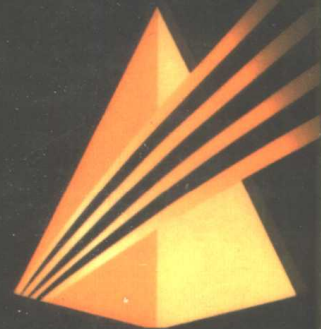
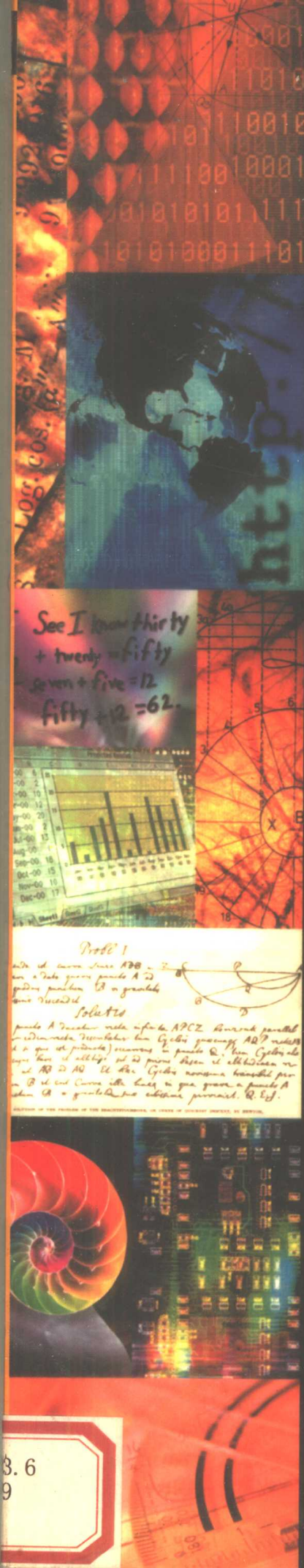


美国学校 数学教育的 原则 和 标准



全美数学教师理事会 著
蔡金法等 译



人民教育出版社



美国学校 数学教育的原则和标准

全美数学教师理事会 著

蔡金法 吴 放 李建华 (芝加哥) 译
孙 伟 郑庭曜 李建华 (北 京)

蔡金法 译文校对

人民教育出版社

《美国学校数学教育的原则和标准》(Principles and Standards for School Mathematics)一书的中译本,经全美数学教师理事会(National Council of Teachers of Mathematics)授权,由人民教育出版社出版,在世界范围内发行

Copyright © 2000 by The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

图书在版编目(CIP)数据

美国学校数学教育的原则和标准/全美数学教师理事会著. —北京:人民教育出版社,2004
ISBN 7-107-17435-5

I. 美...
II. 全...
III. 数学教学-美国
IV. 01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 006945 号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编:100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2004 年 12 月第 1 版 2004 年 12 月第 1 次印刷

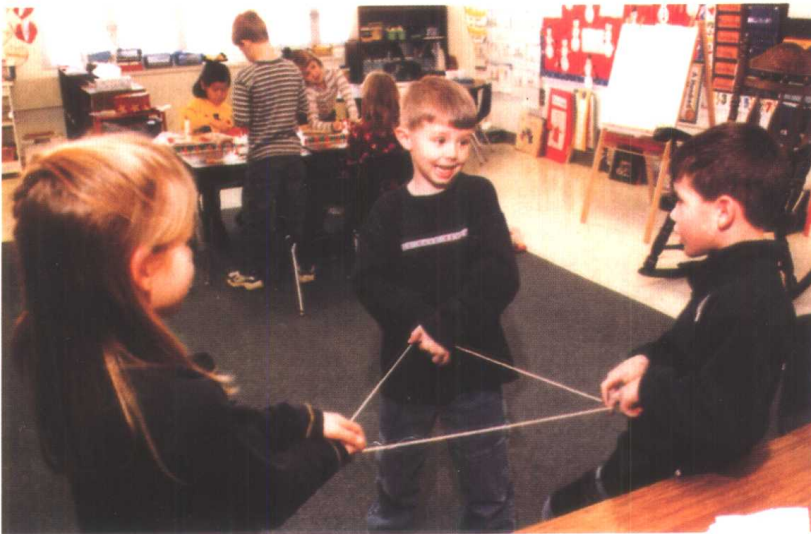
开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 22.75 插页: 2

字数: 450 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 30.90 元

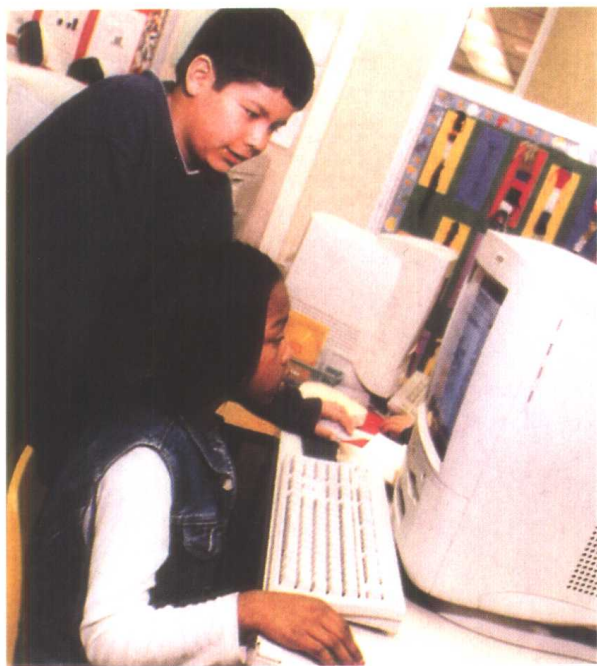
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编:100078)

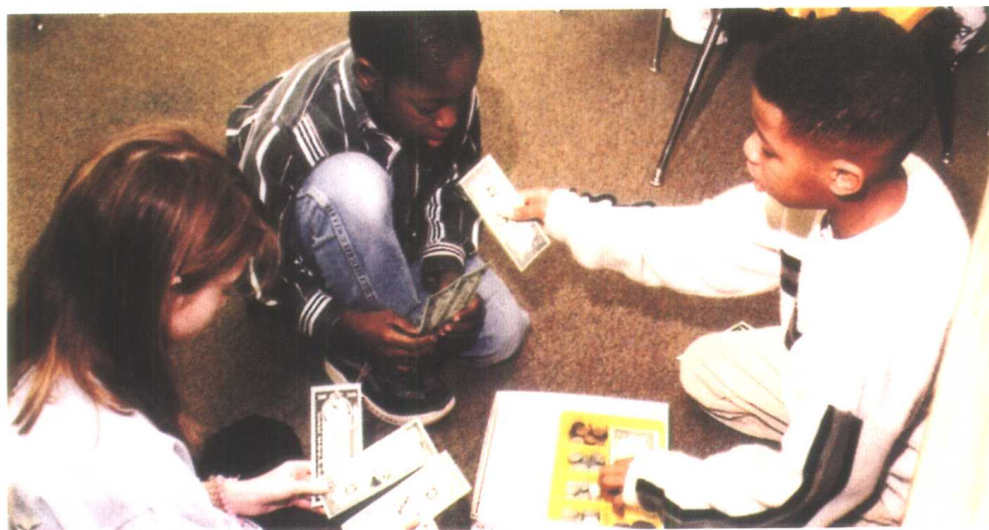


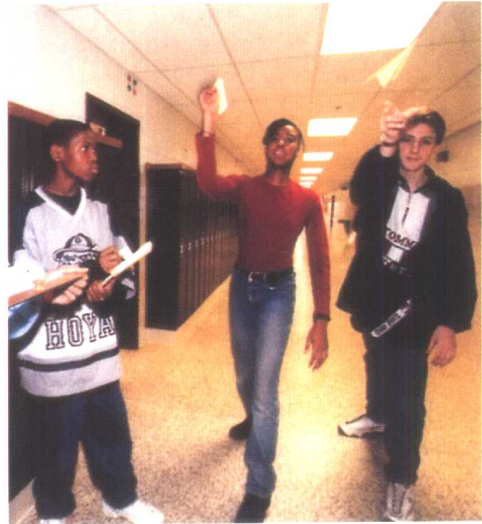
1	2
3	
4	



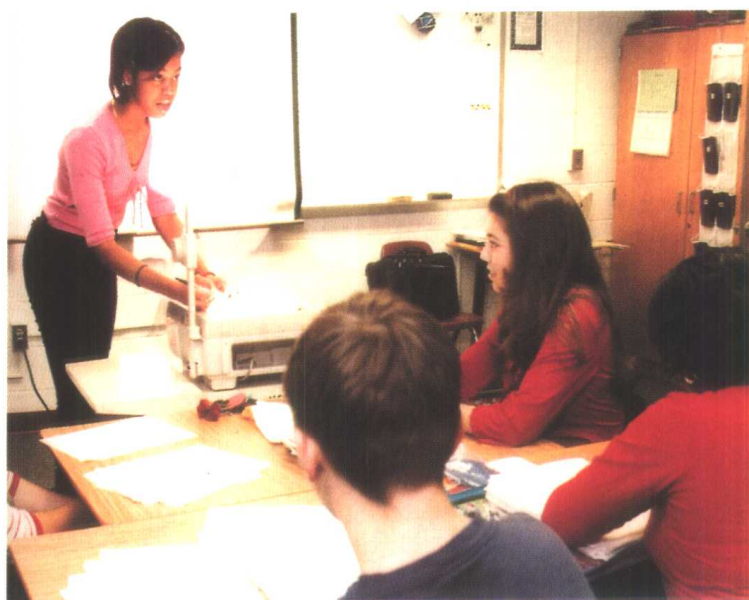


$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 6 \\ \hline 7 \end{array}$$





8	9
10	
11	



12

13

14

译者的话

致 谢

在全美数学教师理事会 (National Council of Teachers of Mathematics, 简称 NCTM) 在 2000 年 4 月出版发行此《学校数学教育的原则和标准》(以下简称《原则和标准》) 之后没几天, 接到了人民教育出版社杨刚先生远从北京的来电, 说能否组织几个人尽快把《原则和标准》翻译成中文由人民教育出版社出版。其实在此之前我们在海外的几个人曾有讨论如何为中国的数学教育做点事。尽管翻译这样的书工作量较大, 但考虑到书中的一些想法和观点值得国内的前辈和同行们借鉴和参考, 就欣然同意了。NCTM 也很快地给了我们翻译、出版及在世界各地发行中文版的版权。在此特别感谢 Jean Carpenter 和 Denise Baxter 的快速处理我们的版权申请。

几个电话一联络, 翻译小组就成立了, 并很快地进行了分工。具体的翻译工作如下:

蔡金法博士——前言、第一章、第二章及第三章。

吴放博士——第四章。

李建华博士 (芝加哥) ——第五章。

孙伟博士——第六章。

郑庭曜博士——第七章。

李建华博士 (北京) ——第八章。

最后, 由蔡金法对译文进行校对和统稿。

在此特别感谢参加翻译的朋友、同事们。在美国, 像这样的翻译工作对提职和加薪是没有帮助的, 只能算作一项专业上的服务。因此我们衷心地希望该书的中文版对国内教育界的前辈、同行有参考价值。

也借此机会要特别感谢杨刚先生、卢江女士及人民教育出版社其他老师们对我们的耐心和鼓励, 使之此书中文版能如此快地与大家见面。Erin Meyers 和 Xinjuan Qi 在整理、联络、信件往来上给予了很多协助。在此书的翻译过程中, 蔡金法应邀在哈佛大学教育学院作访问教授, 使得有时间来从事这项翻译工作, 在此也一并致谢。

如何使用此书

除了致谢以外，似乎还想说些什么。那就是想谈谈我们对如何使用此书的一点看法。我们的基本立场是借鉴和参考书中的观点和思想，而不是没有消化地照搬、照抄。新加坡的学生在“第三次国际数学和科学研究（TIMSS）”中，名列前茅。美国的教育部长去年访问新加坡时，也盛赞新加坡的教育。美国的一些学校同时直接采用新加坡的教材，但在具体使用时，遇到了很大的挑战，这在很大程度上是因为教学是和社会、文化密切相关的。同样，尽管此《原则和标准》在美国有较大的影响，其中也确实包括了许多新的有关教学、学习、评估、课程，及现代科技等方面的观点，但如果照搬、直接采用，同样也会遇到挑战和困难。为了便于国内的前辈和同行们参考，现就我们知道的关于美国数学教育界“出台”标准作一点简单的历史回顾。

简单历史回顾

美国各州及学区（school district）有权决定使用教材，因而教材种类多，没有一个统一的“教学大纲”。美国没有高考，只要经济上许可，绝大多数高中毕业生可进不同种类的大学深造，进入大学的重要参考条件之一是 SAT 或 ACT 的考试成绩（SAT 和 ACT 不是全国统考，而是由美国两个考试中心具体实施）。另外，美国没有专门培养（或培训）教师的师范院校，但几乎所有的综合性大学都有师范专业。总的来看，美国教育制度大多由当地部门作出决策。由此带来的问题是，由于美国各地对学生有不同的要求，如何来评价他们的学生已经达到了相应的要求呢？如何在一定程度上达到统一要求呢？80 年代前后，美国参与“第二次国际数学教育比较研究（The Second International Mathematics Study）”，在参与的 20 多个国家和地区中，美国排最后几位，特别是韩国、日本和中国香港学生的成绩都好于美国。他们通过比较研究发现，成绩最好的国家或地区都有全国（或全地区）统一的大纲或课程，而美国没有。80 年代中期，作为一个民间的专业团体的全美数学教师理事会决定成立一个委员会来提出一些标准。经过几年的努力，于 1989 年出台了《学校数学的课程与评价标准》（Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics），这一标准在一定程度上起到了统一要求的作用，引起了较大反响，表现在：（1）该标准被翻译成多种文字（人民教育出版社已于 1994 年出版了中文本）；（2）其他学科纷纷仿效数学课程标准，制定相应的课程标准（如，美国的科学标准，人民教育出版社也出版发行了中文版）；（3）美国各州也相应形成了各自的数学内容框架；（4）此成果获全美教育研究会颁发的奖项；（5）美教育期刊中的许多文章引用了这一文件，被引用率首屈一指。

随着这些标准的相继发表,美国联邦政府花费了大量的财力、人力来培训教师,让他们熟悉标准中的观念,掌握其要旨,懂得如何付诸于教学实践。于是,人们期待美国数学教育有一个很大的提高。然而,事与愿违,“第三次国际数学和科学研究(TIMSS)”的研究结果显示,美国学生的表现与人们的期望相距甚远。其中,八年级和十二年级的测试成绩远远低于其他国家,四年级也只达到了国际平均水平,因而批评意见纷沓而至。纽约大学的 Fran Curcio 教授认为以前出版的这些标准足以让人产生如下几种误解。

1. 忽视基本计算。

许多人认为基本计算技能不再重要。恰恰相反,基本计算的培养不应被忽视,学生仍需要掌握关于加法与乘法的一些基本的事实,尽管学习这些基本事实并不是解决问题的先决条件,但学习这些事实对学生解决那些有意义的、与他们相关的和有趣的问题是必不可少的。对这些基本事实的学习可通过游戏或其他一些活动有意义地重复、轻松地进行,而不是无意义的机械记忆。同时,通过处理各种不同的情境和问题,学生有机会培养和应用那些有助于他们学习这些基本事实的思维策略。

2. 对问题仅有近似解答就足够了。

1989年的“课程标准”强调估算能力的培养,但有些人却误认为只要近似答案就够了。如果一个问题只是需要一个估计,而不需要准确结果,那么有一个合理的估计就够了。然而,如果一个问题需要一个精确的答案,那么近似答案就是错误的。

3. 数学教学只有惟一正确方法。

改革支持者都知道教学是一个非常复杂的活动。教学计划的制定,问题的设计,教给学生适宜的、有价值的数学这一切都取决于教师对学习过程的认识能力,对学生的需要和兴趣的了解以及对所教数学的切实理解。尽管教师精于课堂教学的内容,但还必须通过对学生全方位的了解来制定教学计划,并没有惟一正确的教学方法。

4. 有标准记号的教材就是支持改革的。

判断一种教材是否支持学校数学改革的标准在于:问题解决时数学的严谨性、深度和逻辑性是否被保持,而数学交流、推理以及数学内外的关联是否被突出。那些为了建立与文学、历史或科学的联系而肤浅处理数学知识的教材,对学生和数学改革都是有害的。

5. 没有有效的研究成果支持改革。

许多人误认为没有研究来支持改革,相反的,针对现阶段数学教学改革和学生数学成绩的大量研究都是基于支持这些标准而进行的。

除上述五点,我们认为,这些标准让人所产生的误解还包括以下两点。

6. 具体经验能自动导致抽象。

标准中强调让学生理解性地学数学,好像只要让学生看一看、摸一摸那些直观的东西就够了,用不着老师“推学生一把(Push)”就可以达到理解和较抽象的程度。

7. 现代技术在数学中的使用等于教学改革。

科技应成为促进数学教与学的工具，然而如何有效地使用科技于课堂教学仍是一个正在探讨的问题，但科技的使用并不意味着数学教育改革，我们不应该用科技给数学教育贴上一个改革的“标签”。

为此，针对以上批评意见，全美数学教师理事会认为，“标准”应不断加以改进和完善。于是，从1996年起他们开始着手制定这一《原则和标准》。在序言中对《原则和标准》的制定有详细的说明。

问题与挑战

《原则和标准》只是提出了一个数学教育的宏伟前景，而不是已实现的现实。实现这一宏伟前景远比提出这些原则和标准难得多。面临的最大挑战之一是如何让教师能在他们的教学中贯彻《原则和标准》的精神。

印第安纳大学 (Indiana University) 的 Frank Lester 教授认为，美国现行数学教育中仍存在以下的问题或挑战。

1. 确定什么是数学真正基础的问题。

“回到基础 (Back to the basics)” 与 “朝向将来的基础 (Forward to What Will be basic)” 两派激烈之争或许是这一挑战最鲜明的例证。其中有学者更是直言：“为什么要浪费宝贵的时间去教学生解决那些只需花 9.95 美元的计算器就可解决的问题？”

2. 对实践活动、课程材料和教学方法协调一致的评估问题。

(1) 如何解决“改革”的课程使用与传统的评估方法和教学方法的使用这一矛盾？

(2) 如何正确评估数学教学改革成败的原因？

3. 课程平稳过渡问题。

由于存在不同的课程体系、内容重点和哲学，如果各年级之间，特别是从一个学校到同一个学区的邻近学校之间缺乏良好的衔接，就可能严重影响数学教学。如果我们期望通过努力获得数学教育的成功，那么我们必须正视和解决这些问题。

4. 师资的短缺和教师的素质问题。

在接下来的十年内美国需要二百万的新教师，到 2003~2004 年美国可能流失 40% 的高中师资，数学和理科将受很大的冲击。同时，教师的素质及培训对数学教育是很关键的，正如“不懂的东西你不会教，对没有热情的东西你也不可能教好！”

5. 处理学校结构不断复杂化所带来的新需要的策略问题。

6. 怎样看待数学教育中的“两难”现象 (Paradoxes)。

(1) 社会普遍认为数学难学，但易教。

(2) 数学对社会有用, 但对我无用。对数学的这种态度, 学生会受到何种感染呢?

(3) 数学是逻辑的、理性的, 但对我毫无意义等。

针对以上这些问题, NCTM 呼吁大家齐心协力, 迎接挑战, 为实现《原则和标准》中所描绘的理想的数学教育前景而共同努力。

从 1989 年《学校数学课程与评价标准》到 1991 年《数学教学专业标准》, 到 1995 年《学校数学教育的评估标准》, 再到 2000 年《原则和标准》的正式出版, 美国数学教育改革所走过的十多年的风雨历程理应成为当前我国正在进行的数学课程改革 (尤其是“国家数学课程标准”) 的“前车之鉴”, 他们所面临的问题和挑战同样也值得我们认真思考和对待。

(蔡金法 执笔)

目 录

前言	1
致国家数学教师理事会的感谢信	5

第一章

学校数学教育的前景	7
-----------------	---

第二章

学校数学教育的原则	12
公平原则	14
课程原则	16
教学原则	18
学习原则	21
评估原则	23
科技原则	26

第三章

学前期至十二年级学校数学教育的标准	29
数与运算	32
代数	36
几何	40
度量	43
数据分析与概率	46
问题解决	50
推理与证明	53
交流	58
关联	62

表征·····	65
---------	----

第四章

学前期至二年级的标准·····	70
数与运算·····	74
代数·····	84
几何·····	90
度量·····	96
数据分析与概率·····	100
问题解决·····	106
推理与证明·····	112
交流·····	117
关联·····	121
表征·····	125

第五章

三至五年级的标准·····	131
数与运算·····	134
代数·····	142
几何·····	148
度量·····	155
数据分析与概率·····	160
问题解决·····	167
推理与证明·····	173
交流·····	178
关联·····	184
表征·····	189

第六章

六至八年级的标准·····	194
数与运算·····	197
代数·····	204
几何·····	213

度量	220
数据分析与概率	226
问题解决	233
推理与证明	238
交流	244
关联	249
表征	255

第七章

九至十二年级的标准	261
数与运算	264
代数	268
几何	278
度量	288
数据分析与概率	292
问题解决	302
推理与证明	309
交流	313
关联	318
表征	323

第八章

齐心协力将理想变为现实	327
-------------	-----

附录

标准和期望表	339
--------	-----

前言

《原则和标准》的目的旨在为直接影响学前期至十二年级学生的数学教育作决策的人们提供参考。本文件中提出的各项建议是基于这样的信念，那就是所有的学生应该理解地学习重要的数学概念和过程。《原则和标准》指明了理解的重要性并描述了学生能达到此种理解的途径。本文件的写作宗旨在于面向数学教师、学校和学区的教师领头人（teacher-leaders）^①、教材和课程构架制订者、学区的课程主管和教师在职培训的负责人、负责数学教师教育和培训的教育工作者、职前教师、学校、州教育部门的行政人员和政策制订者。此外，本文件也能为研究人员、数学家及其他关心学校数学教育的同仁们提供参考。《原则和标准》由国家数学教师理事会（NCTM）制订并出版。NCTM 是一个国际性的专业组织，其宗旨是提高所有学生的数学教学和学习。

NCTM 先前出版了三个划时代的标准——1989 年的《学校数学课程与评价标准》、1991 年的《数学教学专业标准》以及 1995 年的《学校数学教育的评估标准》。这三个文件标志着在历史上的第一次重要的尝试，由一个专业组织来制订并向教师和政策制订者描述教育目标。自从它们出版以来，它们为改善数学教育的努力提供了重点、连贯性和新的观点。

从 NCTM 一开始参与提出教育标准，NCTM 就把此种努力看成是不断改进数学教育的一部分。为了让标准继续发挥其功能，体现在标准中的目标和展望必须定期地由具体实施的同仁们考察、评估，及试验，进而进行修订。在 90 年代初，理事会开始讨论是否有修订这些 NCTM 标准的需要。这些讨论促使 1995 年成立了标准的未来委员会。1996 年的 4 月，NCTM 董事会通过了修订最初的标准的课题计划。这一被称为“2000 年标准”的课题阐明了如何把标准作为所有关心数学教育的人们反思和达成共识的机制。

在 NCTM 内部成立了不同的小组来负责制订“2000 年标准”。首先，标准的未来委员会在 1995 年组成并负责——

^① teacher-leaders 在这里译成“教师领头人”，因为他们既不同于中国的骨干教师，又不同于教研员。

- 监管“2000年标准”这一课题及其他相关课题；
- 在策划“2000年标准”这一课题的过程中，收集和综合来自 NCTM 内、外的信息和建议；
- 提出一个发行、解释、实施、评价和进一步修改将来标准的计划。

“2000年标准”的写作小组和电子版小组于1997年春季成立。每一小组包括教师、师范教育工作者、行政人员、研究人员和数学家等在内具有不同专长的人士。写作小组在标准制订中的主要职责是让“2000年标准”——

- 基于原有的三个标准文件；
- 综合《学校数学课程与评价标准》、《数学教学专业标准》和《学校数学教育的评估标准》中与课堂教学有关的部分；
- 组织成四个年级段：学前期（prekindergarten）^①至二年级、三至五年级、六至八年级和九至十二年级。

电子版小组的职责是——

- 考虑不同的途径出版和发行“2000年标准”；
- 提出把与现代科技相关的材料溶入到标准中去的可能方法；
- 让“2000年标准”的写作小组知道有关应用现代科技的最新资料；
- 辅助“2000年标准”写作小组的工作并提供恰当的使用现代科技的例子。

写作小组的主要工作是在1997年夏天、1998年夏天和1999年夏天的短期会议中完成的。尽了最大的努力以保证让写作小组了解最新、最好的研究成果。写作小组的成员能够获得各种教材、各州的课程文件、研究报告、政策文件和别的国家的课程教材。

通过由标准的未来委员会组织的一系列活动，也使写作小组得到更多的建议。在1997年的二月，NCTM的主席邀请了数学科学会议团体（The Confereme Board of the Mathematical Sciences，简称CBMS）所属的组织成员，组成了联合评审小组（Association Review Groups，简称ARGs），旨在“从各自所属的机构的层面，不断地提供反映K—12年级数学的建议和信息。”在该课题进行的过程中，形成了14个联合评审小组，提出了五大类的问题给这些评审小组，并寻求他们的答复。（有关这些评审小组，提出的所有问题及来自评审小组的答复可以在 www.NCTM.org/

^① prekindergarten 在这里译成“学前期”，指的是美国幼儿园教育前的年龄阶段的教育。在美国，幼儿园（kindergarten）指的是小学一年级前的一年。根据美国的联邦法规，所有的孩子都必须进幼儿园。也就是说，幼儿园是义务公立小学教育的一部分。需要指出的是，在美国1989年的《课程与评价标准》中，只包括幼儿园至十二年级的教育（K—12），而在本文件中包括了学前期至十二年级（Pre-K—12）。这是因为现代研究表明，儿童在进入幼儿园前，他们已经获得了一些数学知识和经验，而在学前期获得的数学知识和经验对他们以后的数学学习有影响。因此本文件拓广到学前期以表示也应该强调学前期的数学教育。