
2. 放大法	18
3. 转换法	19
4. 模拟法	20
5. 补偿法	20
6. 干涉法	20
7. 计算机仿真法	21
第2章 实验技术	23
2.1 光学实验技术	23
2.1.1 常用光学元部件	23
1. 透镜	23
2. 平面反射镜	24
3. 分束镜	25
4. 立方角锥棱镜	27
5. 光栅	27
6. 偏振器(片)	28
7. 波片	29
8. 滤光片	30
9. 光学元部件的使用与维护	31
2.1.2 常用机械部件	31
1. 光学镜架	31
2. 干板架	31
3. 读数平移台	32
4. 光纤耦合器	33
5. 光纤调整架	33
2.1.3 常用光源	34

1. 热辐射光源	34
2. 热电极弧光放电型光源	34
3. 激光光源(氮氛激光器和半导体 激光器)	35
2.1.4 光电转换器	39
1. 光电池	39
2. PIN混合集成光电接收器	40
3. CCD器件	41
2.1.5 光路调试技术	42
1. 激光光路的调试	42
2. 扩束镜的调节	43
3. 针孔滤波器及其调整使用方法	43
4. 准直光束的获得与检测	44
5. 焦点位置的确定	46
2.1.6 记录介质和处理技术	46
1. 记录介质	46
2. 记录技术	47
2.2 常用实验仪器	50
2.2.1 常用光学仪器	50
1. 测量显微镜、测微目镜	50
2. 平行光管	53
3. 照度计	54
4. 光度计	54
5. 光功率计	55
6. 色度计	56
7. 分光计(测角仪)	56
8. 单色仪	60
2.2.2 常用电子仪器	61
1. 万用表	61
2. 毫伏表	63
3. 函数发生器	63
4. 直流稳压电源	64
5. 示波器	64
6. 数据处理的工具——计算器和 计算机	65
2.3 常用统计分析软件	65
2.3.1 EXCEL	66
1. 在公式中使用单元格引用	66
2. 数据的自动计算与排版	66
3. 常用函数	66
4. 统计分布绘图	67
2.3.2 MATLAB简介	67
1. 常用统计函数	67
2. 统计绘图	67

第3章 验证性实验	69	
实验 3.1 薄透镜组基点的测定	69	
实验 3.2 渐晕系数和像面照度均匀性 测量	72	
实验 3.3 计算机用于实测点光源的光 照度	76	
实验 3.4 望远镜和显微镜实验	78	
实验 3.5 双光束等厚干涉及其应用	82	
实验 3.6 多光束等倾干涉（法布里-珀罗 干涉仪的调整和测量）	88	
实验 3.7 计算机用于衍射光强度测量	92	
实验 3.8 光信息的调制和解调	97	
实验 3.9 模压全息（全息印刷）	103	
实验 3.10 计算机仿真偏振光实验	106	
实验 3.11 医用注射剂的旋光实验	110	
实验 3.12 光纤端面处理、耦合与焊接 技术	114	
实验 3.13 物体热辐射的测量	120	
实验 3.14 偏振光强度的变化实验	123	
实验 3.15 微小透镜阵列成像实验—— 人工复眼	123	
实验 3.16 自聚焦光纤复眼	125	
实验 3.17 立体相机及立体摄影	126	
实验 3.18 立体电视	129	
第4章 设计性实验	131	
实验 4.1 薄透镜焦距的测量	131	
实验 4.2 孔径光阑、视场光阑和景深的 观测	134	
实验 4.3 薄透镜像差的观测与校正	135	
实验 4.4 自组装迈克耳逊干涉仪及其 实验	137	
实验 4.5 光学全息无损探伤	140	
实验 4.6 衍射法测量光谱仪狭缝的 宽度	141	
实验 4.7 光栅分光特性及应用研究	143	
实验 4.8 布拉格衍射声成像实验	144	
实验 4.9 全息光栅的制作及其参数 测定	146	
实验 4.10 光测弹性应用实验	149	
实验 4.11 红外无损检测	150	
实验 4.12 泰伯效应实验	151	
实验 4.13 声光效应实验	152	
实验 4.14 光纤链路光功率损耗测试	154	
实验 4.15 光纤带宽测试实验	155	
实验 4.16 测量单模光纤的双折射	157	
实验 4.17 半导体激光器（LD）光斑远 场特性测量	159	
第5章 综合性实验	160	
实验 5.1 医学数码摄影实验	160	
实验 5.2 用二维 CCD 图像传感器改善 迈克耳逊干涉实验	166	
实验 5.3 用计算机测激光多普勒频移	168	
实验 5.4 液晶光阀	171	
实验 5.5 声光可调谐滤光器调谐曲线的 测量	173	
实验 5.6 用 CCD 光栅光谱仪分析光谱	175	
实验 5.7 光学图像识别	178	
实验 5.8 剪切干涉用于透镜像差的 测量	183	
实验 5.9 热辐射扫描成像	188	
实验 5.10 用散斑摄影术测相位物体	192	
实验 5.11 用偏光显微镜观测液晶相变 及光学特性	195	
实验 5.12 电光振幅调制实验	206	
实验 5.13 磁光调制	208	
实验 5.14 热辐射的传播规律实验	213	
实验 5.15 用光纤传感器测温度	214	
实验 5.16 音频信息的光纤通信	216	
实验 5.17 激光多普勒光栅振动的位移 测量	221	
第6章 创意性实验	226	
实验 6.1 红外监听研究	226	
实验 6.2 光学薄膜技术研究	226	
实验 6.3 微粒直径测量实验的研究	227	
实验 6.4 双光栅的应用研究	229	
实验 6.5 全息技术用于水下视觉检验的 研究	231	
实验 6.6 激光束空间传输特性的研究	232	
实验 6.7 激光水中传输特性的研究	234	
实验 6.8 生物组织光学特性的研究	235	
实验 6.9 微弱光信号的研究	237	
参考文献	239	

第1章 絮 论^[1~8]

1.1 实验教学的基本任务

实验教学是基本的重要的实践教学环节之一，在培养学生工程素质和实践能力方面有着其特有的作用。它具有自身的教学特点和规律。既要求教授严格的实验规范、格式和培养实验操作能力，还要传授进行科学实验研究所必需的创造能力，培养创新意识和开拓精神。

实验教学是理论课教学无法完成也替代不了的。实验教学的基本任务是系统地传授科学实验的理论和基础知识、实验技术、实验方法和实验设计思想，在此基础上通过实验训练，培养学生的综合实践能力，以及严肃的科学态度、严格的科学工作作风、严谨的科学思维习惯和强烈的创新意识，通过综合性实验和设计性实验，开拓学生视野、培养学生的工程设计能力、解决实际问题的能力和创新思维能力。

本教程的教学目标和任务，是通过大量的基本实验使学生加深理解工程光学的基本理论，熟练掌握工程光学的基本测试原理、实验方法、实验思想、操作技能、基本仪器原理及使用、实验数据处理、实验现象分析和误差分析，并能撰写出合格的实验报告。从而，培养和提高光学工程的设计能力，以及解决光学工程中的实际问题的能力和创新能力。

1.2 实验教学的基本要求

1. 实验要求

下面简介验证型/综合型实验的一般要求。

(1) 准备实验

实验前的准备是保证实验顺利进行并能取得满意结果的重要步骤。主要做到下面三个方面：

- 1) 对理论的掌握。认真阅读实验教材和有关书籍，充分理解实验的理论依据和条件。
- 2) 对仪器的了解。了解所用仪器的工作原理、工作条件和操作规程；了解实验为什么选用这样的仪器和装置。
- 3) 对观察的准备。掌握实验步骤和注意事项，设计既便于记录又便于整理数据的记录表格。

在上述准备的基础上写出预习报告，其内容包括实验名称、实验目的、仪器、原理（包括原理图）、步骤（或内容）和记录表格等。

(2) 进行实验

学生进入实验室上课，必须携带实验教材、预习报告及记录本等，经过指导教师检查

后开始实验。实验时注意以下两点：

1) 实验装置的安装和调整。实验正式进行之前，首先要熟悉一下所用仪器、设备、量具等的性能以及正确的操作规程和仪器正常的工作条件（水平、铅直、工作电压、光照等），切勿盲目操作。其次，要全面地想一想实验操作程序，怎样做更为合理。否则，误解一步或调错一次，都可能使整个实验前功尽弃。

2) 实验观测。明确了实验目的、测量内容和步骤并能正确使用仪器之后，可以进行调整观测。观测时要集中精力，尽量排除外界干扰。当从各种仪表的刻度上读数时，一定要进行估读，一般要估读到最小分度的 $1/10$ 或 $1/5$ 。记录实验原始数据，注意现象的观测和分析。

(3) 数据的处理

测量结束后，要尽快地整理好数据，以便及时发现问题，做出必要的补充测量，待教师认为测量数据及计算结果符合要求而签字后，再收拾仪器。

(4) 实验报告

实验报告是实验工作的全面总结，要用简明的形式，将实验结果完整和真实地表达出来。

1) 实验报告的要求：文理通顺、简明扼要、字迹端正、图表清晰、结论正确、分析合理。实验报告书写用纸应力求格式正规化、标准化，曲线绘制用坐标纸，曲线必须注明坐标、量纲、比例。

2) 实验报告的内容

① 实验题目和实验目的

其中实验目的指的是实验所希望得到的结果，也就是该实验的任务。

② 实验原理

实验原理包括实验的理论根据，假说的提出，必要的公式和必要的原理示意图。当实验目的是测量某个物理量时，原理内容就是将此待测量化为可直接测量量的依据和推导过程。

③ 实验装置和器件

包括实验装置布置，测量仪器和测试物。

④ 实验步骤

实验报告中的实验步骤主要写出实验过程中实验的测试方法，测试步骤和发现的现象，特别要注意新的现象。它与实验教科书的实验步骤有所区别，实验教科书中的实验步骤一般写得较详细，便于学生理解。

⑤ 实验数据处理

数据必须详细、准确，必须有原始数据。数据记录要求列成表格，计算过程应写出计算公式，代入数值的第一步以及计算结果等。不论数据记录、计算过程、最后结果，除特殊需要外，都不应存在无效数。必须给结果以合理评价，估算出结果的误差范围。

⑥ 实验结论和讨论

说明实验目的是否达到。例如欲测某物理量，测出结果是多少，误差有多大，有多大使用价值。又如验证某个假说，是否收到预期效果，能否验证，由实验得出什么结论，等

等。实验中出现的异常现象、特殊发现以及进一步改进此实验的看法等都应写入实验报告并予以分析。

⑦ 答思考题

思考题是为扩大实验的教学效果而拟的。实验思考题必须用实验的观点来回答，不能单纯从理论上给予回答。答案中所提出的方案和办法应该是在实验中行得通、做得到的方案和方法。最简便、最经济的方法是最好的答案。

附录：对于设计型实验，其设计报告大致有以下要求：

(1) 审题

根据所选课题给出的必须完成的技术指标，分析可选方案的特点，确定总体组成框图。其中要特别注意的是，通过审题应对每一个技术指标的完成提供可靠的依据，具有合理性，不能带有随意性。

(2) 方案选择

在可以实现的不同方案中，依照总体方框图及各个部分的技术指标，尽量从可行性、性能价格比、繁简程度、可靠性、通用性等多方面进行分析、计算、比较，有理有据地选定方案。

对所选方案应画出细化框图，指出或标出关键单元及关键元器件，根据实验室条件选用。

(3) 单元设计

所设计的关键单元，要详细掌握其工作原理与使用方法，进行必要的参数计算，提出对外围的要求。在这一过程中查找器件手册等参考资料是非常必要的，对各种重要数据及特性曲线，均应在设计报告中有所反映。

(4) 整体组图

根据各个单元及分配的技术指标要求，画出系统图。

(5) 实验测量结果的处理

基本上参照前面写实验报告中所提出的要求，这一部分内容应与设计过程相一致，对关键部位数据进行分析，列出可靠的指标测试结果。

除了上述几方面的要求之外，在课题设计报告中应反映收获和体会，提出改进意见，对所完成的设计工作作出客观全面的评价。

参考资料目录应在报告后面列出，包括作者姓名、资料名称、出版社、出版日期等。

总之，在编写课题设计报告中，应强调设计思路、整体指标、系统结构、选择依据等。设计应给出关键计算公式，省略详细计算过程，注意重要环节的理解与分析，编写出一份具有特点的设计报告。

对于应用和研究型的综合实验和创意性实验，其实验报告可按科技论文的形式书写。

其内容大体包括以下几个方面：

① 标题②摘要③引言④正文⑤结论⑥致谢⑦参考文献⑧附录

以上内容根据具体的实验和课题情况及其他要求可做适当的增减。

2. 实验规则

为了保证实验正常进行，以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯，实验

室一般特定有下列实验规则：

- 1) 应在开放实验选定时间内进行实验，不得无故缺席或迟到。若要更改实验时间，需提前一周（根据学校情况而定）撤销预约项目。
- 2) 每次实验前对选择要做的实验应进行预习，并在预习的基础上，写出预习报告。
- 3) 进入实验室后，应将预习报告放在桌上由教师检查，并回答教师的提问，经过教师检查认为合格后，才可以进行实验。
- 4) 做实验时，应携带必要的物品，如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验，应准备毫米方格纸和铅笔。
- 5) 进入实验室后，根据仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏。若发现有问题，应向教师或实验管理员提出。未列入清单的仪器，应向管理员借用，实验完毕后归还。
- 6) 实验前应细心观察仪器构造，操作时动作应谨慎细心，严格遵守各种仪器仪表的操作规程及注意事项，尤其是与光学相关的电路实验，线路接好后，先经教师或实验室工作人员检查，经许可后才可接通电源，以免发生意外。
- 7) 实验完毕应将实验数据及处理结果交给教师检查，实验合格者，教师予以签字通过。
- 8) 实验时，应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕，应将仪器、桌椅恢复原状，放置整齐。
- 9) 如有仪器损坏，应及时报告教师或实验室工作人员，并填写损坏单，说明损坏原因，赔偿办法根据学校规定处理。
- 10) 请假缺课的学生，由指导教师登记，通知学生在规定时间内补课。

1.3 系统误差的发现方法和消减方法

系统误差是一种固定或服从一定规律变化的误差。对某一量做多次重复测量时，系统误差不具有抵偿性，所以通常不能用处理随机误差的方法来处理。在普通物理实验中，我们所用的标准误差计算公式是在系统误差为零的前提下给出的。实际上，系统误差和随机误差往往是同时存在于测量数据中，有时系统误差对实验结果的影响比随机误差还要严重。可以说，系统误差关系到实验数据的可靠性，以至影响到实验工作的成败，因此必须采取有效措施来消减系统误差。

1. 系统误差的发现方法

(1) 不同实验测量方法比对法

用两种不同方法测量同一量，或将被测对象和已知更高准确度的已知量比较，看两者平均值之差 $|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$ 是否明显大于两者不确定度的方和根 $\sqrt{U_{\bar{x}_1}^2 + U_{\bar{x}_2}^2}$ （或标准不确定度方和根 $\sqrt{u_{c,\bar{x}_1}^2 + u_{c,\bar{x}_2}^2}$ 的 2.6~3 倍），如“明显大于”时，下列不等式右边的系数 $(1+k)$ 可取不小于 $\sqrt{2}$ 的值。

$$\frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{U_{\bar{x}_1}^2 + U_{\bar{x}_2}^2}} > (1+k) \quad (1.3-1)$$

【例 1.3-1】

用不同的方法测同一量块中心长度，测得值为 $L \pm u_{c,L} = (30.0040 \pm 0.0020) \text{ mm}$ 和 $L' \pm u_{c,L'} = (30.0160 \pm 0.0010) \text{ mm}$ ，因 $|L - L'| = 0.0120 \text{ mm}$ ，明显大于 $3\sqrt{u_{c,L}^2 + u_{c,L'}^2} = 0.0069$ ，故发现有系统误差。

【例 1.3-2】

雷莱 (RAYLEIGH) 曾由不同来源和用不同方法制氮气，测得氮的平均密度为：

由化学法制得的氮 2.29971 ± 0.00041

由大气中提取的氮 2.31022 ± 0.00019

因 $2.31022 - 2.29971 > 2\sqrt{0.00041^2 + 0.00019^2}$

故两组间有系统误差。

(2) 用标准器具检定比对法

用已知量值的高精度量具作测量对象，能定出仪器在该量具示值处的系统误差。

【例 1.3-3】

用标准量块检定螺旋测微计，能定出在量块示值附近的系统误差。

(3) 残差图直观观察法

由残差图可以直观地看出大致的系统误差分布规律。图 1.3-1 是存在渐增系统误差的残差分布图，图 1.3-2 是存在渐减系统误差的残差图。图 1.3-3 是存在周期系统误差的残差图。

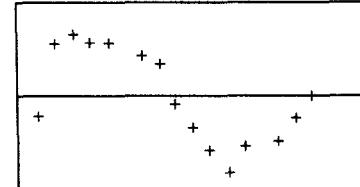
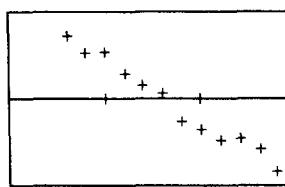
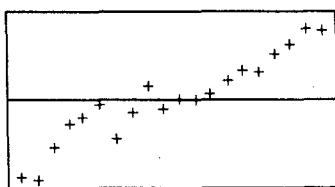


图 1.3-1 残差渐增情形的示意图 图 1.3-2 残差渐减情形的示意图 图 1.3-3 残差周期变化的示意图

(4) 残差统计分析法（组内数据）

对单一测量列的组内数据分析其残差，由残差分布或变化特征来判断系统误差存在的可能性。设某一测量列 x_i (下标 $i = 1, 2, \dots, n$) 的残差分布为 $v_i = x_i - \bar{x}$ ，用贝塞尔法 (Bessel method) 计算的标准差为 s ，正态分布时 s 是总体标准差 σ 的偏小估计， σ 的无偏估计约为

$$\sigma \approx \hat{\sigma} = \left(\frac{n - 0.7455}{n - 1} \right) s \quad (1.3-2)$$

以下几种方法的讨论，不仅适用于相同条件下对同一被测量多次测量再取平均值的情形，也适用于对回归等问题的残差分析。平均值问题中的残差等于测得值与平均值之差，回归问题中的残差等于测得值和应变量预报值之差，即与回归所得的最佳估计“曲线”上

的值之差（“曲线”包括空间的曲面、平面或曲线、直线）。

1) 方法 1：前后两半的残差之差检验——马利科夫准则

将测量列分为个数相等（或差 1）的前后两组，求两组的残差和 $\sum_{1}^{\text{INT}(n/2)} v_i$ 和 $\sum_{1+\text{INT}(n/2)}^n v_i$ 之差。可能有累进系统误差的判据为：两者之差显著不为 0，判定方程为

$$\left| \sum_{1}^{\text{INT}(n/2)} v_i - \sum_{1+\text{INT}(n/2)}^n v_i \right| > (2\sqrt{n})s \quad (1.3-3)$$

式中， $s = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}$ 为贝塞尔标准误差公式。

此外，当测量条件改变（如更换测量元器件等）时，如测量列改变条件前残差之和与改变条件后残差之和的差值显著不为零，则该测量列也含有系统误差（随条件改变的）。

【例 1.3-4】

用千分表测量某转轴外圆柱面的径向跳动，每隔 24° 测 1 次，共 15 次，残差依次为 $-7, +3, +13, +3, +13, +18, +13, -17, -7, -7, +3, +3, -7, -7, -17$ （单位为 μm ）。标准差 $s = 11$ ，前 7 组、后 8 组残差和各为 $\sum_{1}^7 v_i = 56$ 和 $\sum_{8}^{15} v_i = -56$ ，两者之差为 112，明显大于 $2\sqrt{n} \cdot s = 85$ ，故可能有系统误差。用此判据容易发现图 1.3-1 ~ 图 1.3-3 所示趋势的系统误差。

又如：用两个千分表分别测量同一转轴外圆柱面的径向跳动。一个千分表测五次，其值为： $-3, 13, 18, 17, 10$ ，另一个千分表测七次，其值为： $-7, -7, -13, -16, 4, 6, -18$ 。前五个的残差和为 55，后七个的残差和为 -51，两者之差为 106，大于 $2\sqrt{n} \cdot s = 94$ ，因而也可能有系统误差存在。

2) 方法 2：残差傅里叶逆变换法

对残差作傅里叶逆变换，能发现周期系统误差，逆变换可用 EXCEL 分析工具中的宏程序。

【例 1.3-5】

对图 1.3-3 的残差数据（某转轴径向跳动测得值）作傅里叶逆变换，残差依次为 $-1.8, 4.2, 5.1, 4.3, 4.3, 7.3, 3.3, 2.6, -0.8, -2.9, -4.7, -6.8, -4.2, -7.4, -4.0, -2.0$ 。变换后的模依次为 $3.06, 0.02, 0.3, 0.25, 0.48, 0.39, 0.48, 0.13$ 。由傅里叶逆变换的谱图（图 1.3-4）容易发现基频（横轴值为 1）的周期系统误差的存在。

3) 方法 3：阿贝-赫梅特准则

将测得值按测量的先后顺序列出，计算出全部残差 v_i ，求出测量列的标准误差估计值 $\hat{\sigma}$ ，令

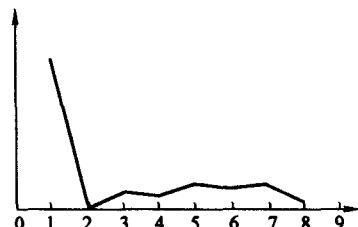


图 1.3-4 傅里叶逆变换谱图

$$u = \left| \sum_{i=1}^{n-1} v_i v_{i+1} \right| = |v_1 v_2 + v_2 v_3 + \cdots + v_{n-1} v_n|$$

若 $u > \sqrt{n-1} \hat{\sigma}^2$

则认为该测量列中含有周期性系统误差。

(5) 仪器分析方法

有意识地改变仪器的某些参量或使用条件，考察实验结果的变化。

(6) 理论分析方法

考察理论公式所要求的条件是否与实验使用条件完全一致。

(7) 误差估算方法

根据误差的性质，误差本身的偏差也许是很大的，在计算误差前先估算一下误差的数量级常常是有益的。

2. 系统误差的减消办法

系统误差可以通过一定的实验数据处理方法加以限制、减小或大部分消除。一些系统误差分量可通过加修正值的方法基本消除，但是修正值本身也有一定的不确定度（误差限）。一些影响结果的主要系统误差分量的消除会使测量准确度有所提高，但是某些原来次要的分量和新发现的系统误差分量又会成为影响准确度继续提高的主要障碍。因此，系统误差不可能绝对完全地被消除。我们只能在测量的各个环节中设法减小或基本消除某些主要系统误差分量对测量结果的影响，在本教程中我们采用“减消系统误差”而避免使用“消除系统误差”。

(1) 利用标准器具减消系统误差

用高准确度计量器具来检定实用测量仪器（或装置），能给出后者的检定曲线或在一系列指定测量值处的修正值。以实用仪器（或装置）测量时，利用检定曲线或修正值能显著减小系统误差。

用量值同被测量值近乎相同的标准器具与被测对象作比较测量也是减小系统误差的方法。

【例 1.3-6】

用 1 级外径千分尺（螺旋测微计）测量一批厚度在 $(20.000 \pm 0.012) \text{ mm}$ 范围内的平行平块，直接测量时千分尺的不确定度为 0.004 mm 。用中心长度为 $(20.00000 \pm 0.00035) \text{ mm}$ 的 4 等量块作比较测量，由于标准件与被测件外形相同，大大减小了测量系统误差，千分尺的测量不确定度可能减小到 0.0020 mm 以下。

(2) 修正已经确定的定值系统误差分量

修正已定系统误差分量是减消系统误差的有效方法。除了由计量器具检定证书等资料给出的修正值可用来修正测得值之外，还可根据原理方法分析、测量数据处理等过程来确定修正值。

(3) 采用合理规范的测量步骤减消系统误差

消除某些系统误差分量产生的根源能有效地减消系统误差。在测量中，按照规范和技术要求，依据正确的测量经验，采用合理规范的测量步骤，能避免或减小某些引起系统误差的影响因素的作用，以达到减消系统误差的目的。例如：

1) 按规程正确地放置(指针)模拟式电表,并远离铁磁材料,能减小相应影响量的附加误差。

2) 对一些仪器装置预调水平或铅垂状态(对扭称、冲击电流计、弹簧振子测量架的调整或水银大气压力计的调整),能减小附加误差的影响。

3) 电表预调零点、螺旋测微计预调零点以减小系统误差。

4) 大气压力计读数时正向平视,有镜面的表读数时使指针与像重合,调焦时使被测对象(或其像)与基准或参考标尺(或叉丝)共面等,都是避免读数视差的措施,能减小系统误差。

5) 控制或保持稳定的正常测量条件,屏蔽或减小一些敏感影响量(如温度、外电磁场、振动等)的影响,能减小系统误差。

(4) 选择或改进测量方法减消系统误差

周期系统误差的减消(半周期偶数观测法):

【例 1.3-7】

测角仪(分光计)的度盘有周期性偏心系统误差。用相隔半个周期(180°)的直径上的两个读数窗“对径读数”取平均,即采用半周期偶数观测法,能有效减小周期性系统误差。

(5) 选择正确的数据处理方法减消系统误差

1) 由数据分析找出系统误差规律加以修正

运用残差统计分析法、残差傅里叶逆变换法、相关分析法或回归分析法,找出相应的系统误差分布规律,就可能修正相应的系统误差分量。但是这种系统误差规律不宜只依据一两组数据匆忙确定,一般应当重复测量并仔细观测系统误差出现的现象,再进行认真的分析研究之后慎重地确定系统误差的规律。

2) 使系统误差分量“随机化”后再平均

对于一些由几种未定系统误差因素综合产生的系统误差分量,多次重复测量不能保证在同一条件下进行,多次的重复调整操作和读数时产生的系统误差分量可能具有随机特性,因此可以用对随机误差的处理方法来减消这一系统误差分量的影响,取多次测得值的平均值作为测量结果的估计,由贝塞尔公式算得的标准差来计算不确定度。

【例 1.3-8】

直接读谱法的氢光谱实验中,光源位置相对于准光物镜光轴变动会使有效光束只照到光学元件的部分面积上而产生系统误差。光源位置、测量读数装置的回程误差、读数的视差等多种因素(其中主要是系统性因素)的联合作用,会使谱线位置的读数值产生系统误差。重新调整光源位置并重新调节读谱装置而读数之后,多次测得值(如 6 次以上)具有随机性,取平均后能够减消上述系统误差的影响。使未定系统误差随机化的步骤如下:

① 先测量并拟合出残差平方和合格的位置—波长曲线 $y_i = A + B / (\lambda_i - \lambda_0)$ 。

② 交替放置并调整氢和氦氖放电管的光源位置,测出氢谱线位置 y_H 和相邻的某氖线位置(y_3)。

③ 交替操作若干次之后,求出位置差的平均值 $\overline{y_H - y_3}$ 。

④ 由 $y_i = A + B/(\lambda_i - \lambda_0)$ 和 λ_3 定出该谱线位置的预报值 \hat{y}_3 , 进而得到 $\hat{y}_H = \hat{y}_3 + \frac{\lambda_3 - \lambda_H}{\lambda_H - \lambda_3}$, 最后将 \hat{y}_H 带入拟合曲线方程得出被测氢红线的波长 λ_H 来。

3) 用回归方法减消具有随机性的系统误差分量

变量之间的比例系数是物理实验中的常见的测量对象。某些变量对于不同的被测值有大小和方向不同的系统误差分量, 具有随机性, 因此可以用回归方法减消这部分随机性系统误差分量的影响。

【例 1.3-9】

零级丝杠的螺距制造公差接近于 $2\mu\text{m}$, 在丝杠不同位置处具体误差的大小方向均不同, 具有“随机”性。迈克耳逊干涉仪实验中, 用逐差法处理固定数目条纹间隔对应的位置数据能减小位移(距离)测量的部分系统误差影响。

附录 A: 随机误差(标准误差)和测量的不确定度

1. 随机误差(标准误差)

随机误差是实验过程中各种随机的或不确定因素的微小变动引起的。例如, 实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动性, 测量仪器指示数值的变动性, 实验环境中的温度、湿度、电源电压、杂散电磁场等的起伏变动性, 以及观察者在判断和估计读数上的变动性等等。这些因素的共同影响使测量值围绕着测量的平均值发生有涨有落的变化, 这变化量就是各次测量的随机误差。它的显著特点是在任意一次测量之前无法事先预知误差的大小和方向。

1) 测量列的标准误差和高斯分布(随机误差的高斯分布规律)随机误差的出现, 对某一测量值来说是没有规律的, 其大小和方向都不能预知。但在等精度条件下, 对一个量进行足够多的测量, 则会发现它们的随机误差是按一定的统计规律分布的, 其中最典型的一种是高斯分布, 又称为正态分布。标准化的正态分布曲线如图 1.3-5 所示。图中 ε 为绝对误差, σ 称为标准误差, $f(\varepsilon)$ 为概率密度函数, $f(\varepsilon) d\varepsilon$ 则表示误差落在 $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$ 范围内的概率, 对应于曲线某一区间的面积。

由概率论的数学方法可以证明

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} \quad (1.3-4)$$

式中的 σ 定义为测量列的标准误差(又称均方差)。

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \quad (1.3-5)$$

在实际测量中, 测量数 n 总是有限的, 而且真值也是不可知的, 因此标准误差只有理论上的价值。对标准误差 σ 的实际处理只能进行估算。估算标准误差的方法很多, 最常用的是贝塞尔法, 它用实验标准偏差近似代替标准误差, 在近似消除系统误差的条件下, 其表达式为

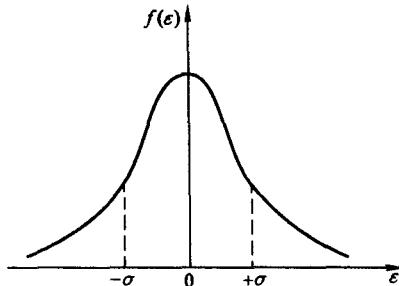


图 1.3-5 随机误差分布图

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.3-6)$$

其统计意义是指当测量次数足够多时，测量列中任一测量值与平均值的偏离落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率为68.3%，这一公式称为贝塞尔公式。

测量列的平均值是指对物理量 x 做 n 次等精度测量，得到包含 n 个测量值 x_1, x_2, \dots, x_n 的一个测量列。由于是等精度测量，所以我们无法断定哪个值更可靠。由概率论可以证明，其平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.3-7)$$

为最佳值，也称期望值，是最可以信赖的。即当 $n = \infty$ 时，算术平均值趋于真值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = a \quad (1.3-8)$$

因此，可取算术平均值 \bar{x} 作为测量结果的最佳值。

正态分布具有以下特点：

- ① 单峰性：绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
- ② 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率相同。
- ③ 有界性：绝对值很大的误差出现的概率趋于零，即误差的绝对值不超过一定限度。
- ④ 抵偿性：随机误差的算术平均值随着测量次数的增加越来越趋近于零。即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a) = 0 \quad (1.3-9)$$

由上可知，增加测量次数对提高算术平均值的可靠性，减小测量结果的随机误差是有利的。但在实际工作中，并不是测量次数越多越好，因为增加测量次数必定要延长测量时间，这将给保持稳定（等精度）的测量条件带来困难，同时也引起观测者的疲劳，又可能带来较大的观测误差。另外，增加测量次数只能对降低随机误差有利而与系统误差的大小无关。误差理论指出，随着测量次数的不断增加，随机误差的降低越来越缓慢。图1.3-6表示算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 随测量次数 n 的变化情况。可以看出，当测量次数 $n > 10$ 后， $\sigma_{\bar{x}}$ 的减小极慢。所以，在实际测量中次数不必过多。在科学的研究中，一般取10~20次，而在实验教学中，一般为5~10次。

在整个测量过程中，除上述两种性质的误差以外，还可能发生读数、记录上的错误，除仪器本身误差以外，因操作不当等造成的测量上的错误等。错误不是误差，它是不允许存在的。含有错误的测量数据称为坏值，在处理实验数据时应当剔除。

2) 直接测量的随机误差估计，当某个直接测量量 x 的等精度测量列 (x_1, x_2, \dots, x_n) 的随机误差服从正态分布时，概率密度函数 $f(\varepsilon)$ 由式(1.3-4)表示。

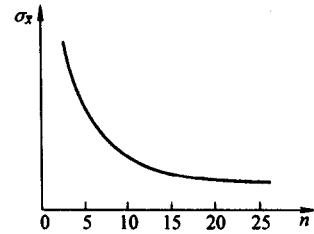


图1.3-6 $\sigma_{\bar{x}}$ 随 n 的变化图

当测量次数 n 较大时, 由贝塞尔公式 (1.3-6) 可以准确计算该测量列的标准误差 σ 。

从正态函数积分表得到

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1$$

$$\int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} d\varepsilon = p(\sigma) = 0.683$$

$$\int_{-2\sigma}^{+2\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} d\varepsilon = p(2\sigma) = 0.954$$

$$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2} d\varepsilon = p(3\sigma) = 0.997$$

以上各式表明, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 任何一次测量值与平均值之差落在 $(-\infty, \infty)$ 区间的概率为 1, 满足归一化条件; 而落在 $(-\sigma, \sigma)$ 区间的概率为 0.683, 即表示置信概率或置信水平为 68.3%, 记为 $p_1 = 68.3\%$; 落在 $(-2\sigma, 2\sigma)$ 区间的概率为 0.954, 置信概率 $p_2 = 95.4\%$; 落在 $(-3\sigma, 3\sigma)$ 区间的概率为 0.997, $p_3 = 0.997\%$ 。参见图 1.3-5, 不同的置信概率 p 对应不同区间内 $f(\varepsilon)$ 曲线下的面积, 这就是标准误差 σ 的统计意义。它表示在一定条件下等精度测量列随机误差的概率分布情况, 是一个统计特征值。当测量次数无限多时, 测量误差的绝对值大于 3σ 的概率仅为 0.3%, 对于有限测量, 这种可能性是微乎其微的, 因此可以认为是测量失误, 该测量值是“坏值”, 应予剔除。在分析多次测量的数据时, 这是很有用的 3σ 判据。

在实际工作中, 人们取算术平均值 \bar{x} 作为测量结果的最佳值, 来表示真值的期望值。但随着测量次数 n 的增减变化, 可以发现 \bar{x} 也是一个随机变量, 那么算术平均值 \bar{x} 本身的可靠性如何呢? 算术平均值的标准误差用 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示, 它具有什么样的性质呢? 显然, \bar{x} 肯定要比测量列中的任一测量值 x_i 更可靠, 其算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 肯定小于 σ 。由概率论可以证明算术平均值 \bar{x} 的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.3-10)$$

$\sigma_{\bar{x}}$ 的统计意义为: 待测量的真值落在 $(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 68.3%, 落在 $(\bar{x} - 2\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 2\sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 95.4%, 落在 $(\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 99.7%。它反映了和一定置信概率相联系的误差分布范围, 即误差限。该测量列的平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$, 也称做该测量列的 A 类不确定度。

有限次测量的情况和 t 因子:

以上是在测量次数 n 趋于无限多次, 随机误差严格服从正态分布的情况下推出的。但是, 当次数减少时, 测量结果不是严格遵从正态分布, 概率密度曲线变得平坦 (见图 1.3-7 虚线), 成为 t 分布, 也叫学生分布。当测量次数趋于无限时, t 分布过渡到正态分布。对有

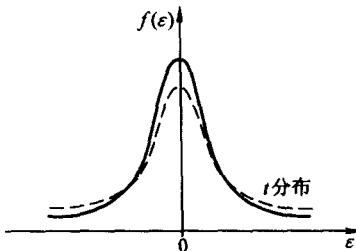


图 1.3-7 $f(\varepsilon)-\varepsilon$ 分布图