

中学生

主 编：张新华

高中版

全能助手 考点速记手册

立足大纲版
兼顾新课标

- 基础知识网络化
- 重点难点表格化
- 技巧运用人性化

数学

海南出版社

阅读指南针

凡教辅类图书多数通过对教材知识的详细解析以起到辅助教学之目的,但过于详尽将导致学生只见树木而不见森林!长期迷失其中不能自拔,将导致学生丧失全局观念,不能掌握知识整体结构,从而影响对具体知识的理解运用。本书删繁就简,以简洁明快的手法,寥寥几笔勾勒出清晰的知识脉络,令人一目了然。栏目设置上更加强调功能的实用性、针对性,分为以下四个板块:

⇒ **图示知识点**——将章节内相关的知识点以树形图的方式列出,起到纲举目张的作用,便于把握全局。

⇒ **释义关键词**——全表格化考点知识梳理归纳,清晰直观一目了然,更便于理解、记忆。

⇒ **考案示例**——本栏目既强化重点难点知识、又揭示考试的内容与形式,强调知识的实际运用能力!

⇒ **教你一招**——总结学习方法、提炼应考技巧,是简便易行的小窍门,是考场致胜的小绝招。

总之,这是一套让你看的懂、记的住、学的会、用的上的实用型工具书。真诚地希望它能成为你学习上的好助手!

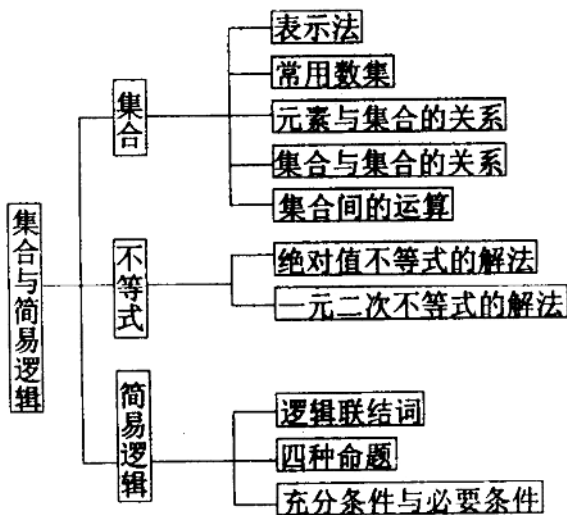
《全能助手》编委会

2006年6月

目 录

第一单元	集合与简易逻辑	1
第二单元	函数	13
第三单元	数列	30
第四单元	三角函数	37
第五单元	平面向量	49
第六单元	不等式	61
第七单元	直线和圆的方程	74
第八单元	圆锥曲线方程	91
第九单元	直线、平面、简单几何体 (B包括空间向量, A除去空间向量)	103
第十单元	排列、组合和概率	127
第十一单元	概率与统计	140
第十二单元	极限	155
第十三单元	导数	165
第十四单元	复数	178

第一单元 集合与简易逻辑



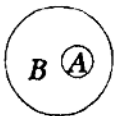
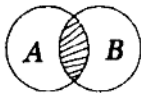
有多大的胸怀就有多大的气势。

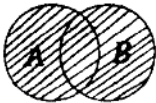




关键词		释义
集合	定义	集合是一个原始概念，不加定义，只能解释为：我们把所研究对象的全体叫集合，组成集合的各个对象叫这个集合的元素
	表示法	列举法：把集合中的元素一一列举出来，放在一个花括号内的表示集合的方法称为列表法
		描述法：用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法
		图示法：用平面上封闭曲线的内部代表集合的方法称为图示法，这种图称为 Ven 图(韦恩图)
	分类	按集合中元素的个数分为： 有限集：含有有限个元素的集合叫有限集 无限集：含有无限个元素的集合叫无限集
	性质	确定性：一个元素或者属于该集合，或者不属于该集合，二者必居其一
		无序性：在集合中，不考虑元素之间的顺序，只要元素相同，就是同一个集合
		互异性：集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的元素归入一个集合时，只能算作这个集合的一个元素

关键词		释义
集合	元素与集合的关系	①属于: 如果元素 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集合 A, 记作 $a \in A$ ②不属于: 如果元素 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于集合 A, 记作 $a \notin A$。(或 $a \notin A$)
	空集	不含任何元素的集合称为空集, 记作 $\emptyset$
特殊的集合	全集	在研究集合与集合之间的关系时, 某个给定的集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素, 这个给定的集合可以看作一个全集, 用符号 U 表示
	常见数集	$\mathbb{N}$ —自然数集; $\mathbb{N}_+$ (或 $\mathbb{N}^*$)—正整数集 $\mathbb{Z}$ —整数集; $\mathbb{Q}$ —有理数集 $\mathbb{R}$ —实数集; $\mathbb{C}$ —复数集 $\mathbb{Q}^+$ —正有理数集; $\mathbb{R}^+$ —正实数集
子集	定义	对任意的 $x \in A$, 都有 $x \in B \Rightarrow A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)
	图示	
	性质	① $A \subseteq A$; ② $\emptyset \subseteq A$; ③ $A \subseteq B \Rightarrow A \not\subseteq B$ 或 $A = B$; ④ $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

关键词		释义
真子集	定义	若 $A \subseteq B$, 且 B 中存在一个元素 b , 有 $b \notin A$ 时, 称 A 是 B 的真子集, 记为 $A \subsetneq B$
	图示	
	性质	① $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$; ② $A \subsetneq B, B \subsetneq C \Rightarrow A \subsetneq C$;
相等集合	定义	$A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ (A, B 中元素完全相同) $\Rightarrow A = B$
	图示	
交集	定义	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$
	图示	
	性质	① $A \cap A = A$; ② $A \cap \emptyset = \emptyset$; ③ $A \cap B = B \cap A$; ④ $A \cap B \subseteq A$; ⑤ $A \cap B \subseteq B$; ⑥ $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$

关键词		释义
	性质	① $A \cap A = A$; ② $A \cap \phi = \phi$; ③ $A \cap B = B \cap A$; ④ $(A \cap B) \subseteq A$; ⑤ $(A \cap B) \subseteq B$ ⑥ $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$;
并集	定义	$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$
	图示	
	性质	① $A \cup A = A$; ② $A \cup \phi = A$; ③ $A \cup B = B \cup A$; ④ $(A \cup B) \supseteq A$; ⑤ $(A \cup B) \supseteq B$; ⑥ $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$
补集	定义	$C_U A = \{x \mid x \in U, \text{ 且 } x \notin A, A \subseteq U\}$
	图示	
	性质	① $(C_U A) \cup A = U$; ② $(C_U A) \cup A = \phi$; ③ $C_U(C_U A) = A$; ④ $C_U(A \cup B) = (C_U A) \cap (C_U B)$ ⑤ $C_U(A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B)$

一元一次不等式	定义	含有一个未知数,并且未知数的次数是一次的整式不等式,叫做一元一次不等式		
	解集	$ax > b$ ($a, b \in \mathbb{R}$)	$a > 0$	$\{x x > \frac{b}{a}\}$
			$a < 0$	$\{x x < \frac{b}{a}\}$
			$a = 0$	$\begin{matrix} b < 0 & \mathbb{R} \\ b \geq 0 & \emptyset \end{matrix}$
一元二次不等式	定义	含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的整式不等式叫做一元二次不等式		
	解集	$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$)	$\Delta = b^2 - 4ac > 0$	$\{x x < x_1, \text{ 或 } x > x_2\}$
			$\Delta = 0$	$\{x x \in \mathbb{R}, \text{ 且 } x \neq -\frac{b}{2a}\}$
			$\Delta < 0$	$\mathbb{R}$
		$ax^2 + bx + c < 0$ ($a < 0$)	$\Delta > 0$	$\{x x_1 < x < x_2\}$
			$\Delta = 0$	$\emptyset$
			$\Delta < 0$	$\emptyset$
绝对值不等式	定义	绝对值符号内含有未知数的不等式叫做绝对值不等式		
	解集	$ x > c$	$c > 0$	$\{x x < -c \text{ 或 } x > c\}$
			$c = 0$	$\{x x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq 0\}$
			$c < 0$	$\mathbb{R}$
		$ x - b > c$	$c > 0$	$\{x x < b - c \text{ 或 } x > b + c\}$
			$c = 0$	$\{x x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq b\}$
			$c < 0$	$\mathbb{R}$
		$ ax + b > c$ ($a \neq 0$)	$c > 0$	$a > 0 \quad \{x x < -\frac{b+c}{a} \text{ 或 } x > -\frac{b-c}{a}\}$
				$a < 0 \quad \{x x < -\frac{b-c}{a} \text{ 或 } x > -\frac{b+c}{a}\}$
			$c = 0$	$\{x x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{b}{a}\}$
			$c < 0$	$\mathbb{R}$
		$ x < c$	$c > 0$	$\{x -c < x < c\}$
			$c \leq 0$	$\emptyset$
		$ x - b < c$	$c > 0$	$\{x b - c < x < b + c\}$
			$c \leq 0$	$\emptyset$
		$ ax + b < c$ ($a \neq 0$)	$c > 0$	$a > 0 \quad \{x -\frac{b+c}{a} < x < -\frac{b-c}{a}\}$
				$a < 0 \quad \{x -\frac{b-c}{a} < x < -\frac{b+c}{a}\}$
			$c \leq 0$	$\emptyset$

绝对值不等式	解集	其它形式	$ f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) < -g(x) \text{ 或 } f(x) > g(x)$
			$ f(x) < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x)$
			$ f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x)$

命题	定义	命题：可以判断真假的语句叫做命题 真命题：正确的命题叫做真命题 假命题：错误的命题叫做假命题																																						
简单命题	定义	“或”、“且”、“非” 这些词叫做逻辑联结词. 不含逻辑联结词的命题叫做简单命题																																						
	表示	常用小写的拉丁字母 $p, q, r, s \cdots$ 等表示																																						
复合命题	定义	由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题																																						
	类型	p 或 q	p 且 q	非 p																																				
	真值表	<table><tr><td>p</td><td>q</td><td>p 或 q</td></tr><tr><td>真</td><td>真</td><td>真</td></tr><tr><td>真</td><td>假</td><td>真</td></tr><tr><td>假</td><td>真</td><td>真</td></tr><tr><td>假</td><td>假</td><td>假</td></tr></table>	p	q	p 或 q	真	真	真	真	假	真	假	真	真	假	假	假	<table><tr><td>p</td><td>q</td><td>p 且 q</td></tr><tr><td>真</td><td>真</td><td>真</td></tr><tr><td>真</td><td>假</td><td>假</td></tr><tr><td>假</td><td>真</td><td>假</td></tr><tr><td>假</td><td>假</td><td>假</td></tr></table>	p	q	p 且 q	真	真	真	真	假	假	假	真	假	假	假	假	<table><tr><td>p</td><td>非 q</td></tr><tr><td>真</td><td>假</td></tr><tr><td>假</td><td>真</td></tr></table>	p	非 q	真	假	假	真
		p	q	p 或 q																																				
		真	真	真																																				
真		假	真																																					
假	真	真																																						
假	假	假																																						
p	q	p 且 q																																						
真	真	真																																						
真	假	假																																						
假	真	假																																						
假	假	假																																						
p	非 q																																							
真	假																																							
假	真																																							
当 p, q 至少有一个为真时, p 或 q 为真; 当 p, q 都为假时, p 或 q 为假.	当 p, q 都为真时, p 且 q 为真; 当 p, q 中至少有一个为假时, p 且 q 为假.	当 p 为真时, 非 p 为假; 当 p 为假时, 非 p 为真.																																						

四 种 命 题	定 义	在两个命题中，如果第一个命题的条件（或题设）是第二个命题的结论，且第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题。
		如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定，这样的两个命题叫做互否命题。
		如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定，这样的两个命题叫做互为逆否定命题。互为逆否的两个命题为等价命题。
	相互关系	原命题 若p则q 逆命题 若q则p 否命题 若$\neg p$则$\neg q$ 逆否命题 若$\neg q$则$\neg p$ 互逆 互否 互逆 互否 互逆 互否 p、q 分别表示原命题的条件和结论，$\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定。
	真假关系	①原命题为真，它的逆命题不一定为真； ②原命题为真，它的否命题不一定为真； ③原命题为真，它的逆否命题一定为真。

充 要 条 件	定 义	如果 A 成立, 那么 B 成立, 即 $A \Rightarrow B$, 就说 A 是 B 成立的充分条件.
		如果 B 成立, 那么 A 成立, 即 $B \Rightarrow A$, 或者, 如果 A 不成立, 那么 B 就不成立, 这时我们就说 A 是 B 成立的必要条件.
		如果 $A \Rightarrow B$, 又有 $B \Rightarrow A$, 我们就说 A 是 B 成立的充分必要条件, 简称充要条件. 即 $A \Leftrightarrow B$.
	理 解	①充分条件: 有其则然, 无其未必不然; ②必要条件: 无其则不然, 有其未必然; ③充要条件: 有其则然, 无其则不然.



【例题】设集合 $A = \{x | 4x - 1 \geq 9, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | \frac{x}{x+3} \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $(-3, -2]$
 B. $(-3, -2] \cup [0, \frac{5}{2}]$
 C. $(-\infty, -3] \cup [-\frac{5}{2}, +\infty)$
 D. $(-\infty, -3) \cup [-\frac{5}{2}, +\infty)$



终于有一天,海水和泪都是甜的。

读 题 分 析	考点介绍	集合的交集、绝对值不等式、分式不等式
	考查目的	本题考查集合的运算以及解绝对值不等式、分式不等式的能力。
	答题思路	思路 1: 集合 A 是不等式 $ 4x - 1 \geq 9$ 的解集, B 是不等式 $\frac{x}{x+3} \geq 0$ 的解集, 分别解不等式后确定 A 、 B , 再得 $A \cap B$. 思路 2: 通过验证, 排除 3 个错误选项, 剩下第四个选项即是正确答案。
	注意事项	借助数轴求交集。

【解析 1】(通法)

解不等式 $|4x - 1| \geq 9$ 得 $x \leq -2$ 或 $x \geq \frac{5}{2}$

$$\therefore A = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$$

解不等式 $\frac{x}{x+3} \geq 0$ 得 $x < -3$ 或 $x \geq 0$

$$\therefore B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x \geq 0\}$$

$$\therefore A \cap B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$$

故答案 D

【解析 2】(代入验证法)

可验证: $x = -2$ 是 $|4x - 1| \geq 9$ 的解

$x = -2$ 不是 $\frac{x}{x+3} \geq 0$ 的解

$$\therefore -2 \in A, -2 \notin B$$

$$\therefore -2 \notin (A \cap B)$$

$\therefore$ 排除选项 A、B

可验证: $x = -3$ 是 $|4x - 1| \geq 9$ 的解

$$x = -3 \text{ 不是 } \frac{x}{x+3} \geq 0 \text{ 的解}$$

$$\therefore -3 \in A, -3 \notin B$$

$$\therefore -3 \notin (A \cap B)$$

$\therefore$ 排除 C

【答案】D



高考复习“十忌”(一)

在有限的时间内进行高效复习,取得最佳效果,是大家共同的心愿,但是,事实上由于方法不同,复习效果相差很大,而方法失当造成的影响是不容忽视的。根据资深高三老师多年研究,将高考复习中的不良倾向归纳为“十忌”,并指出了克服办法。

1. 忌好高骛远,以基础知识为主

能力是在掌握了基础知识、基本技能与基本方法的前提下逐渐形成的。一味地钻研找综合,忽略基础知识,追求巧解偏怪题,忽略通性通法,最终结果是丢西瓜保芝麻,得不偿失。现行高考中基础知识占有较大比例。如果基础没有学扎实,就不可能考出好成绩。这就要求我们在学习的过程中抓基础,只有根基牢固,才可以逐步提高能力。



只要昂起头,就会把苦水变成美酒。

2. 忌零敲碎打，强调知识要系统化

高考题目的设计思想常常定位在知识与知识之间的联系以及各类知识与技能的综合应用上。在第一轮复习时，一定要强调知识的系统性和完整性，并且学会归纳总结知识点和常用的基本方法，了解各部分知识之间的联系与区别，只有这样才能有利于今后知识的灵活应用。

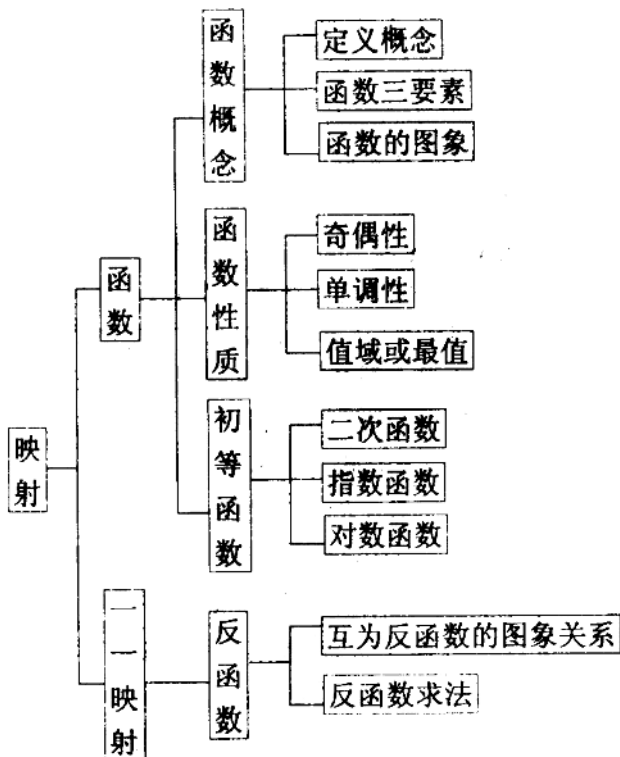
3. 忌审题粗心，坚持审题慢做题快的原则

解题实践表明，条件预示可知，并启发解题手段，结论预告需知，并诱导解题方向。解题之前认真读懂题目，正确领会题意，通过思考仔细推敲，抓住问题的实质，从题目本身获得尽可能多的信息，有了审题才能做题快，审题不细致，不全面，必然会导致解题不快的结果，甚至出现错解或误解，所以正确的方法是要做到审题慢且细，做题就会快而准。

4. 忌方法僵化，要解放思想开拓思路

在解题过程中，往往发生思维定势化，只能以单一的思维方法解决问题，不能从多角度、多层次、多方面去考虑问题，把特殊问题一般化，或把简单问题复杂化。如果在学习中注意掌握多种解题方法，掌握多种解题思路，经常进行灵活多变的一题多解的训练，那么思路就拓宽了，合理了。

第二单元 函数



毅力可以征服任何一座高峰。





关键词		释义
映射	定义	设 A 、 B 是两个集合，如果按照某种对应法则 f ，对于集合 A 中的任何一个元素在集合 B 中都有唯一的元素和它对应，这样的对应叫做从集合 A 到 B 的映射，记作 $f: A \rightarrow B$ 。和 A 中的元素 a 对应的 B 中的元素 b 叫做 a 的象， a 叫做 b 的原象。
	一一映射	设 A 、 B 是两个集合， $f: A \rightarrow B$ 是集合 A 到集合 B 的映射，如果在这个映射作用下，对于集合 A 中的不同元素，在集合 B 中有不同的象，而且 B 中每一个元素都有原象，那么这个映射就叫做 A 到 B 上的一一映射。
	逆映射	设 $f: A \rightarrow B$ 是集合 A 到集合 B 上的一一映射，如果对于 B 中的每一个元素，使 b 在 A 中的原象 a 和它对应，这样得到的映射叫做映射 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射，记住 $f^{-1}: B \rightarrow A$ 。
函数	定义	设 A 、 B 都是非空的数集，那么 A 到 B 的映射 $f: A \rightarrow B$ 就叫做 A 到 B 的函数，记为 $y=f(x)$ ，其中 $x \in A$ ， $y \in B$ 。原象集合 A 叫做函数 $y=f(x)$ 的定义域，象的集合 $C (C \subseteq B)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的值域。